راست اور متبادل کرنٹ

ڈاکٹر عبدالرشید انصاری

راست اور متبادل کرنٹ

راست اور متبادل کرنٹ

مصنف

ڈاکٹر عبدالرشید انصاری

ترقی اردو بیورو، نئی دہلی

RAST AUR MUTBADIL CURRENT : A. R. ANSARI

سنہ اشاعت 1981 1903 شک

© ترقی اردو بیورو، نئی دہلی

پہلا اڈیشن : 1000

قیمت : 15.00

سلسلۂ مطبوعات ترقی اردو بیورو 231

سلسلۂ مطبوعات، سائنسی تیکنکی کتب 11

کتابت : محمد الیاس انصاری

اس کتاب کی طباعت کیلئے حکومت ہند نے رعائتی قیمت پر کاغذ فراہم کیا۔

ڈائرکٹر، بیورو فار پروموشن آف اردو (ویسٹ بلاک 8 آر۔کے۔پورم نئی دہلی 110022) نے ترقی اردو بورڈ وزارت تعلیم و ثقافت، حکومت ہند نئی دہلی کے لیے اے۔ جے۔ پرنٹرز نئی دہلی سے چھپوا کر شائع کیا۔

پیش لفظ

اردو زبان کی ترویج واشاعت کے لیے حکومت ہند کی وزارت تعلیم وثقافت کے تحت ترقی اردو بیورو کے ذریعے جن لائحوں اور منصوبوں کو عملی شکل دی جارہی ہے ان میں سے ایک یہ بھی ہے کہ مختلف جدید علوم پر کتابیں ماہرین سے لکھوائی جائیں اور ان علوم سے متعلق اہم مغربی ومشرقی کتابوں کے تراجم شائع کیے جائیں جو نہ صرف زبان بلکہ قوم کی ترقی میں بھی مفید ومعاون ثابت ہوں۔

اس منصوبے کے تحت ترقی اردو بیورو اب تک خاصی تعداد میں کتابیں شائع کر چکا ہے۔ ان میں شعروادب، تنقید، لسانیات، تاریخ، جغرافیہ، سیاسیات، تجارت، زراعت، امور حکومت، معاشیات، عمرانیات، قانون، طب، فلسفہ اور نفسیات پر اعلیٰ کتابوں کے علاوہ تعلیم بالغان، بچوں کے ادب، سائنس اور تکنیکی علوم سے متعلق ایسی کتابیں بھی شامل ہیں جو اردو کی نصابی ضرورتوں کو بھی کسی حد تک پورا کر رہی ہیں۔ ان موضوعات پر اچھی آسان اور معیاری کتابوں کی جو کمی اردو حلقوں میں شدت سے محسوس کی جارہی تھی وہ بیورو کے ذریعہ آہستہ آہستہ پوری ہورہی ہے۔ ترقی اردو بیورو کی شائع کردہ کتابیں حسن طباعت کا ایک معیار قائم کرتی ہیں اور ان کی قیمت بھی نسبتاً کم رکھی جاتی ہے۔ ہمیں خوشی ہے کہ ان کتابوں کی مقبولیت میں روز افزوں اضافہ ہورہا ہے۔

ترقی اردو بیورو کے جامع منصوبوں کے تحت اردو انسائیکلوپیڈیا، اردو لغت (کلاں) اردو لغت (برائے طلبہ) انگریزی اردو لغت، اردو انگریزی لغت، بنیادی متون کی اشاعت، اردو کتابیات کی تیاری اور مختلف علوم کی اصطلاح سازی کے کام بھی جاری ہیں۔ ان کی تکمیل کے لیے ہمیں ملک بھر کے ماہروں کا تعاون حاصل ہے۔

زیر نظر کتاب ترقی اردو بیورو کے اشاعتی پروگرام کا ایک جزو ہے۔ ہمیں امید ہے کہ اردو داں حلقوں میں اس کتاب کی بھی خاطر خواہ پذیرائی ہوگی۔

کے۔ کے۔ کھلّر

ڈائریکٹر ترقی اردو بیورو، نئی دہلی

باب ۱

تمہید

1.1 **جدید نظریہ۔** مادہ کے ایٹمی نظریہ کے مطابق سبھی اشیاء چھوٹے چھوٹے ذرات سے مل کر بنی ہیں جنہیں ایٹم کہتے ہیں۔ عرصہ دراز تک ایٹم کو کسی شئے کا چھوٹے سے چھوٹا حصہ تصور کیا جاتا رہا۔ لیکن جدید نظریہ کے مطابق قدرت میں پائی جانے والی سبھی اشیاء کے ایٹم تین قسم کے ذرات سے بنے ہیں۔ یہ ذرات الکٹران، پروٹان اور نیوٹران ہیں۔ اگرچہ ان کے علاوہ اور بھی ذیلی ایٹمی ذرات کی دریافت ہو چکی ہے مگر ان کا تعلق فطری اور مصنوعی تابکاری سے ہونے کی وجہ سے موجودہ موضوع کے تحت ان پر بحث نہیں کی جائے گی۔

ایٹم کا مرکزی حصہ نیوکلیس کہلاتا ہے جو بالخصوص پروٹان اور نیوٹران سے مل کر بنا ہوتا ہے۔ نیوکلیس کے باہر نسبتاً زیادہ فاصلہ پر الکٹران ہوتے ہیں۔ ماہر طبیعیات نیلس بور کے ایٹمی ماڈل کے مطابق ایٹم ایک چھوٹے شمسی نظام کی طرح ہے۔ نیوکلیس (سورج) مرکز میں ہوتا ہے اور اس کے چاروں طرف الکٹران (سیارے) دائری اور اہلیسی مداروں میں طواف کرتے ہیں۔ نیوکلیس کو اگر ایک گولا تصور کیا جائے تو اس کا قطر تقریباً 10^{-12} cm کے درجہ کا ہے۔ الکٹران کے مداروں کا قطر نیوکلیس کے قطر کا 10^{4} گنا ہے۔ الکٹران کے اپنے قطر کا تخمینہ 2×10^{-13} cm لگایا گیا ہے۔

عام مادہ کے نیوکلیس میں الکٹران اور پروٹان کی تعداد برابر ہوتی ہے لیکن ایٹم کی کمیت کا بیشتر حصہ اس کے نیوکلیس میں ہوتا ہے۔ نیوٹران اور پروٹان کی کمیت تقریباً برابر ہوتی ہے اور ان میں سے ہر ایک کی کمیت الکٹران کی کمیت کی تقریباً

1840 گنا ہوتی ہے۔

الکٹران کی کمیت = 9.11×10^{-31} کلوگرام

پروٹان کی کمیت = 1.67×10^{-27} کلوگرام

= نیوٹران کی کمیت (تقریباً)

1.2 ۔ برقی چارج: الکٹران اور پروٹان کی کمیت کم ہونے کی وجہ سے ان کے درمیان مادی کشش قوتیں قابل نظر انداز ہوتی ہیں لیکن الکٹران اور پروٹان ایک دوسرے پر برقی قوت لگاتے ہیں۔ ایک الکٹران دوسرے الکٹران کو اور ایک پروٹان دوسرے پروٹان کو دفع کرتا ہے لیکن الکٹران اور پروٹان ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔ ان قوتوں کی تشریح کے لئے یہ کہا جاتا ہے کہ الکٹران اور پروٹان پر چارج ہوتا ہے۔ پروٹان کا چارج مثبت اور الکٹران کا چارج منفی مانا جاتا ہے۔ چارج کے سلسلہ میں علامت کا استعمال بالکل من مانی ہے۔ اگر ذرات کے درمیان مشہور قوتوں کی بنیاد چارجوں کے درمیان تفاعل پر مبنی ہو تو مثبت چارج ایک دوسرے کو دفع، منفی چارج ایک دوسرے کو دفع اور مثبت اور منفی چارج ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔

سبھی الکٹران پر چارج کی مقدار برابر ہوتی ہے۔ چونکہ کسی بھی ذرے پر اس سے کم مقدار کا چارج ابھی دریافت نہیں ہوا ہے اس لئے الکٹران پر موجود چارج کی مقدار کو اکائی مانا جاتا ہے۔ چارج کی عملی اکائی کولمب ہے جو تقریباً 6.24×10^{18} الکٹران کے چارجوں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

کسی بھی شے کا ایٹم برقی اعتبار سے تعدیلی ہوتا ہے کیونکہ اس کے کوئی باہری برقی خواص ظاہر نہیں ہوتے ہیں۔ کشش اور دفع کی اندرونی قوتیں تعادل کی حالت میں ہوتی ہیں۔ چونکہ ایٹم میں الکٹران اور پروٹان کی تعداد برابر ہوتی ہے اس لئے اس سے ظاہر ہے کہ ہر پروٹان پر مثبت چارج ہوتا ہے جو قدر کے لحاظ سے ایک الکٹران کے منفی چارج کے برابر ہوتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ سبھی مادے ایٹم سے مل کر بنے ہیں اور چونکہ ایٹم کے اندر سبھی داخلی برقی قوتیں تعادل کی حالت میں ہوتی ہیں اس لئے کسی بھی جسم میں نہ تو الکٹران کی افراط ہے

اور نہ کمی۔ ایسی حالت میں جسم کو غیر چارج شدہ کہتے ہیں۔ تجربہ سے ہمیں معلوم ہے کہ جسم میں اس برقی تعادل کو ختم کیا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک شیشے کی چھڑ کو ریشم سے رگڑ کر یا آبنوس کی چھڑ کو بلی کی کھال سے رگڑ کر۔ ہر حال میں الکٹران ایک جسم سے الگ ہوتے ہیں اور دوسرے پر جمع ہوتے ہیں۔ جس جسم پر الکٹران جمع ہوتے ہیں وہ منفی چارج شدہ ہو جاتا ہے کیونکہ اس پر الکٹران کی تعداد اپنی عام تعداد سے زیادہ ہو جاتی ہے اور جس جسم سے الکٹران الگ ہوتے ہیں وہ مثبت چارج شدہ ہو جاتا ہے کیونکہ اس پر الکٹران کی تعداد اپنی عام تعداد سے کم ہو جاتی ہے۔ کسی بھی جسم پر چارج کی کل مقدار اس پر الکٹران کی تعداد میں کل کمی یا زیادتی کو ظاہر کرتی ہے۔

1-3۔ ایک چھوٹے چارج شدہ جسم کے چاروں طرف برقی میدان

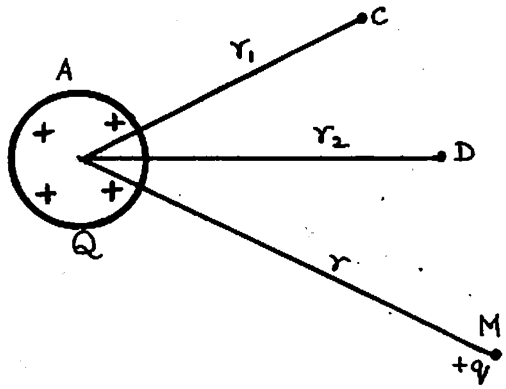
اگر ایک چارج شدہ جسم A کے چاروں طرف کی فضا کی جانچ ایک مثبت پرکھ چارج q کی مدد سے کریں [شکل 1] تو یہ دیکھنے میں آتا ہے کہ q کو چاہے کہیں بھی رکھیں اس پر ایک قوت کام کرتی ہے۔ A کے چاروں طرف کی فضا کو جس میں رکھا ہوا دوسرا برقی چارج اپنے اوپر ایک قوت محسوس کرتا ہے برقی میدان کہتے ہیں۔ اگر A پر چارج کی مقدار Q ہے اور اس سے r دوری پر q واقع ہے تو کولمب قانون کے مطابق q پر لگنے والی قوت مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \quad \ldots\ldots 1$$

قوت F کا کشش یا دفع کی قوت ہونا چارج Q اور q کی فطرت پر منحصر ہے۔ K ایک مستقلہ ہے جو چارجوں کو الگ کرنے والے وسیلہ اور استعمال ہونے والی نظام اکائی پر منحصر ہوتا ہے۔ برقی میدان میں پرکھ چارج پر لگنے والی قوت کی قدر یا سمت یا قدر و سمت دونوں ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر بدلتی رہتی ہیں۔ یہ پرکھ چارج کی قدر پر بھی منحصر ہوتی ہے۔ کسی بھی نقطہ پر میدان شدت $\vec{E}$ اس نقطہ پر رکھے گئے اکائی پرکھ چارج پر لگنے والی قوت کے برابر ہوتی ہے۔ یعنی

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \ldots\ldots 2$$

مساوات (2) میں میدان شدت $\mathcal{E}$ اور قوت F دونوں ہی سمتیہ مقداریں ہیں۔



شکل 1 ۔ ایک مجرد چارج کے چاروں طرف برقی میدان

میدان شدت کی تعریف توانائی کی شکل میں بھی کی جاسکتی ہے۔ شکل 1 میں مان لیا کہ q پر لگنے والی قوت F ہے۔ اگر q کو قوت کی سمت میں dr دوری تک لے جائیں تو پھر چارج پر کام F dr ہوگا اور q کو حاصل ہوئی مضمر توانائی (dE) فی اکائی چارج مندرجہ ذیل ہوگی

$$-dE = \frac{F\,dr}{q} \quad ------(3)$$

مساوات (3) میں منفی نشان اس بات کو ظاہر کرتا ہے کہ q کو حاصل ہوئی توانائی منفی ہے یعنی توانائی ضائع ہوئی ہے۔ چونکہ $\frac{F}{q}$ برقی میدان شدت کو ظاہر کرتا ہے اس لئے

$$\mathcal{E}\,dr = -\,dE$$

یا
$$\mathcal{E} = -\,\frac{dE}{dr}$$

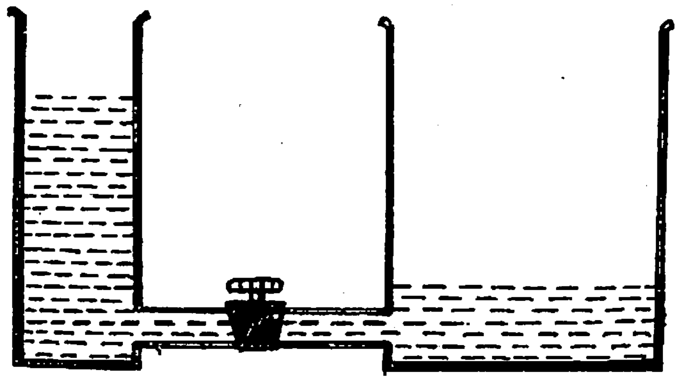
$$= -\,\mathrm{Grad}.\,E \quad ------4$$

اس سے یہ ظاہر ہے کہ کسی نقطہ پر برقی میدان شدت اس نقطہ پر مضمر ڈھال کے برابر ہوتی ہے۔ یعنی ایک دئے ہوئے راستے پر مضمر توانائی کی فی اکائی چارج مکانی شرح تبدیلی کے

برابر ہے۔ اگر حرکت کا راستہ قوت کے سمت میں نہ ہو تو ایسی حالت میں قوت کی سمت میں راستہ کا جز و ($dr = dl \cos\theta$) استعمال کرتے ہیں ۔

1.4 مضمر فرق: برقی مضمر اور مضمر فرق

اگر ہم ایک مثبت چارج شدہ جسم کے نزدیک اکائی مثبت چارج لائیں تو اس پر ایک دفع کی قوت لگے گی۔ یہ قوت اس نقطہ پر برقی میدان شدت کی ناپ ہوگی۔ اس قوت کے خلاف اکائی چارج کو چلانے میں کام کرنا پڑے گا اور اس طرح نظام کی مضمر توانائی بڑھے گی۔ اگر یہ اکائی چارج بالکل آزاد ہو تو مضمر ڈھال کی طرف حرکت کرے گا یعنی مثبت چارج شدہ جسم سے دور جائے گا۔ اس طرح مضمر سے ہمیں یہ پتہ چلتا ہے کہ کسی آزاد اکائی چارج کی حرکت کا میلان کس سمت میں ہوگا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ مضمر کو حرارت کے ضمن میں تاپ یا رقیق حرکیات میں پانی کی سطح سے مشابہ مان سکتے ہیں۔ حرارت زیادہ تاپ سے کم تاپ کی طرف بہتی ہے یعنی تاپ حرارت کے بہنے کی سمت بتاتی ہے اور پانی اونچی سطح سے نیچی سطح کی طرف بہتا ہے [شکل 2] یعنی پانی کی سطح اس کے بہاؤ کی سمت بتاتی ہے بالکل اسی طرح مضمر کسی برقی میدان میں چارج کے حرکت کی سمت کو بتاتا ہے ۔



شکل 2 ۔ پانی کی سطح اور برقی مضمر میں مشابہت

مضمر کی آسان ناپ اکائی مثبت چارج کو برقی میدان میں لے جانے پر کیے گئے کام کے ذریعہ ہوتی ہے۔ چارج سے بہت زیادہ دوری پر برقی میدان اور مضمر دونوں ہی صفر کے برابر ہوتے

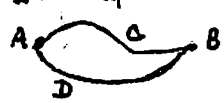
ہیں یا اس لئے توانائی کو اس مقام سے جسے لا انتہائیہ (INFINITY) کہتے ہیں ناپتے ہیں
ایک اکائی چارج جب لاانتہائیہ سے کسی مقام تک آتا ہے تو اس کی مضمر توانائی میں جتنا
اضافہ ہوتا ہے اس کو اس نقطہ پر کل یا مطلق مضمر کہتے ہیں۔
دوسرے الفاظ میں کسی نقطہ پر برقی مضمر کام کی وہ مقدار ہے جسے ایک اکائی مثبت چارج کو
لاانتہائیہ سے اس نقطہ تک لانے میں کرنا پڑتا ہے۔

$$E = -\int \mathcal{E}\, dr \quad \text{-------} \ (5)$$

برقی مضمر کی تعریف اسطرح بھی کی جا سکتی ہے کہ یہ وہ مقدار ہے جس کا کسی سمت
میں مکانی شرح تغیر (SPACE RATE OF VARIATION) اس سمت میں برقی میدان
کی شدت کو بتاتا ہے۔ ریاضی کی زبان میں یہ تعریف مساوات (4) سے ظاہر کی جاتی ہے۔
رشتہ (5) سے ظاہر ہے کہ E دراصل دو نقطوں کے درمیان مضمر فرق کو بتاتا
ہے جس میں ایک نقطہ لامتناہیہ پر ہے اور دوسرا برقی میدان میں مثلاً M پر ہے۔ (شکل 9)
اس طرح دو نقطوں C اور D کے درمیان مضمر فرق

$$E_{CD} = \int_{r_2}^{r_1} \mathcal{E}\, dr \quad \text{-------} \ 6$$

یہ بات قابل غور ہے کہ برقی میدان شدت سمتیہ مقدار ہے جبکہ مضمر غیر سمتیہ مقدار ہے۔ یہ
بات آسانی سے سمجھی جا سکتی ہے کہ دو نقطوں کے درمیان مضمر فرق صرف ان نقطوں کے
مقام پر منحصر ہے اور ان کے درمیانی راستہ پر نہیں ہے۔ ایک اکائی چارج کو راستہ
ACBDA سے ہو کر لے جانے میں کیا گیا کام صفر ہوگا کیونکہ A کے مقام میں کوئی تبدیلی
نہیں ہوتی ہے۔



اکائی چارج کے ذریعہ

راستہ ACB پر کیا گیا کام = − (راستہ BDA پر کیا گیا کام)

= راستہ ADB پر کیا گیا کام

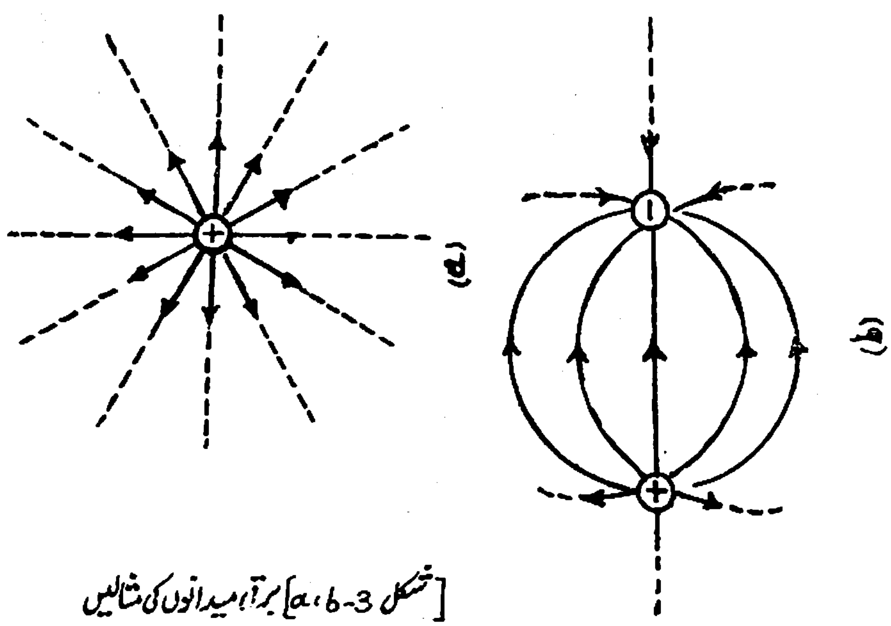
اس لئے کئے گئے کام کا انحصار راستہ پر نہیں بلکہ دونوں نقطوں کے مقام پر ہے۔

1.5 برقی قوت خطوط برقی میدان کو زیادہ بہتر طور سے سمجھنے کے لئے اسے
خطوط کی مدد سے ظاہر کرنا مفید ہوتا ہے۔ ان خطوط
کو برقی قوت خطوط کہتے ہیں ہم جانتے ہیں کہ اگر کسی چارج شدہ جسم کے نزدیک اکائی

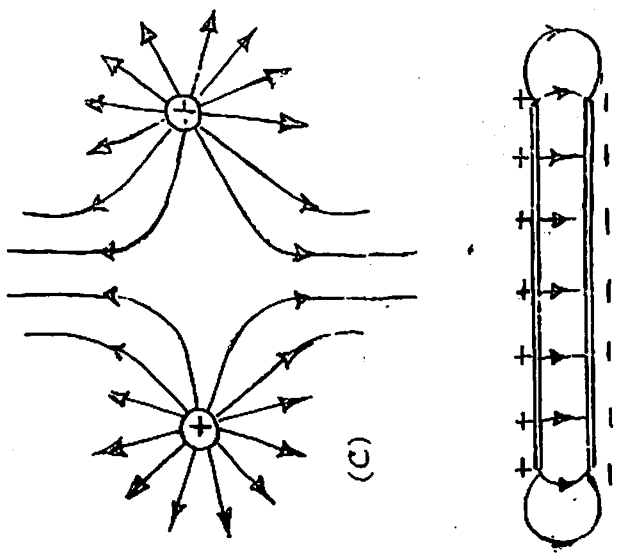
چارج لایا جائے تو اس پر ایک قوت لگے گی۔ چارج شدہ جسم کے چاروں طرف برقی میدان کے ہر نقطہ پر اس قوت کی ایک مخصوص قدر اور سمت ہوگی۔ ایک آزاد اکائی چارج اس قوت کی وجہ سے جس مخصوص سمت میں حرکت کرے گا اسے قوت خط سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہذا قوت خط وہ خم ہے جو اس سمت کی طرف اشارہ کرتا ہے جس میں ایک اکائی مثبت چارج حرکت کرے گا۔ اس خم کے کسی نقطہ پر کھینچا گیا مماس (TANGENT) اس نقطہ پر برقی قوت کی سمت بتاتا ہے۔ یہ خطوط فلکس خطوط بھی کہلاتے ہیں۔

کسی دئے ہوئے وسیلہ میں فلکس کے عمودی عرضی تراش رقبہ کے فی مربع میٹر میں سے گذرنے والے خطوط اس قوت کی قدر کے متناسب ہوتے ہیں جو فی کولمب پر کھ چارج پر لگتی ہے۔

اوپر دی گئی تعریف کے مطابق یہ برقی شدت ع کی قدر یا وولٹیج ڈھال کے برابر ہے۔ شکل 3 میں برقی میدان مختلف حالتوں میں دکھایا گیا ہے۔



[شکل 3-b، a] برقی میدانوں کی مثالیں



[شکل 3- c، d] برقی میدانوں کی مثالیں

(a) ایک مثبت چارج کے چاروں طرف ریڈیل میدان

(b) دو برابر لیکن مخالف نقطہ چارج کے درمیان میدان

(c) دو برابر لیکن ایک جیسے نقطہ چارج کے درمیان میدان

(d) دو مخالف چارج شدہ پلیٹوں کے درمیان میدان

(a)، (b) اور (c) میں جہاں خطوط زیادہ نزدیک ہیں ڈھال (GRADIENTS) زیادہ ہیں۔ اور جہاں خطوط دور دور ہیں ڈھال کم ہے۔ (d) میں باہری سروں کے علاوہ میدان یکساں (UNIFORM) ہے۔ پلیٹوں کے درمیان ہر نقطہ پر ڈھال ایک ہی جیسا ہے۔ اگر دونوں پلیٹوں کے درمیان کا فاصلہ d ہو تو منفی پلیٹ سے مثبت پلیٹ تک مضمر کا بڑھاؤ (E) مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$E = \int_0^d \mathcal{E}\,dx = \mathcal{E}d \quad \text{---- 7}$$

1.6 چالک اور حاجز

بہت سی اشیا اور مخصوص طور سے دھاتوں میں ایٹم کے باہری مدار کے الکٹران ایٹم سے بہت کمزور طریقہ پر جڑے ہوتے ہیں۔ ان میں سے ایک

یا کوئی ایٹم سے الگ ہو جاتے ہیں اور ایٹم کے اندر بے ترتیبی کے ساتھ حرکت کرتے رہتے ہیں۔ یہ الکٹران آزاد الکٹران کہلاتے ہیں۔ اور ایسی اشیاء جن میں آزاد الکٹران کی تعداد زیادہ ہوتی ہے، چالک کہلاتے ہیں۔ ایسی اشیاء پر جب برقی میدان لگایا جاتا ہے تو یہ آزاد الکٹران ایک سمت میں بہنے لگتے ہیں اور اس طرح سے برقی کرنٹ پیدا ہوتی ہے۔

زیادہ تر دھات اور کچھ غیر دھات بھی چالک ہیں مگر ان سب کی چالکتا مختلف ہوتی ہے۔ ان میں سے کچھ اچھے چالک، کچھ معتدل طور پر اچھے چالک اور کچھ کی چالکتا اچھی نہیں ہوتی۔ تانبا، الومنیم اور کسی حد تک اسٹیل ایسے چالک ہیں جن کا استعمال زیادہ تر ہوتا ہے۔ چاندی بہت اچھا چالک ہے مگر بہت قیمتی ہے۔ کاربن، ٹنگسٹن، پلیٹنم اور بہت سے دھاتوں کے بھرت (Alloy) ایسے ہیں جو بجلی کے اچھے چالک نہیں ہیں۔ یہ اشیاء الکٹران کی حرکت میں مزاحمت پیدا کرتے ہیں۔ ایسے مادے "مزاحمہ" (Resistors) کے طور پر استعمال ہوتے ہیں جو برقی توانائی کو حرارت میں تبدیل کرتے ہیں۔ وولٹیج صرف کرتے ہیں اور روشنی پیدا کرتے ہیں جیسا کہ بجلی کے بلب میں ہوتا ہے۔

بہت سی اشیاء کے ایٹم ایسے ہوتے ہیں کہ ان کے الکٹران ایٹم سے مضبوطی سے بندھے ہوتے ہیں۔ ایسی اشیاء میں آزاد الکٹران تقریباً نہیں کے برابر ہوتے ہیں۔ ان ایٹم سے الکٹران الگ کرنا اگر ناممکن نہیں تو مشکل ضرور ہے۔ عام حالات میں ایسے مادے مکمل طور پر غیر چالک ہوتے ہیں اور انہیں حاجز کہتے ہیں۔ ربر، گلاس، موم، لاکھ وغیرہ چند حاجز اشیاء ہیں۔

1.7 کرنٹ: اگر بجلی کے بلب کو تانبے کے تاروں کے ذریعہ کسی بیٹری کے سروں سے جوڑیں تو بلب جلنے لگتا ہے۔ جوڑنے والے تاروں اور بلب کے فلامنٹ میں برقی کرنٹ بہتی ہے۔ کرنٹ کے بہنے کی وضاحت اس طرح کی جاسکتی ہے کہ بیٹری ای۔ ایم۔ ایف کا ایک ماخذ ہے جو سرکٹ کے سروں کے درمیان مضمر فرق پیدا کرتا ہے اور تار و فلامنٹ کے اندر ایک محوری (axial) برقی میدان قائم کرتا ہے جس کی سمت مثبت سے منفی سرے کی طرف ہوتی ہے۔ تار اور فلامنٹ کے اندر کافی تعداد میں آزاد الکٹران ہوتے ہیں جو برقی میدان کی موجودگی کی وجہ سے بیٹری کے مثبت سرے کی طرف سرعتائے جاتے ہیں۔ مگر یہ الکٹران محض تھوڑی دور

ہی چلنے کے بعد دیگر الکٹران اور ایٹم سے ٹکرا جانے کی وجہ سے سست پڑ جاتے ہیں۔ مگر سرعت دینے والی قوت موجود ہونے کی وجہ سے الکٹران پھر سے سرعتائے جاتے ہیں۔ اس طرح یہ آزاد الکٹران پورے تانبے کے تار اور فلامنٹ میں ایک اوسط رفتار v سے حرکت کرتے ہیں اور ان میں ہر ایک پر ایک الکٹران اکائی چارج q ہوتا ہے۔ اگر تار کے اکائی حجم میں n آزاد الکٹران ہوں اور محور کے عمودی عرضی تراشی رقبہ a ہو تو dt وقت میں برق کی مقدار (چارج) dq جو اس رقبہ سے ہو کر گزرے گی مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$dq = n a v dt \text{ ------- } 8$$

عرضی تراش رقبہ سے ہو کر فی سکنڈ گذرنے والی چارج کی مقدار کو کرنٹ i کہتے ہیں۔ اس لئے

$$i = \frac{dq}{dt} = nav \text{ ----- } 9 \quad \text{الکٹران اکائی چارج فی سکنڈ}$$

1.8۔ کرنٹ کی سمت اور اسکی قسمیں :

ہم دیکھ چکے ہیں کہ باہری سرکٹ میں جو کسی بیٹری سے جڑا ہو الکٹران ہمیشہ منفی سرے سے مثبت سرے کی طرف بہتے ہیں۔ لیکن الکٹران کی دریافت سے بہت پہلے کرنٹ من مانی طور پر مثبت سرے سے منفی سرے کی طرف بہتی ہوئی مانی جاتی تھی۔ یہ رواج آج بھی قائم ہے اور کرنٹ کے بہنے کی تسلیم شدہ سمت مثبت سرے سے منفی سرے کی طرف مانی جاتی ہے۔ اس طرح الکٹران کے حرکت کی سمت کرنٹ کی رائج سمت کے مخالف ہوتی ہے۔ خوش قسمتی سے یہ بے ضابطگی کسی خاص دشواری کا سبب نہیں بنی ہے۔

برقی کرنٹ کی بالعموم بہت سی قسمیں ہیں جن کا روزمرہ کی زندگی میں بہت استعمال ہے۔

۱۔ راست کرنٹ : راست کرنٹ اسے کہتے ہیں جس میں الکٹران کی حرکت ہمیشہ ایک سمت میں ہوتی ہے۔ اس لحاظ سے "یہ یک سمتی" کرنٹ ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ سپلائی کا ماخذ یا تو بیٹری ہے یا راست

کرنٹ جنریٹر۔

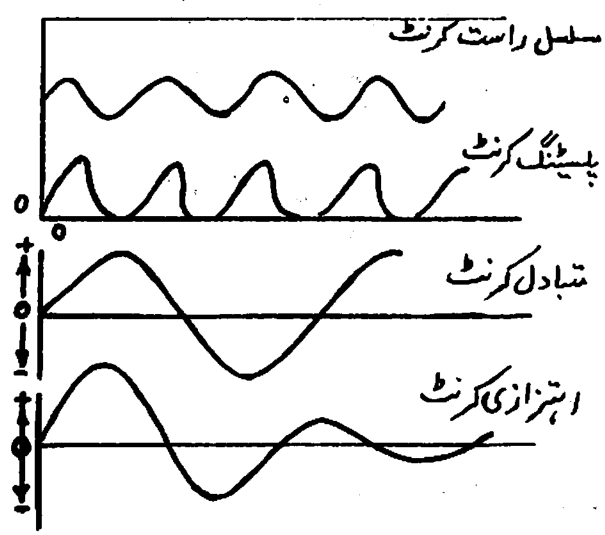
ایسی راست کرنٹ جس میں کوئی تبدیلی نہ ہو مسلسل راست کرنٹ کہلاتی ہے ۔

- پلسیٹنگ راست کرنٹ کی قدر ہر لمحہ بدلتی رہتی ہے اور یہ تبدیلی دوری ہوتی ہے۔ اسطرح کی کرنٹ سمت کار سے حاصل ہوتی ہے۔

2۔ **متبادل کرنٹ:** متبادل کرنٹ اسے کہتے ہیں جس کی قدر اور سمت دونوں ہی مکمل ضابطہ سے بدلتی رہتی ہیں سبھی تبدیلیاں دے ہوئے دور میں اس طرح ہوتی ہیں کہ کسی بھی دور کے لئے اوسط قدر صفر ہوتی ہے۔

3۔ **اہتزازی کرنٹ:** یہ کرنٹ خاص قسم کے سرکٹ سے حاصل ہوتی ہے جس میں مزاحمہ، ترغیبیہ اور کپیسٹر لگے ہوتے ہیں۔ یہ وہ کرنٹ ہے جس میں متبادل کرنٹ کی متواتر سائکل کی قدر باقاعدہ طور پر بدلتی ہے حالانکہ سمت اور دور میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ یہ کرنٹ یک سمتی نہیں ہوتی اور عام طور سے ترسیلی سرکٹ میں اور پاور سسٹم میں یکایک تبدیلی کے موقع پر پائی جاتی ہے۔

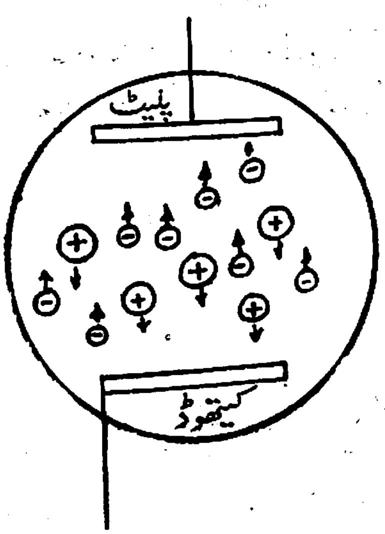
مختلف کرنٹ کا گرافی مظاہرہ شکل 4 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 4 ۔کرنٹ کی مختلف قسمیں

کرنٹ کی عملی اکائی "ایمپیر" ہے اور چارج کی "کولمب" ہے۔

یوں تو الکٹران کی حرکت ہی کرنٹ کی عام قسم ہے لیکن کچھ ایسے اختراعات بھی ہیں جن میں آئین (بجلیہ) اور بالعموم مثبت بجلیہ سے بھی کرنٹ بنتی ہے۔ صنعتی الکٹرانیات میں استعمال ہونے والی گیس بھری ٹیوب میں دونوں طرح کی کرنٹ پائی جاتی ہے۔ الکٹرانی کرنٹ اور آئینی کرنٹ۔ اس ٹیوب میں الکٹران ایک پلیٹ سے دوسری پلیٹ کی طرف حرکت کرتے ہیں جو پہلی پلیٹ کے مقابلہ میں مثبت مضمر پر ہوتا ہے۔ متحرک الکٹران میں سے بہت سے گیس کے مالیکول سے ٹکرا کر ان مالیکول سے الکٹران کو الگ کر دیتے ہیں۔ اسطرح گیس مالیکول مثبت بجلیہ بن جاتے ہیں اور اس پلیٹ کی طرف حرکت کرتے ہیں جس سے آزاد الکٹران پیدا ہو رہے ہیں۔ گیس بھری ٹیوب کا یہ عمل قیاسی طور پر شکل (5) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (5)
آئینی اور الکٹرانی کرنٹ

آزاد الکٹران پیدا کرنے والی پلیٹ کو کیتھوڈ کہتے ہیں اور دوسری پلیٹ جو کیتھوڈ کے مقابلہ میں مثبت مضمر پر ہوتی ہے 'پلیٹ' کہلاتی ہے۔

برقی سرکٹ: برقی توانائی مختلف قسم کی توانائیوں مثلاً حرارت، روشنی، آواز یا میکانکی توانائی میں بدلی جاسکتی ہے۔ برقی توانائی کی یہ تبدیلی ہمیشہ برقی سرکٹ کے ذریعہ عمل میں آتی ہے۔ برقی سرکٹ کا مقصد برقی توانائی کو اس کے ماخذ سے لوڈ کو سپلائی

کرتا ہے۔ عام طور سے برقی سرکٹ مندرجہ ذیل چھ عناصر پر مشتمل ہوتا ہے۔

1۔ برقی توانائی ماخذ

2۔ وہ ترکیب یا مشین جو برقی توانائی کو دوسری مفید قسم کی توانائی میں تبدیل کرے۔

3۔ وہ ترکیب جو برقی کرنٹ کے بہاؤ کو کنٹرول کرے

4۔ وہ ترکیب جو محافظ ایجنسی کے طور پر کام کرے

5۔ وہ آلات جو کرنٹ اور اس پر منحصر دوسری خصوصیات کو ناپیں۔

6۔ جوڑنے والے تار جو اوپر کے سبھی عناصر کو آپس میں جوڑتے ہیں۔

روزمرہ کی زندگی میں برقی سرکٹ کی بہت سی مثالیں ملتی ہیں مثلاً ریڈیو، ٹیلیویژن، موٹر وغیرہ وغیرہ۔

باب ۲

مزاحمت اور اس کا حساب لگانا

2.1 ای-ایم-ایف :-

کسی چالک میں الکٹران یا برقی چارج کے لگاتار بہاؤ کے لئے چالک کے سروں پر مضمر فرق قائم رکھنا ضروری ہے۔ یہ مضمر فرق برقی سیل یا ڈائنمو کی مدد سے قائم رکھا جاسکتا ہے۔ اس سیل یا ڈائنمو کا مقصد چالک سے ہوکر چارج کے بہنے کے لئے توانائی سپلائی کرتا ہے۔ چونکہ سرکٹ کے اندر کسی مقام پر چارج اکٹھا نہیں ہونے پاتا اس لئے چالک سے ہوکر بہنے والا چارج سیل کے باہر مثبت قطب A سے منفی قطب B کی طرف بہتا ہے اور سیل کے اندر قطب B سے قطب A کی طرف بہتا ہے۔ اس طرح برقی سرکٹ مکمل ہوجاتا ہے۔ کسی اکائی چارج کو ایک بند سرکٹ کے چاروں طرف مکمل طور پر لے جانے پر کئے گئے کام کو ماخذ (سیل) کی برقی محرک قوت (ای۔ ایم۔ الیف) کہتے ہیں۔ سرکٹ میں کسی چالک کے نقطہ A سے B تک اکائی چارج کو لے جانے میں کیا گیا کام ان نقطوں کے درمیان کا مضمر فرق کہلاتا ہے۔

چونکہ متحرک الکٹران سے کرنٹ بنتی ہے اس لئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ ای۔ ایم۔ الیف وہ ہے جو کرنٹ کو بہائے یا بہانے کی کوشش کرے۔ کسی بیٹری کا ای۔ ایم۔ الیف ایک مرکز گریز پمپ کے پریشر ہیڈ کے مشابہ مانا جاسکتا ہے۔ تجربہ سے ہم کو معلوم ہے کہ کسی پائپ کے اندر پانی کا بہاؤ پریشر ہیڈ کے اوپر منحصر ہوتا ہے۔ یہ پائپ کے لمبائی، سائز (عرضی تراش) اور اس کی اندرونی سطح کی حالت پر بھی منحصر ہوتا ہے کیونکہ پائپ پانی کے بہاؤ میں مزاحمت پیدا کرتا ہے۔ کسی خاص پریشر ہیڈ پر پتلے پائپ سے چوڑے پائپ کے مقابلہ میں کم پانی بہتا ہے، زیادہ کھردرے پائپ سے چکنے پائپ کے مقابلہ میں کم پانی

بہتا ہے اور لمبے پائپ سے چھوٹے پائپ کے مقابلہ میں کم پانی بہتا ہے۔ پائپ سے پیدا ہونے والی مزاحمت بہت سی باتوں پر مثلاً پائپ کی لمبائی، عرضی تراش رقبہ اور اندرونی سطح کی چکناہٹ پر منحصر ہوتی ہے۔ پائپ سے خارج ہونے والی پانی کی کرنٹ کا انحصار پریشر ہیڈ پر ہے اور یہ مزاحمت کے الٹے تناسب میں ہوتی ہے۔

عام طور سے کسی تار یا دیگر چالکوں سے بہنے والی کرنٹ انہیں اصولوں کی پابند ہوتی ہے جن کی پابندی پائپ سے بہنے والا پانی کرتا ہے۔ کسی چالک سے بہنے والی کرنٹ سرکٹ پر لگائے گئے ای۔ ایم۔ ایف (یا وولٹیج) کے متناسب ہوتی ہے اور چالک کی لمبائی، عرضی تراش اور اس کی قسم پر بھی منحصر ہوتی ہے۔ چالک بھی کرنٹ کے بہاؤ میں مزاحمت ڈالتا ہے جیسا کہ پائپ پانی کے بہاؤ میں۔ چالک کی مزاحمت بھی اس کی لمبائی، عرضی تراش اور اس کے مادے پر منحصر ہوتی ہے۔ اگر مزاحمت زیادہ ہو تو مخصوص لگائے گئے وولٹیج کے لئے سرکٹ میں کرنٹ کم ہوگی اور اگر مزاحمت کم ہو تو کرنٹ زیادہ ہوگی۔
ای۔ ایم۔ الیف کو بھی وولٹ میں ناپا جاتا ہے۔

2.2۔ مزاحمت :

کسی چالک کی وہ خصوصیت جو کسی برقی سرکٹ میں کرنٹ کے بہاؤ کی مخالفت کرے چالک کی مزاحمت کہلاتی ہے۔

میکانکی نظام میں رگڑ کی وجہ سے توانائی ضائع ہوتی ہے اور رفتار کم ہو جاتی ہے۔ برقی سرکٹ میں مزاحمت برقی توانائی کو حرارت کی شکل میں ضائع کرتی ہے اور کرنٹ کم ہو جاتی ہے۔ مزاحمت پیدا کرنے والے چالکوں کو 'مزاحمہ' یا اکثر اوقات صرف مزاحمت بھی کہتے ہیں۔

مزاحمت کی اکائی اوم (Ω) ہے جسے جرمن ماہر طبیعیات جارج سائمن اوم کے نام پر رکھا گیا ہے۔ انہوں نے اوم قانون کی دریافت کی۔ بین الاقوامی اسٹینڈرڈ اوم کی تعریف $0°c$ (سلسیس) پر یکساں عرضی تراش والے پارہ کے کالم کی مزاحمت سے کی جاتی ہے جس کی لمبائی 106.3 سینٹی میٹر ہو اور کمیت 14.4521 گرام ہو۔

کسی بھی چالک کی مزاحمت:۔

(i) اس کی لمبائی کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے۔ ($R \propto l$)

(ii) عرضی تراش کے الٹے تناسب میں ہوتی ہے۔ ($R \propto \frac{1}{A}$)

(iii) اس کے مادے پر منحصر ہوتی ہے۔

چنانچہ ہم لکھ سکتے ہیں :-

$$R \propto \frac{l}{A}$$

$$\text{or} \quad R = \rho \times \frac{l}{A} \quad \text{——— } 10$$

جہاں ρ ایک مستقلہ ہے جسے نوعی مزاحمت یا مزاحمیت کہتے ہیں۔ چونکہ عام طور سے چالک کا عرضی تراش دائری ہوتا ہے اس لئے

$$A = \pi r^2$$

لہٰذا

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi r^2} \quad \text{——— } 11$$

مساوات 10 کی مدد سے

$$\rho = R \cdot \frac{A}{l} \quad \text{——— } 12$$

اگر $A = 1$ مربع سینٹی میٹر ، $l = 1$ سینٹی میٹر ہو تو

$$\rho = R$$

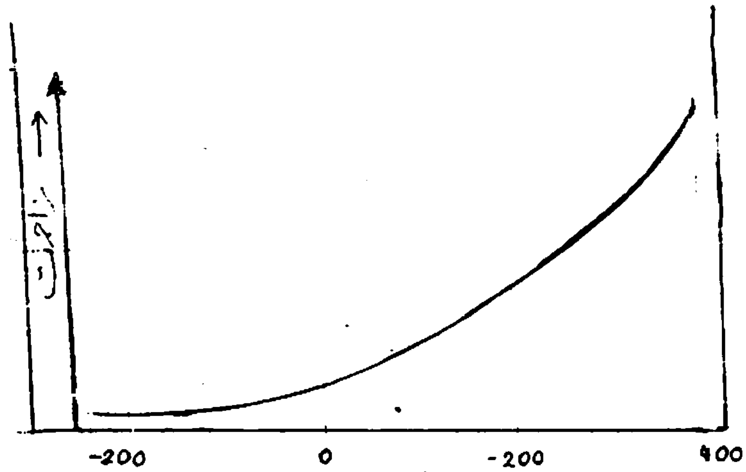
لہٰذا کسی بھی مادے کا ایک مکعب سینٹی میٹر جتنی مزاحمت پیدا کرتا ہے اسے اس مادے کا نوعی مزاحمت کہتے ہیں۔ اس کی اکائی اوم۔سینٹی میٹر ہے کیونکہ

$$\rho = R \cdot \frac{A}{l} = R \cdot \frac{l^2}{l} = R \cdot l = \text{Ohm} \times \text{cm.}$$

نوعی مزاحمت بھی مادے کی طبعی اور کیمیائی حالات پر منحصر ہوتی ہے۔ مادے کو سخت بنانے اور کمانے طریق کے لحاظ سے تبدیل ہو جاتی ہے۔

2.3۔ مزاحمت کا تاپ ضربیہ : کسی شے کی مزاحمت اس کی لمبائی، رقبہ اور مادے پر ہی منحصر نہیں ہوتی بلکہ اس کا انحصار تاپ پر بھی ہوتا ہے۔

شکل 6 میں دئے گئے گراف سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کس طرح سے زیادہ تر دھاتوں کی مزاحمت تاپ کے ساتھ بالعموم بڑھتی ہے۔ زیادہ تاپ پر مزاحمت نہ صرف بڑھتی ہے



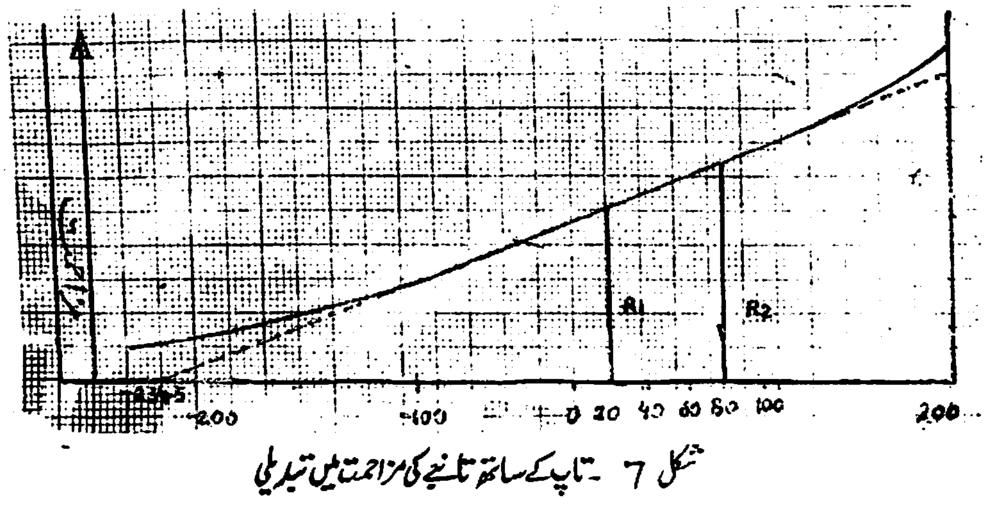
شکل 6 ۔ مزاحمت کا تاپ پر انحصار

بلکہ اس کے بڑھنے کی شرح بھی زیادہ ہوتی ہے۔

کاربن کی مزاحمت تاپ بڑھنے کے ساتھ تھوڑی کم ہو جاتی ہے۔ رقیق چالک محلول کی مزاحمت تاپ بڑھنے پر تیزی سے کم ہوتی ہے اور نیم چالک اشیاء مثلاً جرمینیم اور دھاتوں کے آکسائڈ کی مزاحمت تاپ بڑھنے پر بہت تیزی سے گھٹتی ہے۔

تجربات سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کم تاپ کی حدود میں خالص دھات کی مزاحمت تاپ کے ساتھ سیدھے تناسب میں ہوتی ہے۔

شکل 7 میں تاپ کے ساتھ تانبے کی مزاحمت کی تبدیلی کو دکھایا گیا ہے۔ گراف تقریباً ایک

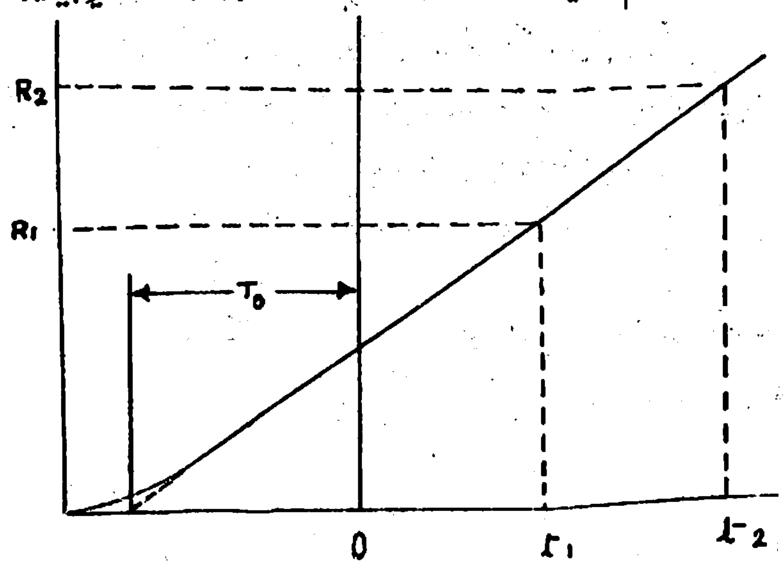


شکل 7 ۔ تاپ کے ساتھ تانبے کی مزاحمت میں تبدیلی

خط مستقیم ہے اس خط کو بائیں جانب بڑھانے پر یہ تاپ محور سے $-234.5^{\circ}C$ پر ملتا ہے۔
جو مطلق تاپ ($-273^{\circ}C$) سے اوپر ہے۔ چونکہ عام طور سے تاپ کی تبدیلی میں دلچسپی صفر درجہ
سے اوپر $20^{\circ}C$ سے چند سو ڈگری تک ہوتی ہے۔ اس لئے عام حالات کے لئے خط مستقیم
تبدیلی کو فرض کیا جاسکتا ہے۔ اگر $t_2^{\circ}C$ پر چالک کی مزاحمت R_2 اور t_1 پر R_1
ہو تو مشابہ مثلثوں کی مدد سے

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T_0+t_2}{T_0+t_1} \quad or \quad R_2 = \frac{R_1\,(T_0+t_2)}{T_0+t_1} \quad \text{—13}$$

جہاں T_0 تاپ مقطوعہ ہے۔ T_0+t_2 اور T_0+t_1 کو t_2 اور t_1 کے مطابق ظاہری
مطلق تاپ کہہ سکتے ہیں۔ اس طرح اگر ہمیں R_1، t_1 اور T_0 معلوم ہو تو مساوات 13 سے
کسی تاپ t_2 پر ہم چالک کی مزاحمت معلوم کر سکتے ہیں۔
شکل 8 میں خم کے سیدھے حصہ کا ڈھال اگر m سے ظاہر کیا جائے تو تشریحی جیومیٹری



شکل 8 ۔ مزاحمت کا تاپ ضریبہ معلوم کرنا

کی مدد سے

$$R_2 = R_1 + m(t_2 - t_1)$$

لیکن

$$m = \frac{R_1}{T_0+t_1}$$

اس لئے

$$R_2 = R_1 + \frac{R_1}{T_0+t_1}(t_2 - t_1)$$

$$= R_1\left[1+\frac{1}{T_0+t_1}(t_2 - t_1)\right]$$

کسر $\frac{1}{T_0+t_1}$ کو عام طور سے α صرف سے لکھتے ہیں اور اسے مزاحمت کا تاپ ضربیہ کہتے ہیں۔ اس طرح

$$\alpha = \frac{1}{T_0+t_1} \text{———— } 14 \quad \text{مساوات}$$

اور

$$R_2 = R_1\left[1+\alpha(t_2 - t_1)\right] \text{——} 15$$

یہ بات قابل غور ہے کہ مساوات (15) میں آنے والی α کی قدر تاپ t_1 سے مطابقت رکھنی چاہیئے جس پر کہ مزاحمت R_1 معلوم ہے۔

مثال کے طور پر تانبے کی مزاحمت R_{20} اگر تاپ t_{20} (20C) پر معلوم ہو تو

$$\alpha_{20} = \frac{1}{234.5+20} = .00393$$

اور کسی دوسرے تاپ t پر چالک کی مزاحمت R_t مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$R_t = R_{20}\left[1+0.00393(t - 20)\right]$$

مثال:۔

المونیم کے ایک ٹکڑے کی مزاحمت 20°C پر 0.26 ohm ہے۔ گرمیوں میں اس کی مزاحمت کیا ہوگی جبکہ تاپ 110 F ہو؟ (المونیم کے لئے $\alpha_{20} = 0.00403$)

$$110\,F = \frac{5(110-32)}{9} = 43.3^\circ C$$

$$R_t = 0.26\left[1+0.00403(43.3-20)\right]$$

$$R_t = 0.285\ \Omega$$

ٹیبل 1 : میں چند اشیا کی نوعی مزاحمت اور مزاحمت تاپ ضربیہ دی گئی ہے۔

ٹیبل ا

شے	نوعی مزاحمت (ρ) 0°C پر	مزاحمت تاپ ضربیہ (α) (0°C سے 100°C کی حد میں)
	(اوم سینٹی میٹر) $\times 10^{-6}$	$\times 10^{-4}$
المونیم	2.45	45
تانبہ	1.56	43
سونا	2.04	40
لوہا	8.9	65
سیسہ	19.0	42
پارہ	94.1	10
پلیٹینیم	9.8	39.2
چاندی	1.51	41.0
ٹنگسٹن	4.9	48.0
جستہ	5.5	42.0
کانسٹینٹن	49	± 0.4
میگنن	41.5	± 0.1
نائکروم	108	0.8
پلیٹینیم ایریڈیم	24.8	13

2.4۔ مفاہمت :۔ مزاحمت اور مفاہمت ایک دوسرے کے مقلوب الفاظ ہیں۔ کرنٹ کے بہاؤ میں کوئی سرکٹ جتنی مخالفت پیدا کرتا ہے اس کو مزاحمت کہتے ہیں لیکن مفاہمت کسی سرکٹ کے ذریعہ کرنٹ کے

بہاؤ میں دی گئی معاونت کو کہتے ہیں۔ اچھے چالک کی مفاہمت بہت زیادہ ہوتی ہے اور مزاحمت کم ہوتی ہے جبکہ ایک خراب چالک کی مفاہمت کم اور مزاحمت زیادہ ہوتی ہے۔ کسی سرکٹ کی مفاہمت چالک کے رقبہ کے سیدھے تناسب اور اس کی لمبائی کے الٹے تناسب میں ہوتی ہے۔ مزاحمت کی طرح یہ بھی چالک کے مادے کی طبعی اور کیمیائی خصوصیات اور تاپ پر منحصر ہوتی ہے۔ مفاہمت کرنٹ کثافت کے تغیر پر بھی منحصر ہوتی ہے۔

اگر کسی سرکٹ کی مفاہمت کو G سے ظاہر کریں اور اس کی مزاحمت کو R سے تو ہم یہ لکھ سکتے ہیں کہ

$$G = \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho l} = \frac{\gamma A}{l} \quad \text{———} \quad 16$$

جہاں $\gamma = \frac{1}{\rho}$ دیے ہوئے تاپ پر چالک کے مادے کی چالکتا ہے۔ مفاہمت کی عملی اکائی مقلوب اوم یعنی مہو ہے۔

چالکتا:۔ کسی شے کی برقی چالکتا اس شے کے ایک اکائی لمبے اور اکائی عرضی تراش رقبہ والے ٹکڑے کے سروں کے درمیان ناپی گئی مفاہمت کے برابر ہوتی ہے۔ یہ مزاحیت کی مقلوب ہوتی ہے اور اس کو γ حرف سے ظاہر کرتے ہیں [مساوات (16)]۔ چالکتا کو مہو فی سینٹی میٹر، مہو فی انچ، مہو فی میٹر میں لکھتے ہیں۔

2.5۔ اوم کا قانون:۔

1826 میں ایک جرمن ماہر ریاضیات و طبیعیات جارج سائمن اوم نے ای۔ایم۔ایف (وولٹیج)، کرنٹ اور مزاحمت کے درمیان ایک رشتہ دریافت کیا جسے اوم کا قانون کہتے ہیں۔

کسی چالک سے ہو کر بہنے والی کرنٹ چالک کے سروں کے درمیان وولٹیج کے سیدھے متناسب ہوتی ہے اور اس کی مزاحمت کے الٹے متناسب ہوتی ہے۔ یعنی

کرنٹ = مفمر فرق / مزاحمت

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{———} \quad 17$$

مساوات 17 کو مندرجہ ذیل متبادل شکلوں میں رکھا جا سکتا ہے۔

$$E = IR \quad \text{———} \quad 18$$

یا $R = \frac{E}{I}$ ———— 19

مساوات ۱۶ کا اطلاق پورے سرکٹ کے لئے بھی ہو سکتا ہے۔ ایسی حالت میں E اس سرکٹ پر لگایا ہوا ای۔ ایم۔ ایف اور R سرکٹ کی پوری مزاحمت کو ظاہر کرے گا۔

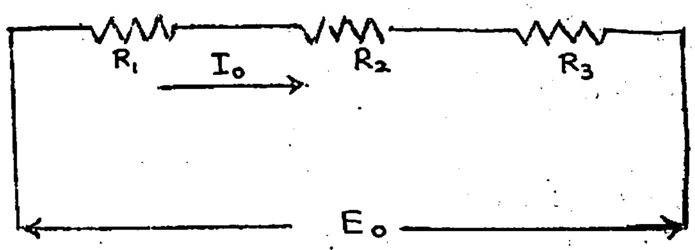
E، I اور R کی عملی اکائیوں پر اگر غور کریں تو

$$1\ \text{اوم} = \frac{1\ \text{وولٹ}}{1\ \text{ایمپیر}}$$

اس طرح مساوات 17، 18 اور 19 کی مدد سے کسی سرکٹ یا اس کے حصہ میں بہنے والی کرنٹ، پورے سرکٹ یا کسی حصہ کی مزاحمت یا لگائے ہوئے وولٹیج کو معلوم کرنے کے لئے کیا جا سکتا ہے۔

2.6۔ مزاحموں کی ترکیب:۔

(a) سلسلہ وار ترکیب:۔ چالکوں کو آپس میں کئی طرح سے جوڑا جا سکتا ہے۔ اگر بہت سے چالک جو اس طرح سے جوڑے جائیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے تو اس طرح کی ترکیب سلسلہ وار ترکیب کہلاتی ہے۔ مان لیا مزاحمے R_1، R_2، R_3 وغیرہ شکل 9 کے مطابق جڑے ہوئے ہیں۔



شکل [9]۔ سلسلہ وار جڑے مزاحمے

سلسلہ وار سرکٹ میں مشترکہ کرنٹ I_0 سرکٹ کے ہر حصہ میں بہتی ہے۔ سرکٹ پر عائد مضمر فرق E_0 سبھی مزاحموں سے ہو کر کرنٹ کو بہاتا ہے اور یہ بہت سے مضمر گراد کے مجموعوں کے

برابر ہوتا ہے ۔ اس طرح اوم کے قانون کے مطابق

$$E_0 = I_0 R_1 + I_0 R_2 + I_0 R_3$$

$$= I_0 (R_1 + R_2 + R_3)$$

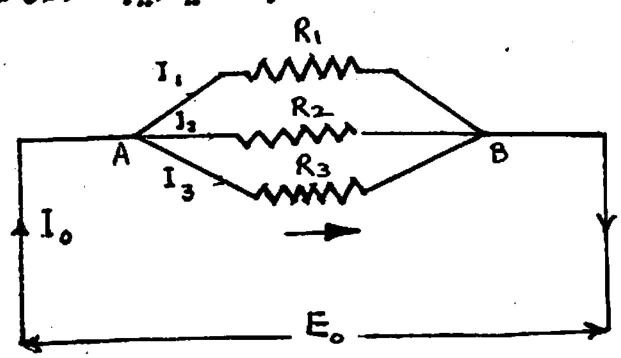
$$= I_0 R_0$$

$$\therefore \quad R_0 = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{——— 20}$$

$$= \Sigma R$$

مزاحمہ R تمام مزاحموں R_1، R_2 اور R_3 وغیرہ کا مرادف مزاحمہ کہلاتا ہے۔
لہذا سلسلہ وار جڑے ہوئے مزاحموں کا مرادف مزاحمہ ان سبھی مزاحموں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

(ب) **متوازی ترکیب :-** اگر چالکوں کو شکل ۱۰ میں دکھائے گئے طریقہ سے جوڑا جائے تو یہ ترکیب، متوازی ترکیب



شکل ۱۰ ۔ مزاحموں کی متوازی ترکیب

کہلاتی ہے۔ متوازی سرکٹ میں عائد مضمر فرق ہر برانچ کے لئے ایک ہی ہوتا ہے لیکن I_0 جنکشن A پر مختلف حصوں میں بٹ جاتی ہے۔ جو B جنکشن پر مل کر I_0 کے برابر ہو جاتی ہے۔

چنانچہ

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= \frac{E_0}{R_1} + \frac{E_0}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

یا $$\frac{I_0}{E_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

یا $$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{—— 21}$$

$$= \Sigma \frac{1}{R}$$

جہاں R_0 سرکٹ کا مترادف مزاحمہ ہے۔ اس طرح

$$R_0 = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \quad \text{—— 22}$$

لہذا متوازی ترکیب میں جڑے مزاحموں کے مترادف مزاحمہ کا مقلوب مختلف مزاحموں کے مقلوب کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

چونکہ مزاحمہ کا مقلوب مفاہمت کہلاتا ہے اس لئے مساوات 21 کو مندرجہ ذیل طریقہ پر بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$G_0 = G_1 + G_2 + G_3 \quad \text{—— 23}$$

اس لئے متوازی ترکیب میں جڑے بہت سے چالکوں کی مترادف مفاہمت (G_0) ان چالکوں کی الگ الگ مفاہمت کے مجموعہ کے برابر ہوتی ہے۔

اگر متوازی ترکیب میں صرف دو مزاحمے جڑے ہوں تو ان کا مترادف مزاحمہ

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

اگر $R_1 = .01\,\Omega$ اور $R = 5\,\Omega$ تو

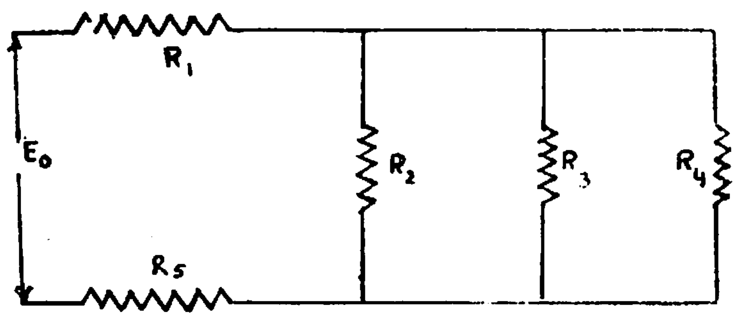
$$R = \frac{5 \times .01}{5 + .01} = \frac{.05}{5.01}$$

$$= .01\,\Omega$$

اس لئے مرادف مزاحمت ان دونوں میں سب سے کم مزاحمت سے بھی چھوٹی ہے۔

(C) **سلسلہ وار۔متوازی ترکیب:۔** اس طرح کی ترکیب سلسلہ وار اور متوازی گروپوں کو ملا کر بنتی ہے۔

شکل 11 میں سلسلہ وار۔متوازی ترکیب میں جڑے چالک دکھائے گئے ہیں۔اس طرح

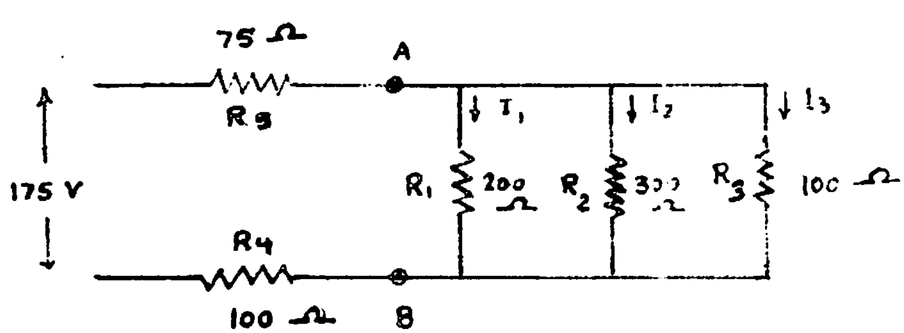


شکل 11 ۔سلسلہ وار۔متوازی ترکیب

کے سرکٹ کو حل کرنے کے لئے متوازی گروپ کے مزاحموں کا مترادف مزاحمہ معلوم کر لیتے ہیں۔پھر اس مترادف مزاحمہ کو سلسلہ وار مزاحموں سے جوڑ کر کل مترادف مزاحمہ معلوم کر لیتے ہیں۔

سلسلہ وار۔متوازی ترکیب میں مرادف مزاحمت نکالنا:۔

مثال۔ شکل 12 میں دئے گئے سرکٹ میں I_1، I_2، I_3 اور I_T معلوم کرو۔



شکل 12 ۔سلسلہ وار متوازی سرکٹ

حل:- مزاحموں R_1 ، R_2 ، R_3 کا مترادف مزاحمہ پہلے معلوم کرتے ہیں۔

$$R = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} = \frac{1}{1/200 + 1/300 + 1/100}$$

$$= \frac{1}{0.005 + 0.00333 + 0.01} = \frac{1}{0.01833}$$

$$= 54.5 \ \Omega$$

اب R ، R_4 اور R_5 سلسلہ وار ترکیب میں آگئے۔ اس لئے کل مترادف مزاحمہ

$$R_t = R + R_4 + R_5 = 54.5 + 100 + 75$$

$$= 229.5 \ \Omega$$

$$\therefore \ I_t = \frac{E_o}{R_t} = \frac{175}{229.5} = 0.763 \text{ Amp}$$

اب متوازی سرکٹ کے مترادف مزاحمہ کے سروں پر مضمر گراؤ معلوم کرتے ہیں۔

$$E = R_t t = 54.5 \times .763 = 41.6 \text{ Volts}$$

یہ مضمر فرق 41.6 volts سبھی برانچ مزاحموں R_1 ، R_2 اور R_3 کے سروں پر ہے۔ اس لئے برانچ کرنٹ I_1 ، I_2 ، I_3 کی قیمت مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{41.6}{200} = 0.208 \text{ Amp.}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{41.6}{300} = 0.139 \text{ Amp.}$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{41.6}{100} = 0.416 \text{ Amp.}$$

تینوں برانچ کرنٹ کا مجموعہ

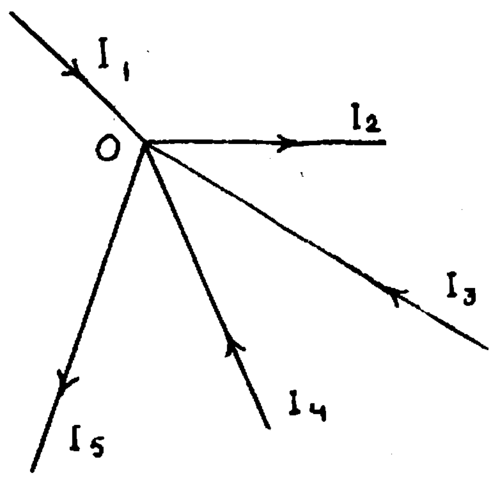
$$0.208 + 0.139 + 0.416 = 0.763 \text{ Amp.}$$

ہے جو کل کرنٹ I_T کے برابر ہے۔

2.7۔ کرچاف قوانین:۔

جب چالک اس طرح آپس میں جڑے ہوں کہ انہیں بہ آسانی سلسلہ دار یا متوازی ترکیبوں میں نہ تخفیف کیا جا سکے تو ایسے پیچیدہ سرکٹ میں مجموعی مزاحمت یا کسی حصہ میں کرنٹ کو معلوم کرنے کے لئے کرچاف قوانین کا استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ قوانین دو حصوں میں منقسم ہیں۔

(I) کسی سرکٹ میں کسی ایک نقطہ پر ملنے والی تمام کرنٹ کا الجبری جوڑ صفر ہوتا ہے۔ چونکہ سرکٹ میں کسی نقطہ پر چارج کا اجتماع نہیں ہوتا ہے اس لئے نقطہ کی طرف بہنے والی کل کرنٹ اس سے دور جانے والی کل کرنٹ کے برابر ہو گی۔ شکل 13 میں O نقطہ پر ملنے والی کرنٹ کے درمیان یہ رشتہ ہو گا۔



شکل 13 ۔ کرچاف کا پہلا قانون

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

یا $$\Sigma I = 0 \quad \text{———} \quad 24$$

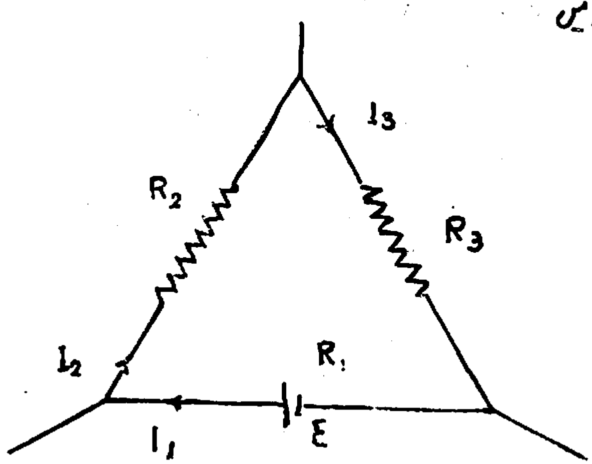
مثبت نشان ان کرنٹ کو دیا جاتا ہے جو نقطہ کی طرف بہتی ہوں اور منفی نشان ان کو دیا جاتا

ہے جو نقطہ سے دور بہتی ہوں ۔

(ii) کسی بھی بند سرکٹ میں تمام ای ۔ ایم ۔ ایف اور مضمر فرق کا الجبری جوڑ صفر ہوتا ہے ۔ یعنی

$$\Sigma E = 0$$

اس بیان سے مراد یہ ہے کہ کسی بھی سادہ لوپ میں ہر حصہ کی مزاحمت اور کرنٹ کے حاصل ضرب کا مجموعہ اس میں موجود کل ای ۔ ایم ۔ ایف کے برابر ہوتا ہے ۔ یہ قانون کسی بھی پیچیدہ سرکٹ میں اوہم کے قانون کو استعمال کرنے کا طریقہ بتاتا ہے ۔
شکل ۱۴ میں



شکل 14 ۔ کرچاف کا دوسرا قانون

$$I_1 . R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = E$$

$$\text{یا} \quad \Sigma IR = \Sigma E \text{———} 25$$

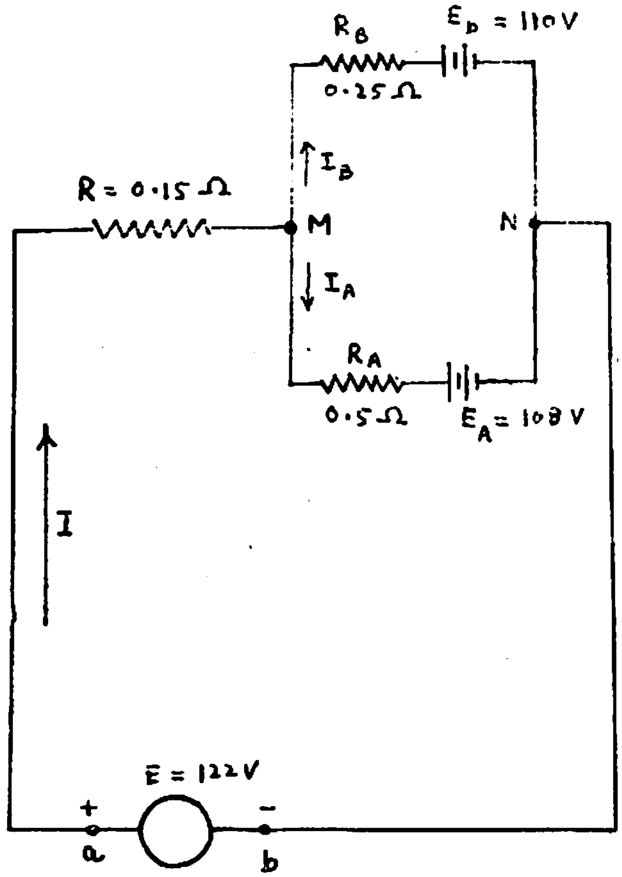
پہلا قانون کمیت کی برقراریت کے اصول کا ایک بیان ہے ۔ کیونکہ یہ بتاتا ہے کہ سرکٹ میں کسی نقطہ پر اکائی وقت میں داخل ہونے والی برق کی مقدار اس سے نکلنے والی برق کی مقدار کے برابر ہوتی ہے ۔

دوسرے الفاظ میں سرکٹ میں کہیں بھی کرنٹ کی زیادتی یا کمی نہیں ہے ۔

دوسرا قانون توانائی کی برقراریت کے اصول کا ایک بیان ہے۔ دراصل یہ قانون یہ بتاتا ہے کہ کسی بند سرکٹ میں فی اکائی مقدارِ برق حاصل شدہ توانائیوں کا الجبری جوڑ صفر کے برابر ہوتا ہے۔

کرچاف قوانین کا استعمال مندرجہ ذیل مثال سے سمجھا جاسکتا ہے۔

مثال:۔ دیے گئے سرکٹ میں [شکل 15] کرنٹ I، I_A اور I_B معلوم کیجیے۔



[شکل 15]

حل:۔ جنکشن c پر کرچاف کرنٹ قانون لگانے پر

$$I - I_A - I_B = 0$$

یا $\quad I = I_A + I_B$ ——— (i)

لوپ acdfb اور acefb کے لئے وولٹیج مساوات لکھنے پر

$$+122 - 0.15(I_A + I_B) - 0.5\, I_A - 108 = 0 \text{ ——— (ii)}$$

$$+122 - 0.15(I_A + I_B) - 0.25\, I_B - 110 = 0 \text{ ——— (iii)}$$

مساوات ii اور iii سے صاف ظاہر ہے کہ

$$.5\, I_A + 108 = .25\, I_B + 110$$

$$\therefore\ I_A = \frac{2 + .25\, I_B}{.5} = 4 + 0.5\, I_B \text{ ——— (iv)}$$

I_A کی قیمت مساوات (ii) میں رکھنے پر

$$122 - 0.15(4 + 0.5\, I_B) - 0.15\, I_B - 0.25\, I_B - 110 = 0$$

یا $\quad 122 - 0.6 - 0.075\, I_B - 0.15\, I_B - 0.25\, I_B - 110 = 0$

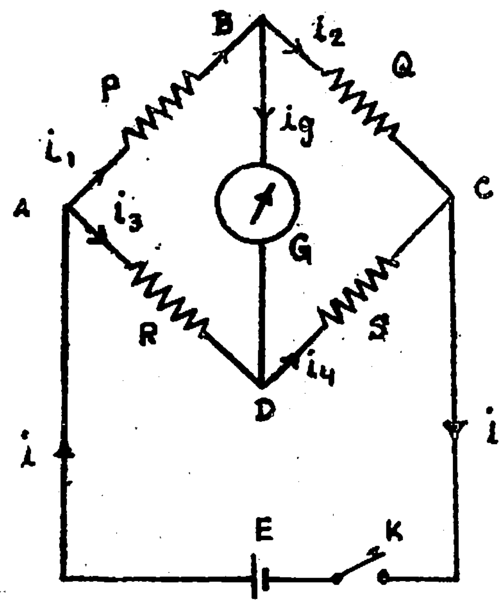
$$\therefore\ I_B = \frac{11.4}{.475} = 24 \text{ amp.}$$

$$\therefore\ I_A = 4 + 0.5 \times 24 = 16 \text{ amp.}$$

$$\therefore\ I = I_A + I_B = 24 + 16 = 40 \text{ amp.}$$

2.8۔ ہویٹ اسٹون برج:۔ ایک پیچیدہ سرکٹ جس سے ہمارا واسطہ اکثر پڑتا ہے ہویٹ اسٹون برج ہے ۔

اس میں چار مزاحمے P، Q، R اور S شکل 16 میں دکھائے گئے طریقہ پر جڑے ہوئے ہیں۔ دو مخالف جنکشنوں کے درمیان بیٹری E اور گلوینو میٹر G جڑے ہوئے ہیں۔ مان لیا گلوینو میٹر و برج کے مختلف حصوں میں بہنے والی کرنٹ شکل میں دکھائی گئی ہے ۔



شکل 16 - ہویٹ اسٹون برج

مان لیا ہمیں برج کے توازن کی حالت نکالنی ہے۔
نقطہ B اور D پر کرچاف کا پہلا قانون لگانے پر

$$i_1 = i_2 + i_g \quad \text{———} \quad (i)$$

$$i_4 = i_g + i_3 \quad \text{———} \quad (ii)$$

کرچاف کا دوسرا قانون لوپ ABDA اور ABCDA لگانے پر

$$i_1 P + i_g G - i_3 R = 0$$

$$i_1 P + i_2 Q - i_4 S - i_3 R = 0$$

برج کے توازن کی حالت میں نقطے B اور D ایک ہی مضمر پر ہوں گے یعنی BD برانچ
میں کوئی کرنٹ نہیں ہوگی لہذا $i_g = 0$ اس لئے

$$i_1 = i_2$$
$$i_3 = i_4$$
$$i_1 P = i_3 R$$
$$\text{یا}\quad i_1(P+Q) = i_3(R+S)$$
$$\therefore \frac{P+Q}{P} = \frac{R+S}{R}$$
$$\text{یا}\quad 1+\frac{Q}{P} = 1+\frac{S}{R}$$
$$\text{یا}\quad \frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \quad \text{———} \quad 26$$

اس طرح گلوینومیٹر میں صفر انفراج کے لئے

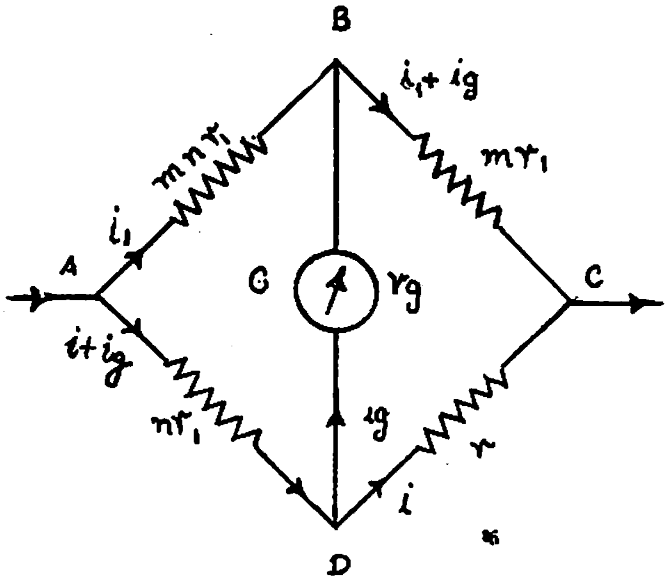
$$P : Q :: R : S$$

یہی برج کے توازن کی شرط ہے۔

2.9۔ ہویٹ اسٹون برج کا حساس پن:۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ برج کے توازن کی حالت میں اس کے چاروں بازوں کے مزاحموں میں ایک تناسب ہوتا ہے۔ لیکن اگر برج تھوڑا بھی توازن سے ہٹا تو گلوینومیٹر میں بہنے والی کرنٹ اتنی کمزور ہو سکتی ہے کہ اس کی شناخت نہ ہو سکے۔ دوسرے الفاظ میں ہم یہ کہیں گے کہ برج زیادہ حساس نہیں ہے۔ اس سے یہ ظاہر ہے کہ برج جتنا زیادہ حساس ہوگا اتنا ہی صحیح اس کا توازن نکالا جا سکتا ہے۔ اگر ہم بیٹری اور گلوینومیٹر کے مقام کو بدل دیں تو اس کے معدوم نقطہ پر کوئی اثر نہیں ہوگا لیکن ان دونوں حالتوں میں برج کی حساسیت وہی نہیں رہے گی۔ پروفیسر ایچ۔ ایل۔ کلینڈر نے برج کے حساس پن کے مسئلہ کو مندرجہ ذیل طریقہ سے حل کیا ہے۔

مان لیا r غیر معلوم مزاحمہ ہے اور اس سے ہو کر بہنے والی کرنٹ i ہے۔ مان لیا کہ بازو AD ، BC اور AB کے مزاحمے بالترتیب nr_1 ، mr_1 اور mnr_1 ہیں۔ مان لیا کہ AB بازوں میں کرنٹ i_1 اور BD میں i_g ہے۔ اس لئے AD بازوں میں کرنٹ $i_g + i$ ہوگی اور BC میں $i_g + i_1$ ہوگی [شکل 17]

مزاحموں کی قدروں کے لحاظ سے برج کی شرط پوری ہوگی اگر $r = r_1$ ہو۔



شکل 17 - ہویٹ اسٹون برج کا حساس پن

کیونکہ

$$\frac{mnr}{nr} = \frac{mr}{r} = m$$

(r کو r_1 کے برابر رکھنے پر)

اسی طرح اگر $r_1 = r$ تو برج متوازن ہوگا۔ اس لئے فرق $r_1 - r$ برج کے توازن میں کمی بتاتا ہے۔ یعنی یہ فرق جتنا ہی زیادہ ہوگا برج متوازن حالت سے اتنا ہی دُور ہوگا۔ برج سب سے زیادہ حساس اس وقت تصور کیا جائے گا جب $r_1 - r$ کی قیمت بہت کم ہونے پر بھی گلوینومیٹر میں انفراج بہت زیادہ ہو۔

کرچاف کا دوسرا قانون لوپ ABDA اور BCDB میں لگانے پر

$$i_1\, mnr_1 - i_g r_g - (i + i_g)\, nr_1 = 0 \quad \text{—— (a)}$$

$$i r - (i_1 + i_g)\, mr_1 - i_g r_g = 0 \quad \text{—— (b)}$$

ان مساوات کو دوبارہ ترتیب دینے پر

$$i_1 m n r_1 - i_g (r_g + n r_1) - i n r_1 = 0 \quad \text{—— (c)}$$

$$- i_1 m r_1 - i_g (r_g + m r_1) + i r = 0 \quad \text{—— (d)}$$

مساوات (d) کو n سے ضرب کرکے مساوات (c) میں جوڑنے پر

$$i n (r - r_1) - i_g [n (r_g + m r_1) + (r_g + n r_1)] = 0$$

$$\text{یا} \quad \frac{i_g}{i} = \frac{n (r - r_1)}{(1+n) r_g + n (1+m) r_1}$$

$$= \frac{r - r_1}{(1+\frac{1}{n}) r_g + (1+m) r_1} \quad \text{—— 27}$$

دئے گئے توازن کی کمی $(r - r_1)$ کے لئے زیادہ حساس پن اس وقت حاصل ہوگا جب $\frac{i_g}{i}$ زیادہ ہو۔ اس کے لئے

(i) i کو زیادہ ہونا چاہیئے

(ii) r_g کو چھوٹا ہونا چاہیئے

(iii) n کو بڑا ہونا چاہیئے

(iv) m کو چھوٹا ہونا چاہیئے

لیکن کرنٹ لا انتہا حد تک بڑھایا نہیں جاسکتا کیونکہ اس سے مزاحمہ کوائل گرم ہوجائینگی اور ان کی مزاحمت تبدیل ہوجائے گی۔ یہ بات اس وقت زیادہ اہم ہوتی جب ناپے جانے والا مزاحمہ باقی تین بازوؤں کے مزاحموں سے مختلف مادے کا بنا ہو۔ حساس پن گلوینومیٹر کی مزاحمت کم کرنے سے بھی بڑھ جاتا ہے۔ یہ کمی گلوینومیٹر کوائل میں پھیروں کی تعداد کم کرکے کی جاسکتی ہے لیکن اس سے خود گلوینومیٹر کی حساسیت کم ہوجاتی ہے۔

جب n بڑھتا ہے اور m گھٹتا ہے تو ایک ایسی حد آسکتی ہے جب $n = \infty$ اور $m = 0$ ہوجائے۔ ایسی حالت میں

$$\frac{i_g}{i} = \frac{r - r_1}{r_g + r_1} \quad \text{—— 28}$$

اور یہ حساس پن کی مثالی شرط ہے جو ناقابل عمل ہے کیونکہ اگر $n = \infty$ تو بازو AB اور AD کی مزاحمت لاانتہا ہو جائے گی جس سے برج میں کرنٹ صفر ہو جائے گا اور چونکہ $m = 0$ بازو BC کی مزاحمت صفر ہو گی جس سے برج مقصور سرکٹ ہو جائے گا۔ اس طرح n کو بہت بڑا کرنے اور m کو بہت چھوٹا کرنے میں کوئی زیادہ فائدہ نہیں ہے۔ کیونکہ اگر $m = n = 1$ کر دیا جائے تو

$$\frac{i_g}{i} = \frac{r - r_1}{2(r_1 + r_g)} \qquad (29)$$

اور حساس پن مثالی حالت کے مقابلہ میں پھر بھی آدھا رہ جاتا ہے۔ اس لئے برج کو حساس بنانے کے لئے n کو ایک سے بڑا اور m کو ایک سے چھوٹا ہونا ضروری ہے۔

پروفیسر کلینڈر کے مطابق برج کو زیادہ حساس بنانے کے لئے مندرجہ ذیل اصول پر عمل کرنا چاہیئے۔

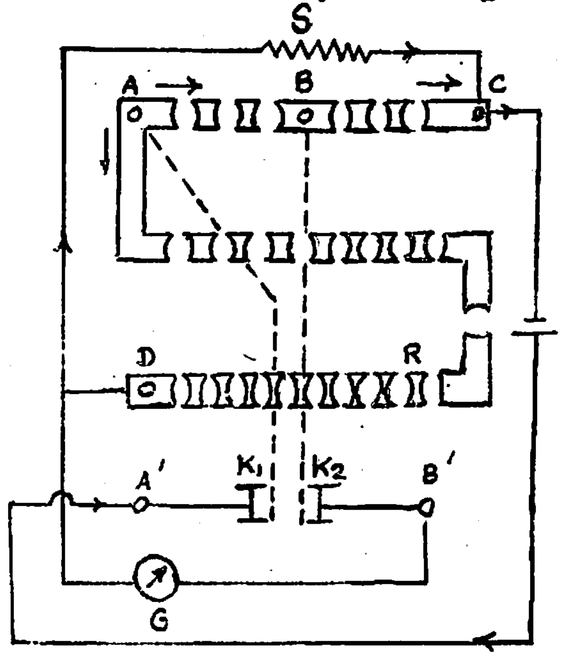
بیٹری کو اس طرح جوڑنا چاہیئے تاکہ نامعلوم مزاحمہ کے سلسلہ میں جڑا مزاحمہ اس کے متوازی مزاحمہ سے بڑا ہو۔ ایسا کرنے سے n بڑا ہوگا m سے اور نامعلوم مزاحمہ سے گذرنے والی کرنٹ بھی حتی الامکان کم ہو گی۔

یہ بات بآسانی دکھائی جا سکتی ہے کہ ہویٹ اسٹون برج کی کسی ترتیب میں گلوینومیٹر کے مزاحمت کی سب سے زیادہ موزوں قدر $r/2$ اور $2r$ کے درمیان واقع ہونی چاہیئے یعنی گلوینومیٹر کی مزاحمت نامعلوم مزاحمہ کے درجہ کی ہونی چاہیئے۔

ہویٹ اسٹون برج کا زیادہ حساس پن حاصل کرنے کے لئے ایک دوسرا اصول یہ ہے کہ گلوینومیٹر اور بیٹری میں سے جس کی مزاحمت زیادہ ہو اسے دو زیادہ اور دو کم قدر کے مزاحموں کے جنکشن کے بیچ جوڑنا چاہیئے۔ مثال کے طور پر اگر بازو AB اور BC کی مزاحمت زیادہ اور AD اور BC کی مزاحمت کم ہو تو گلوینومیٹر کو نقطے B اور D کے بیچ لگانا چاہیئے۔ بشرطیکہ گلوینومیٹر کی مزاحمت بیٹری سے زیادہ ہو بصورت دیگر بیٹری کو B اور D نقطوں کے درمیان اور گلوینومیٹر A اور C کے درمیان لگانا چاہیئے۔

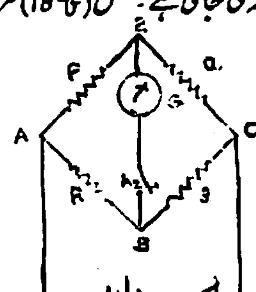
2.10۔ پوسٹ آفس بکس:۔ پوسٹ آفس بکس ہویٹ اسٹون برج کی ایک بدلی ہوئی آسان شکل ہے۔ ڈاک اور تار کے محکمہ میں اس کا استعمال ٹیلیگراف کے تاروں میں نقص معلوم کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔ اسی

وجہ سے اس کا نام پوسٹ آفس بکس ہے۔ تجربہ گاہ میں اسے کم یا زیادہ مزاحمت کی ناپ کے لئے استعمال کرتے ہیں۔ ایک بکس میں چار مزاحمے شکل (18 a) کے مطابق جڑے ہوتے



شکل 18 a ۔ پوسٹ آفس بکس

ہیں۔ P اور Q نسبت بازو ہیں۔ ان میں سے ہر ایک 10، 100 اور 1000 اوم کے سلسلہ وار جڑے مزاحمت کوائل ہوتے ہیں۔ بازو R کی مزاحمت معلوم ہوتی ہے جس میں 1 اوم سے 5000 اوم کے مزاحمت کوائل لگے ہوتے ہیں۔ غیر معلوم مزاحمت چوتھے بازو میں C اور D کے درمیان جوڑی جاتی ہے۔ شکل (18-b) مرادف ہویٹ اسٹون برج



شکل 18 b ۔ مرادف ہویٹ اسٹون برج

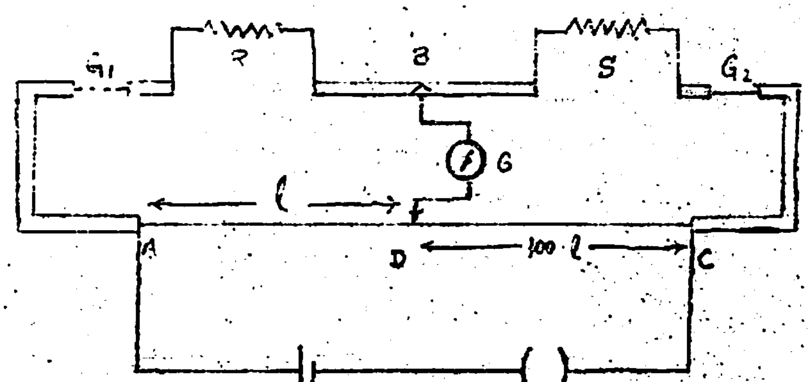
کو ظاہر کرتا ہے۔ دو داب کنجیاں K_1 اور K_2 ہوتی ہیں جن میں سے ایک بیٹری سرکٹ اور دوسری گلوینو میٹر سرکٹ کے لئے ہوتی ہے۔ Q بازو سے مزاحمت 10 اور P سے 10، 100، 1000 نکلنے سے ان بازوؤں کے مزاحموں کی نسبت 1:1، 10:1، 1000:1 ہو جاتی ہے۔ ایسی حالت میں گلوینو میٹر میں انفراج صفر ہونے پر R بازو کی مزاحمت نامعلوم مزاحمت کے برابر، اس کی دس گنی یا 100 گنی ہو گی۔ اسی طرح کم مزاحمت معلوم کرنے کے لئے P بازو سے 10 اور Q سے 10، 100 یا 1000 نکال لینے سے بازو نسبت 1، $\frac{1}{10}$، $\frac{1}{100}$ ہو جاتی ہے لہذا توازن کی حالت میں R بازو میں مزاحمت نامعلوم مزاحمت کے برابر، اس کی $\frac{1}{10}$ یا $\frac{1}{100}$ ہو گی۔ پہلے بیٹری کنجی کو دبانا چاہیئے اور گلوینو میٹر کنجی کو بعد میں تاکہ سرکٹ میں کرنٹ پوری طرح سے قائم ہو جائے ورنہ گلوینو میٹر کنجی کو بیٹری کنجی سے پہلے دبانے سے گلوینو میٹر میں ترغیبی جھٹکا لگے گا۔ گلوینو میٹر میں صفر انفراج کی حالت میں

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

$$\text{یا} \quad S = R \cdot \frac{Q}{P}$$

اس طرح نامعلوم مزاحمت معلوم ہو جائے گی۔

2.11۔ **میٹر برج:۔** میٹر برج جسے سلائڈ وائر برج بھی کہتے ہیں، ہویٹ اسٹون برج کی بہت ہی آسان شکل ہے۔ اس کا استعمال مزاحمت کی قدر معلوم کرنے اور مختلف مزاحموں کی مزاحمت کا موازنہ کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔ اس سے حاصل ہوئے نتائج پوسٹ آفس بکس کے مقابلہ میں زیادہ صحیح ہوتے ہیں۔ اس میں ایک میٹر لمبا تار AC لکڑی کے ایک بورڈ پر کھنچا ہوتا ہے اور تار کے سرے تانبے کی موٹی پتیوں سے جڑے ہوتے ہیں جیسا کہ شکل 19 میں دکھایا گیا ہے۔ تار مادہ اور عرضی تراشش دونوں لحاظ سے یکساں ہونا چاہیئے اور ایسے مادے کا بنا ہونا چاہیئے جس کی مزاحمت زیادہ ہو لیکن تاپ ضربیہ کم ہو۔ اس کام کے لئے میگنن بہت موزوں ہے کیونکہ اس کی نوعی مزاحمت زیادہ ہوتی ہے اور تاپ ضربیہ کم ہوتا ہے۔ سستے میٹر برج میں کانسٹینٹن (Constantan) کا تار بھی استعمال کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۹ - میٹر برج

موازنہ کئے جانے والے مزاحموں کو فصل R اور S میں رکھتے ہیں۔ بیٹری اور گلوینو میٹر کو شکل میں دکھائے گئے طریقہ پر جوڑتے ہیں۔ جاکی کو تار AC پر سرکاتے ہیں تاکہ گلوینو میٹر میں انفراج صفر ہو جائے۔ معدوم نقطہ حاصل ہو جانے پر تار کے دو حصے نسبت بازو کا کام کرتے ہیں۔ کبھی کبھی تار کے سروں پر تھوڑی مزاحمت پیدا ہو جاتی ہے جو قدر کے لحاظ سے تار کی α اور β لمبائی کے برابر ہوتی ہے۔ ان کو سرا۔ مزاحمت (End Resistance) کہتے ہیں۔ جب معدوم نقطہ تقریباً تار کے وسط میں ہوتا ہے تو سرا مزاحمت کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ کبھی کبھی زائد فصل G_1 اور G_2 دئے ہوتے ہیں جن میں ایسے مزاحمے لگائے جاتے ہیں جن کی مزاحمت برج تار کی مزاحمت کی کوئی ضعف ہوتی ہے ان مزاحموں کی وجہ سے نسبت بازوؤں کی موثر لمبائی بڑھ جاتی ہے جس سے اس آلہ کی صحت بڑھ جاتی ہے۔ معمولی کام کے لئے ان فصلوں میں موٹی تانبے کی پٹیاں لگا دی جاتی ہیں۔

اگر S کو نامعلوم مزاحمہ مان لیں تو معدوم نقطہ حاصل ہونے پر ہویٹ اسٹون برج کا فارمولا لگا سکتے ہیں۔ چنانچہ

$$\frac{R}{S} = \frac{P}{Q} = \frac{\sigma l_1}{\sigma(100 - l_1)} = \frac{l_1}{100 - l_1}$$

$$\text{یا} \quad S = R \cdot \frac{100 - l_1}{l_1} \quad \text{--------} \quad 30$$

میٹر برج سے تجربہ میں مندرجہ ذیل خامیوں کی وجہ سے نتیجہ میں غلطیاں پیدا ہوسکتی ہیں جن کا ازالہ زیادہ دقیق کام کے لئے بہت ضروری ہے۔

(i) **برج تار کا یکساں نہ ہونا۔** اس سے پیدا ہونے والی غلطی کو دُور کرنے کے لئے ایک علیحدہ تجربہ کے ذریعہ برج کے تار کو پیمانہ بند کرلینا چاہیئے۔ اس کے لئے کیری فاسٹر کا طریقہ اپنانا چاہیئے جس کا بیان آگے کیا گیا ہے۔

(ii) **سرا مزاحمت کا برابر نہ ہونا اور بہت زیادہ ہونا:۔**

فرض کیجیئے دونوں فصل میں P اور Q معلوم مزاحمہ لگائے جاتے ہیں جس سے معدوم نقطہ l_1 لمبائی پر آتا ہے۔ اس کے بعد P اور Q کی جگہ آپس میں تبدیل کرکے تجربہ کو دہراتے ہیں۔ مان لیا معدوم نقطہ l_2 لمبائی پر آتا ہے۔ اگر α اور β سرا مزاحمت ہوں تو

$$\frac{P}{Q} = \frac{l_1 + \alpha}{100 - l_1 + \beta} \qquad \text{-------} (31\,a)$$

اور

$$\frac{Q}{P} = \frac{l_2 + \alpha}{100 - l_2 + \beta} \qquad \text{----------} (31\,b)$$

ان مساوات کو حل کرنے پر α اور β کی مندرجہ ذیل قدریں حاصل ہوتی ہیں

$$\alpha = \frac{Q l_1 - P l_2}{P - Q} \qquad \text{----------} (32\,a)$$

$$\beta = \frac{P l_1 - Q l_2}{P - Q} - 100 \qquad \text{-----} (32\,b)$$

یہ بات صاف ظاہر ہے کہ P اور Q کی قدریں برابر نہیں ہونی چاہئیں ورنہ ان کی جگہیں بدلنے پر معدوم نقطہ پر کوئی اثر نہیں ہوگا۔ P اور Q کی نسبت 10:1 رکھنے میں زیادہ سہولت ہوتی ہے۔ اس طرح α اور β کی قدریں معلوم ہونے کے بعد ان کا استعمال بعد کے تجربات میں کیا جاسکتا ہے۔

(iii) مزاحمت کوائل کا گرم ہونا جس سے انکی مزاحمت کا بدل جانا:۔

اسے دُور کرنے کے لیے سرکٹ میں کرنٹ تھوڑے وقفہ کے لیے بہائی جاتی ہے۔ سبھی مزاحموں کو ایک ہی مادہ کا بنا ہونا چاہیئے اور سب کی قدر تقریباً برابر ہونی چاہیئے۔

(iv) حر برقی اثر کی وجہ سے غلطیاں:۔

یہ غلطی برج میں کرنٹ کی سمت کو بدل کر دُور کی جاسکتی ہے۔

(v) اسکیل پر سرکنے والا اشاریہ کا تار کو لمس کرنیوالے نقطہ سے منطبق نہ ہونا:

اس طرح سے پیدا ہوئی غلطی کو مزاحموں کا فصل کے اندر مبادلہ کرکے دُور کیا جاسکتا ہے۔

میٹر برج سے ناپ کی صحت:۔

مساوات 3.0 کے مطابق نامعلوم مزاحمت فارمولا

$$S = R \cdot \frac{100 - l}{l} = R\left(\frac{100}{l} - 1\right)$$

سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ اوپر کے فارمولے کو S اور l کے لحاظ سے تفرق کرنے پر

$$dS = -100 \frac{dl}{l^2} \cdot R$$

$$\text{یا} \quad \frac{dS}{S} = -\frac{100\, dl}{(100 - l)\, l}$$

l کی ناپ میں تھوڑی سہو dl کی وجہ سے مزاحمت S میں سہو dS کمترین ہوگی اگر اوپر کے مساوات میں نسب نما $l(100 - l)$ بیش ترین ہو یعنی اس کا تفرق صفر کے برابر ہو۔ لہذا $l(100 - l)$ اس وقت بیش ترین ہوگا جب

$$dl\,(100 - l) + l\,(-dl) = 0$$

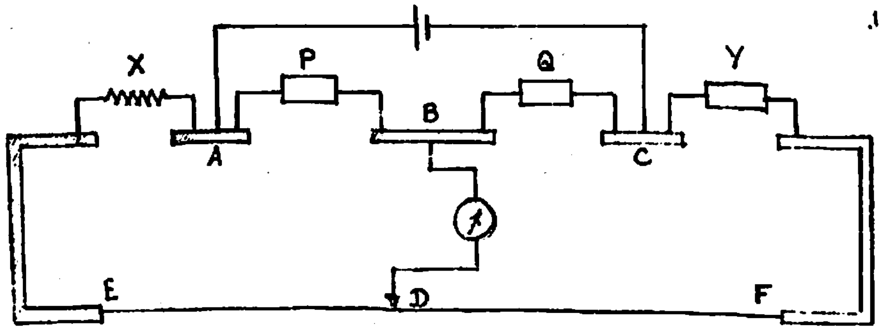
یا $100\,dl - 2l\,dl = 0$

یا $l = 50$

اس لیے مزاحمت بکس R سے نکالی گئی مزاحمت اتنی ضرور ہونی چاہیے تاکہ معدوم نقطہ تار کے وسط میں آئے۔ صحت اس وقت سب سے زیادہ ہوگی جب R اور S برابر ہوں عملی کاموں کے لئے معدوم نقطہ 40 cm اور 60 cm کے درمیان لانا چاہیئے۔

2.12- کیری فاسٹر برج :-

یہ دراصل میٹر برج کی بدلی ہوئی شکل ہے جس میں دو زائد فصل ہوتے ہیں۔ [شکل 20] اس برج کو تقریباً دو برابر مزاحمتوں میں فرق معلوم کرنے کے لئے استعمال



شکل 20 ۔ کیری فاسٹر برج

کیا جاتا ہے اور اگر ان میں سے ایک کی قدر معلوم ہو تو دوسرے کی قدر معلوم کی جاسکتی ہے۔ یہ برج سرا۔ مزاحمت کے سہو سے پاک ہے اس لئے چھوٹی مزاحمت کو ناپنے کے لئے بخوبی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اس برج میں دو مزاحمے X اور Y باہری فصل میں لگائے جاتے ہیں جو برج تار کے سلسلہ میں لگے ہوتے ہیں جس سے تار کی لمبائی فی الواقع بڑھ جاتی ہے اور برج زیادہ صحیح کام کرتا ہے۔ اندرونی فصل میں مزاحمے P اور Q جوڑے جاتے ہیں جو قائم نسبت بازو کا کام کرتے ہیں۔ گلوینومیٹر اور بیٹری شکل کے مطابق جوڑے

جاتے ہیں۔

اگر α اور β سرا مزاحمت ہوں اور معدوم نقطہ E سے ℓ_1 دوری پر آئے تو

$$\frac{P}{Q} = \frac{X+\alpha+\sigma\ell_1}{Y+\beta+\sigma(100-\ell_1)} \text{ -----(33)}$$

جہاں σ برج تار کی اکائی لمبائی کی مزاحمت ہے۔ مزاحمے X اور Y کے آپس میں مبادلہ سے معدوم نقطہ ℓ_2 دوری پر پہنچ جاتا ہے چنانچہ

$$\frac{P}{Q} = \frac{Y+\alpha+\sigma\ell_2}{X+\beta+\sigma(100-\ell_2)} \text{ --------(34)}$$

اس لئے مساوات (33) اور (34) سے

$$\frac{X+\alpha+\sigma\ell_1}{Y+\beta+\sigma(100-\ell_1)} = \frac{Y+\alpha+\sigma\ell_2}{X+\beta+\sigma(100-\ell_2)}$$

دونوں طرف ایک جوڑنے پر

$$\frac{X+Y+\alpha+\beta+100\sigma}{Y+\beta+\sigma(100-\ell_1)} = \frac{X+Y+\alpha+\beta+100\sigma}{X+\beta+\sigma(100-\ell_2)} \text{ ---(35)}$$

مساوات 35 میں دونوں طرف کے شمار کنندہ برابر ہیں اس لئے نسب نما بھی برابر ہونگے۔ چنانچہ

$$Y+\beta+\sigma(100-\ell_1) = X+\beta+\sigma(100-\ell_2)$$

یا

$$X - Y = \sigma(\ell_2-\ell_1) \text{ ----(36)}$$

اس طرح ℓ_1 اور ℓ_2 معلوم ہونے پر فرق X-Y معلوم کیا جاسکتا ہے بشرطیکہ σ معلوم ہو۔ اس کے علاوہ X اور Y میں سے ایک کی قدر معلوم ہونے پر دوسرے کی قدر معلوم کی جاسکتی ہے۔

تار کے اکائی لمبائی کی مزاحمت (σ) معلوم کرنا۔

اس کے لئے X=0 رکھتے ہیں یعنی اس کی جگہ پر ایک موٹی تانبے کی پتی لگا دیتے ہیں۔ Y ایک کسری مزاحمت بکس ہے۔ اس حالت میں توازن لمبائی ℓ_1' معلوم کر لیتے

ہیں۔ پھر Y کو بائیں فصل میں اور تانبے کی پتی کو داہنی فصل میں رکھ کر توازن لمبائی l_2' معلوم کر لیتے ہیں۔ P اور Q کی قدروں میں کوئی تبدیلی نہیں کرتے۔ مساوات (36) کے مطابق

$$0 = Y + \sigma(l_2' - l_1')$$

$$\sigma = \frac{Y}{l_2' - l_1'} \text{------} (37)$$

تجربہ کو Y کی مختلف قدروں کے لئے دہراتے ہیں اور پھر σ کی اوسط قدر نکال لیتے ہیں۔

برج تار کو پیمانہ بند کرنا:۔ مساوات (36) میں $\sigma(l_2 - l_1)$ دونوں توازن نقطوں کے بیچ کی مزاحمت کو بتاتا ہے اس لئے $Y - X$ دونوں توازن نقطوں کے درمیان برج تار کی مزاحمت کے برابر ہوا۔

شروع میں X اور Y کی معلوم قدروں کے لئے برج تار کے مختلف حصوں کی مزاحمت معلوم کر لیتے ہیں۔ P اور Q کو مناسب طور پر بدل کر توازن نقطہ کو تار کے مختلف حصوں پر لایا جا سکتا ہے۔ اس طرح پورے تار پر فرق $Y-X$ کے مطابق تار کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔ پھر تار کی لمبائی کو X-محور پر اور تار کی مزاحمت کو Y محور پر لے کر ایک گراف کھینچتے ہیں۔ اس طرح تار پیمانہ بند ہو جاتا ہے۔ اگر تار یکساں نہ ہو تو پیمانہ بندی زیادہ ضروری ہے۔

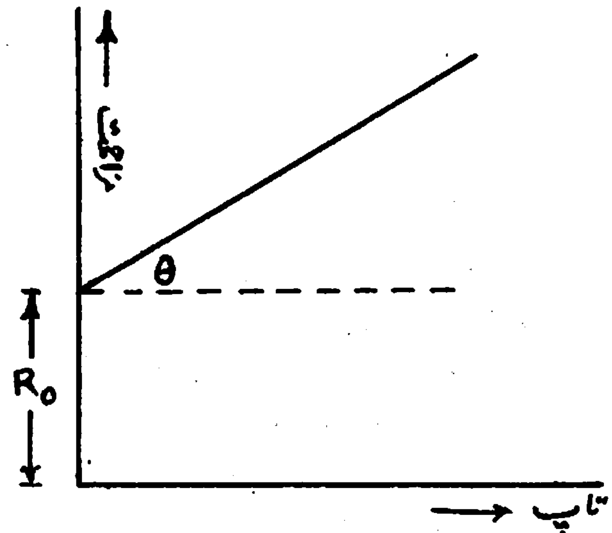
مزاحمت کا تاپ ضربیہ معلوم کرنا:۔

ہم جانتے ہیں کہ اگر کسی تار کی مزاحمت $0°C$ اور $t°C$ پر بالترتیب R_0 اور R_t ہے تو

$$R_t = R_0(1 + \alpha t)$$

جس میں α مزاحمت کا تاپ ضربیہ ہے۔ α کی قدر معلوم کرنے کے لئے تار کو دوہرے مرغولہ کی شکل میں ایک گلاس ٹیوب کے اوپر غیر ترغیبی طور پر لپیٹ دیتے ہیں۔ تار کے دونوں سروں کو X کی جگہ پر فصل میں جوڑ دیتے ہیں۔ تار کی مزاحمت مختلف تاپوں پر معلوم کرتے ہیں اور تاپ اور مزاحمت میں ایک گراف کھینچ لیتے ہیں۔ تاپ کی تھوڑی

حدوں کے لئے گراف ایک خط مستقیم ہوتا ہے [شکل 21ا]



شکل 21ا - مزاحمت کا تاپ ضربیہ معلوم کرنا

مساوات $R_t = R_0 (1 + \alpha t)$ سے

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t} \quad \text{-----} 38$$

کلکولس کی علامت میں مساوات (38) مندرجہ ذیل طور سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt} \quad \text{------} 39$$

گراف میں

$$\text{لائن کی ڈھال} = \frac{dR}{dt} = \tan \theta$$

اور Y محور پر

$$\text{مقطوعہ} = R_0$$

مساوات 39 میں R_0 اور $\frac{dR}{dt}$ کی قدر رکھنے پر α کی قدر معلوم ہو جائے گی۔

α کی قدر دوسرے طریقہ سے بھی معلوم کی جا سکتی ہے۔ مان لیا کہ $t_1^\circ c$ اور $t_2^\circ c$ پر مزاحمت R_1 اور R_2 ہیں تو

$$R_1 = R_0 \ (1+\alpha t_1)$$

اور $$R_2 = R_0 \ (1+\alpha t_2)$$

$$\therefore \ \frac{R_1}{R_2} = \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}$$

یا $$R_1 + \alpha R_1 t_2 = R_2 + \alpha R_2 t_1$$

یا $$\alpha(R_1 t_2 - R_2 t_1) = R_2 - R_1$$

$$\therefore \ \alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1} \quad \text{-----} 40$$

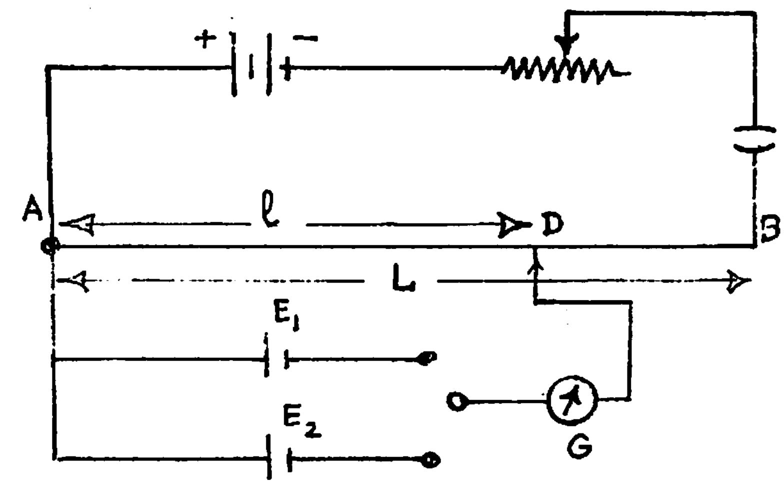
2.13۔ مضر پیما :۔

مضر پیما ایک ایسی اختراع ہے جسے مضر فرق ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ ایک لمبے تار کا بنا ہوتا ہے جس کی مندرجہ ذیل خصوصیات ہوتی ہیں :۔

(i) اس کی بناوٹ یکساں ہوتی ہے۔
(ii) اس کا عرضی تراش یکساں ہوتا ہے۔
(iii) یہ ایک مزاحمت تار ہوتا ہے جس کی نوعی مزاحمت زیادہ ہوتی ہے۔
(iv) اس کا مزاحمت تاپ ضربیہ کم ہوتا ہے۔

ان خصوصیات کے ساتھ میگنن کا تار استعمال کیا جا سکتا ہے۔ سستے آلات میں کانسٹینٹن یا یلیٹی نوائڈ بھی استعمال کرتے ہیں۔

تار AB بالعموم 10 میٹر لمبا ہوتا ہے [شکل 22] جو ایک لکڑی کے بورڈ پر کسا ہوتا ہے ایک ایک میٹر لمبے تار ایک دوسرے سے سلسلہ وار جوڑ کر ان کے آزاد سروں کو A اور B نقطوں پر جوڑ دیتے ہیں۔ ایک سکنڈری سیل کے ذریعہ تار میں قائم کرنٹ گزارتے ہیں۔ چونکہ تار کی اکائی لمبائی کی مزاحمت مستقل ہوتی ہے اس لئے اکائی لمبائی



شکل 22 ۔ مضر پیما

پر مضر گراؤ جسے مضر ڈھال کہتے ہیں، کرنٹ کی قدر پر منحصر ہوتا ہے۔ اگر کرنٹ قائم اور مستقل ہو تو ڈھال بھی مستقل ہو گی۔ مان لیا تار میں بہنے والی کرنٹ I ایمپیر ہے۔ اس لئے اگر مضر ڈھال کو ρ سے ظاہر کریں اور اگر

$$AB = L$$
$$AD = l$$

تو

AB کے سروں کے بیچ مضر فرق $= L\rho$

〃 〃 〃 〃 AD $= l\rho$

$\therefore$ (AB کے سروں کے بیچ مضر فرق) / (AD کے سروں کے بیچ مضر فرق) $= \frac{L\rho}{l\rho} = \frac{L}{l}$

$\therefore$ AD کے سروں کے بیچ مضر فرق $= \frac{l}{L} \times$ AB کے سروں کے بیچ مضر فرق ----- 41

لہذا مضر پیما تار سے قائم کرنٹ گزرنے پر تار کی کسی لمبائی کے سروں کے درمیان مضر فرق اس لمبائی کے متناسب ہوتا ہے۔ یہی مضر پیما کا اصول ہے۔

مضمر پیما کا استعمال مندرجہ ذیل بیان کئے گئے مقاصد کے لئے کیا جاتا ہے۔

2.14- دو سیلوں کے ای۔ایم۔ایف کا موازنہ کرنا:-

E_1 اور E_2 ای۔ایم۔ایف والے دو سیل شکل 22 کے مطابق جوڑے جاتے ہیں۔ دونوں سیل باری باری سے مضمر پیما تار پر متوازن کئے جاتے ہیں۔ مان لیا کہ E_1 کے ساتھ تار کی متوازن لمبائی l_1 اور E_2 کے ساتھ l_2 ہے تو

$$E_1 = \rho l_1$$

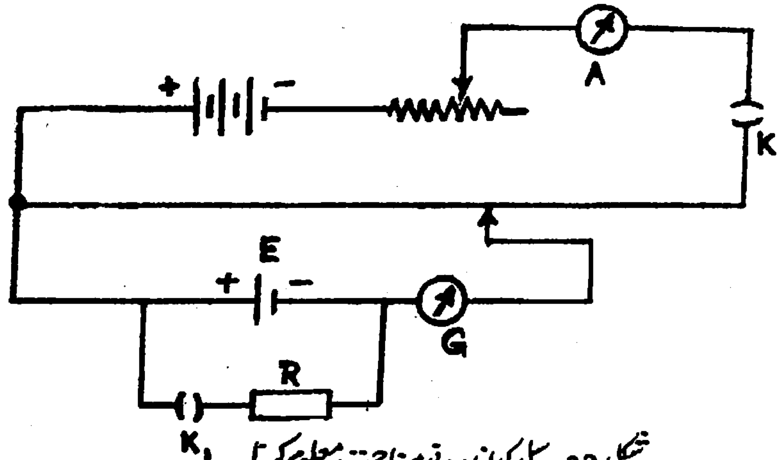
$$E_2 = \rho l_2$$

$$\therefore \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad \text{-------} \quad 42$$

ریوسٹیٹ کی مدد سے قائم کرنٹ کو گھٹا بڑھا کر مشاہدات کو دہرایا جا سکتا ہے اور پھر $\frac{E_1}{E_2}$ کی اوسط قدر معلوم کر سکتے ہیں۔ اگر ان میں سے ایک سیل E_1 اسٹینڈرڈ سیل (کیڈمیم) ہو تو E_2 کی قدر معلوم کی جا سکتی ہے۔

2.15- کسی سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنا:-

جس سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنی ہوتی ہے اسے سرکٹ میں شکل 23 کے



شکل 23 - سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنا

مطابق جوڑتے ہیں۔ R ایک مزاحمت بکس ہے جو سیل کے متوازی لگا ہوا ہے۔
مان لیا کہ سیل کا ای۔ایم۔ایف E اور اندرونی مزاحمت r ہے۔ پہلے کنجی K_1 کو کھلا رکھ کر سیل کے ای۔ایم۔ایف E کو مضمر پیما تار کی l_1 لمبائی پر توازن کرتے ہیں۔
اب K_1 کو بند کرکے مزاحمت بکس سے کچھ مزاحمت R نکال لیتے ہیں اور سیل کی پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق V کو تار کی l_2 لمبائی پر توازن کر لیتے ہیں۔ چونکہ

$E \propto$ l_1 کے سروں کے درمیان مضمر فرق

$V \propto$ l_2 کے سروں کے درمیان مضمر فرق

$$\therefore \frac{E}{V} = \frac{l_1}{l_2}$$

اگر سیل سے ہو کر بہنے والی کرنٹ I ہو تو

$$V = IR$$

اور
$$E = I(R + r)$$

$$\therefore \frac{E}{V} = \frac{R+r}{R}$$

یعنی
$$\frac{R+r}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

یا
$$\frac{r}{R} = \frac{l_1 - l_2}{l_2}$$

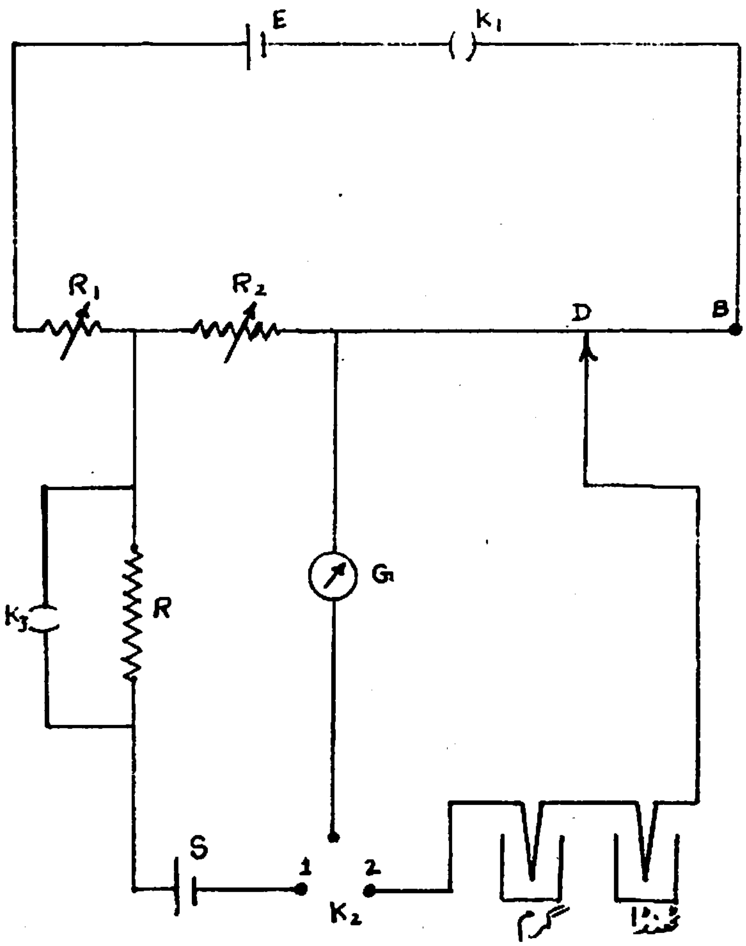
$$\therefore r = R.\frac{l_1 - l_2}{l_2} \quad \text{-----}43$$

اس طرح سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم ہو جاتی ہے۔

2.16۔ بہت چھوٹے ای۔ایم۔ایف (حراری ای۔ایم۔ایف) کو ناپنا:۔

حراری ای۔ایم۔ایف مائکرو وولٹ کے درجہ کے ہوتے ہیں۔ انھیں ناپنے کے لئے مضمر پیما تار کے سلسلہ وار متغیر مزاحموں کو جوڑ کر تار کے سروں کے درمیان مضمر فرق کو مناسب حد تک کم کر دیا جاتا ہے۔

تغیر پذیر مزاحمے R_1 اور R_2 جن کی مجموعی مزاحمت 5000 اوم ہوتی ہے، ذخیرہ بیٹری E اور مضمر پیما تار AB ایک دوسرے سے سلسلہ وار جوڑے جاتے ہیں۔[شکل 24] E_1 ای۔ایم۔ایف والے اسٹینڈرڈ کیڈمیم سیل



شکل 24 ۔ حرجفت کا ای۔ایم۔ایف معلوم کرنا

S کے سلسلہ وار ایک بڑا مزاحمہ R (تقریباً 10,000 اوم) جوڑتے ہیں تاکہ E_1 سے زیادہ کرنٹ نہ لی جا سکے۔ اس

سیل کو ایک دو طرفہ کنجی K_2 اور کم مزاحمت گلوینومیٹر G سے شکل میں دکھائے گئے طریقہ پر جوڑتے ہیں۔

مان لیا کہ تار کی فی سینٹی میٹر مزاحمت r ہے اور اس کی کل لمبائی L ہے۔
اس لئے تار میں بہنے والی کرنٹ

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + rL}$$

تار کے 1 سینٹی میٹر پر مضمر گراؤ

$$V = \frac{Er}{R_1 + R_2 + rL}$$

یہ بات اہم ہے کہ تار کے اکائی سینٹی میٹر کا مضمر فرق مناسب درجہ کا لانے کے لئے پہلے سے حساب لگا لینا چاہیئے یعنی یہ مضمر فرق ناپے جانے والے ای۔ایم۔ایف کے ہم پلہ ہو یعنی مائکرو وولٹ کے درجہ کا ہو۔ R_1 اور R_2 میں تبدیلی اس طرح کیجاتی ہے کہ ان کا جوڑ R_1+R_2 تو مستقل رہے مگر نسبت R_1/R_2 بدل جائے تاکہ تار کے 1 سینٹی میٹر پر مضمر فرق نہ بدلے۔

چونکہ ای۔ایم۔ایف E صحیح طور سے معلوم نہیں ہے اس لئے دوسرا قدم یہ ہے کہ کنجی K_1 میں 1 پر پلگ لگا دیتے ہیں اور R_1 اور R_2 کی نسبت کو اس طرح بدلتے ہیں کہ تقریباً توازن کی حالت آجائے۔ اب کنجی K_3 کو بند کرکے صحیح توازن حاصل کر لیتے ہیں۔ ایسی حالت میں R_2 کے سروں کے درمیان مضمر فرق سیل S کے ای۔ایم۔ایف (E_1) کے برابر ہوگا۔ اس لئے R_2 یا AB میں بہنے والی کرنٹ E_1/R_2 ہوگی جس کی قدر صحیح طور پر معلوم ہے۔ اس لئے

$$\text{تار کے 1 سینٹی میٹر پر مضمر فرق} = \frac{E_1}{R_2} \cdot r$$

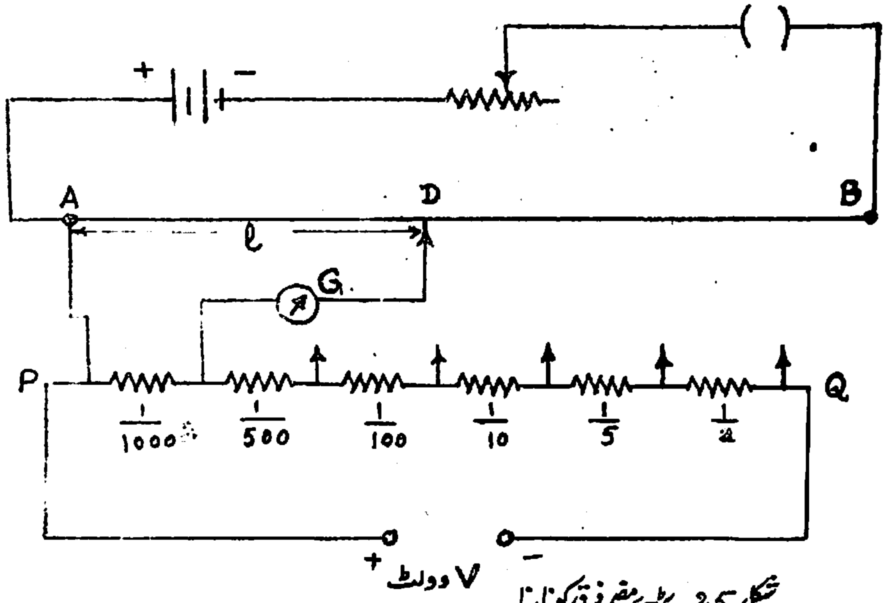
اب K_2 میں 1 سے پلگ ہٹا کر 2 پر لگا دیتے ہیں۔ اس سے حر جفت سرکٹ میں آجاتا ہے۔ مس نقطہ D کو سرکا کر حر جفت کے ای۔ایم۔ایف (e) کے لئے توازن حاصل کر لیتے ہیں۔ اگر توازن لمبائی l (AD) ہو تو

$$e = \frac{E}{R_2} \cdot r l$$

اس طرح بہت چھوٹا ای۔ ایم۔ ایف مضر پیما کی مدد سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔ ایسی دقیق ناپوں کے لئے ایک مخصوص قسم کا مضر پیما جسے کر اسپٹن مضر پیما کہتے ہیں، بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

2.17- بہت بڑے مضر فرق کو ناپنا:-

ناپے جانے والے مضر فرق V کو ایک بڑے مزاحمہ PQ (تقریباً 10,000 اوم) کے سروں پر لگا دیتے ہیں۔ مزاحمہ PQ پر بہت سے ٹیپنگ ہوتے ہیں۔ ہر ٹیپنگ کل مزاحمت کی ایک کسر کے برابر ہوتا ہے مثلاً $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{5}$، $\frac{1}{10}$، $\frac{1}{100}$، $\frac{1}{1000}$ وغیرہ۔ اس طرح کے انتظام کو "وولٹ بکس" کہتے ہیں۔ پہلے مضر پیما تار کو اسٹینڈرڈ سیل کی مدد سے معیار بند کر لیتے ہیں اور تار کے اکائی سینٹی میٹر پر مضر گراد معلوم کر لیتے ہیں۔ V کے لحاظ سے کسی بھی مناسب ٹیپنگ کے مضر فرق کو مضر پیما تار پر توازن کر لیتے ہیں۔ مان لیا کہ $\frac{1}{1000}$ ٹیپنگ کے لئے توازن لمبائی l ہے [شکل 25]



شکل 25۔ بڑے مضر فرق کو ناپنا

اگر تار کے اکائی سینٹی میٹر پر مضمر گراؤ e ہو تو ٹیپنگ کے سروں کے بیچ مضمر فرق
le ہوگا۔ اس لئے

$PQ = 1000\ le$ کے سروں کے بیچ مضمر فرق

اس طرح مضمر پیما کی مدد سے بہت بڑے وولٹیج کو ناپ سکتے ہیں۔

مضمر پیما کے دیگر استعمال:۔

اوپر بیان کئے گئے استعمال کے علاوہ مضمر پیما کو مندرجہ ذیل ناپوں کے لئے استعمال کر سکتے ہیں۔

(i) کرنٹ کی ناپ

(ii) مزاحمت کی ناپ

(iii) امیٹر اور وولٹ میٹر کی پیمانہ بندی

باب ۳

توانائی اور طاقت

ہم آجکل مشینی دَور سے گزر رہے ہیں۔ زندگی کے ہر شعبہ میں مشین انسان کی جگہ لے رہی ہے۔ یہ سب کچھ اس وجہ سے ممکن ہوا ہے کہ کم قیمت توانائی وافر مقدار میں دستیاب ہونے لگی ہے۔ زمانہ قدیم سے اٹھارہویں صدی کے آخیر تک چلتی ہوا اور گرتے ہوئے پانی سے حاصل ہونے والی تھوڑی توانائی کے علاوہ انسان کام کرنے کے لئے اپنے قوت بازو یا جانوروں کی طاقت پر بھروسہ کرتا تھا۔ 1782 میں بھاپ کے انجن کی دریافت نے میکانکی توانائی حاصل کرنے کے نئے بڑے ذرائع مہیا کئے۔ اس کے بعد توانائی پیدا کرنے کے مختلف ذرائع کی چھان بین شروع ہو گئی اور اس کے نتیجہ میں دنیا میں صنعتی انقلاب آیا اور بہت بڑے پیمانے پر توانائی کی پیداوار اور اس کی کھپت انسان نے شروع کر دی۔ جہاں کہیں بھی کام کرنا ہوتا ہے یہ خدمت ایندھن یا گرتے ہوئے پانی سے حاصل ہوئی میکانکی توانائی انجام دیتی ہے۔ اپنے ہنر اور ذہانت کی وجہ سے اب انسان کا کام مشینوں کے ڈیزائن تیار کرنا اور توانائی تبدیل کار اختراعات کی دیکھ بھال کرنا رہ گیا ہے۔

3.1- توانائی :-

جب کسی جسم پر عائد قوت کی وجہ سے اس میں نقل ہو تو ہم کہتے ہیں کہ کام ہوا۔ کام کرنے کی صلاحیت کو توانائی کہتے ہیں۔ توانائی کی بہت سی شکلیں ہیں مثلاً روشنی، حرارت، آواز، برق وغیرہ۔ عام تجربہ سے ہمیں یہ معلوم ہے کہ توانائی ایک شکل سے دوسری شکل میں بدلی جاسکتی ہے۔ واٹر پاور پلانٹ میں گرتے ہوئے پانی کی توانائی برقی توانائی میں بدلتی ہے

بھاپ کی مشینوں میں جب کوئلہ جلتا ہے تو اس کی کیمیائی توانائی حرارت میں تبدیل ہوتی ہے بجلی کے بلب میں برقی توانائی حرارت میں تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی اختراعات جو برقی توانائی کو دوسری شکل میں اور دوسری قسم کی توانائی کو برقی توانائی میں بدلتی ہیں، ٹرانس ڈیوسر کہلاتی ہیں۔ بیٹری ایک اہم توانائی بدل کار ہے جو کیمیائی توانائی کو برقی توانائی میں بدلتی ہے۔

برقی توانائی کو وولٹ، ایمپیر اور وقت کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ پہلے باب میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ کسی برقی سرکٹ میں دو نقطوں کے درمیان مضمر فرق برق کی اکائی مقدار کے ذریعہ حاصل یا صرف ہوئی توانائی ہے چنانچہ

$$W = EQ$$ جول۔

یا $$W = \frac{EQt}{t}$$

چونکہ $\frac{Q}{t}$ اوسط کرنٹ کو ظاہر کرتا ہے اس لئے اوسط کرنٹ کو I سے ظاہر کرنے پر

$$W = EIt$$ جول ---- 44

مساوات 44 میں اگر E وولٹ میں، I ایمپیر میں اور t سکنڈ میں ہو تو توانائی W "واٹ سکنڈ" یا جول میں ہوگی۔ توانائی کی چند دوسری عام اکائیاں اور ان کا آپس میں رشتہ مندرجہ ذیل ہے۔

1 جول = 10^7 ارگ = 1 واٹ سکنڈ

1 گرام کلوری = 4.186 جول = 3.088 فوٹ پاونڈ

1 کلوواٹ گھنٹہ = 3.6×10^6 جول = 2.655×10^6 فوٹ پاونڈ

1 ہارس پاور = 2.686×10^6 جول = 0.746 کلوواٹ گھنٹہ

جول کا قانون:۔

کسی سرکٹ کے اندر مزاحمہ R میں مستقل کرنٹ I کے بہنے کی وجہ سے جب برقی توانائی حرارت میں تبدیل ہوتی ہے تو t سکنڈ میں خارج ہوئی حرارت R کے سیدھے

تناسب اور کرنٹ کے مربع کے (I^2) سیدھے تناسب میں ہوتی ہے۔ اس حقیقت کو جول نے 1841 میں دریافت کیا۔ اسی وجہ سے اس کو جول کا قانون کہتے ہیں۔ جول کے قانون کی ریاضیاتی عبارت مساوات (44) سے حاصل کی جاسکتی ہے اگر ہم E کی جگہ E_r (مزاحمت میں مضمر گراؤ) لکھیں۔ چونکہ اوم کے قانون کے مطابق $E_r = IR$ اس لئے مساوات 44 سے

$$W = I^2 R t \quad ------- \quad 45$$

مساوات 45 میں R اوم میں، I ایمپیر میں اور t سکنڈ میں ہے اور صرف شدہ توانائی W جول میں ہے۔ توانائی کی دوسری مستعمل اکائی کلوواٹ گھنٹہ (KWh) ہے۔ اس اکائی میں کس مزاحمہ کے اندر پیدا ہوئی حراری توانائی

$$W = 0.278 \times 10^{-6} \; R I^2 t \text{ کلوواٹ گھنٹہ } ---- 46$$

خرچ ہوئی برقی توانائی کو حراری اکائی (کلوری) میں ظاہر کرنے پر مساوات 45 کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$H = \frac{W}{J} = \frac{R I^2 t}{4.18} \text{ کلوری}$$

$$= 0.24 \; I^2 R t \text{ کلوری } ---- 47$$

مساوات 47 سے ظاہر ہے کہ چالک میں پیدا ہوئی حرارت

(i) چالک کی مزاحمت کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے ($H \propto R$)۔

(ii) کرنٹ کے مربع کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے ($H \propto I^2$)۔

(iii) وقت کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے ($H \propto t$)۔

3.2- طاقت (پاور)

کام کرنے کی شرح یا توانائی کے تحویل کی شرح کو طاقت کہتے ہیں۔ اسے P حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

ریاضیاتی زبان میں

$$P = \frac{\text{کیا گیا کام}}{\text{لگا ہوا وقت}} = \frac{W}{t} \quad ---- \quad 48$$

جب توانائی کا استحالہ تیزی سے ہوتا ہے تو زیادہ طاقت پیدا ہوتی ہے اور جب استحالہ سست ہوتا ہے تو کم طاقت پیدا ہوتی ہے۔ اگر تحویل کی شرح بہت زیادہ ہو تو تھوڑی توانائی کے استحالہ سے بہت زیادہ طاقت پیدا ہو سکتی ہے مثلاً بجلی کی کڑک کے زمین سے ٹکرانے سے کئی لاکھ کلو واٹ طاقت پیدا ہوتی ہے حالانکہ یہ کڑک سکنڈ کے لاکھویں حصہ تک کے لئے ہی ہوتی ہے۔

اگر کسی سرکٹ میں ای۔ایم۔ایف E وولٹ ہے اور I ایمپیر کرنٹ بہ رہی ہے تو واٹ میں پیدا ہوئی برقی طاقت کی عبارت مساوات 44 کو وقت t سے تقسیم کر کے حاصل کی جا سکتی ہے۔ چنانچہ

$$P = EI \quad \text{واٹ} \quad ------ 49$$

اس طرح مساوات 49 کو کسی سرکٹ میں صرف ہوئی طاقت کو نکالنے کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے جس میں عائد وولٹیج اور کرنٹ معلوم ہوں۔ اسے سرکٹ کے کسی حصہ کے لئے بھی استعمال کر سکتے ہیں اگر اس حصہ میں مضمر گراؤ اور کرنٹ معلوم ہوں۔ اگر کسی سرکٹ میں مزاحمہ R لگا ہے جس کے سروں کے درمیان وولٹیج E اور اس میں بہنے والی کرنٹ I ہے تو مزاحمہ میں صرف ہوئی طاقت

$$P_r = E_r I$$

$$= RI \cdot I = RI^2 ----- 50$$

$$= \frac{E_r^2}{R}$$

$$= G \cdot E_r^2 \quad ------- 50a$$

طاقت کی اکائی "واٹ" ہے جس کی تعریف ہم اس طرح کر سکتے ہیں کہ جب ایک جول فی سکنڈ کی شرح سے کام ہو تو پیدا ہوئی طاقت 1 واٹ ہوتی ہے۔ یا اگر کسی سرکٹ میں 1 وولٹ مضمر فرق پر بہنے والی کرنٹ 1 ایمپیر ہو تو صرف ہوئی طاقت 1 واٹ ہوگی یعنی

1 ایمپیر × 1 وولٹ = 1 واٹ

= 1 جول فی سکنڈ

طاقت کی بڑی اکائیاں کلوواٹ اور ہارس پاور ہیں جن کے رشتے مندرجہ ذیل ہیں:

10^7 ارگ/سکنڈ = 1 جول/سکنڈ = 1 واٹ

1.34 ہارس پاور = 1000 واٹ = 1 کلوواٹ

33000 فٹ پاؤنڈ/منٹ = 746 واٹ = 1 ہارس پاور

مثال 1: اگر 4.1 کولمب چارج کو 12 وولٹ مضمر فرق سے گزاریں تو (i) کتنا کام ہوگا؟ (ii) چارج سے کتنی توانائی حاصل ہوگی؟ (iii) کتنے الکٹران حرکت میں آئینگے؟

حل:-

(i) $W = E \times Q$

$= 12 \times 4.1$

$= \underline{49.2}$ جول

(ii) اگر توانائی کا کوئی حصہ ضائع نہ ہو تو برقی توانائی کئے گئے کام کے مماثل ہوگی

اس لئے کیا گیا کام = 49.2 جول

(iii) ∴ 1 کولمب = 6.24×10^{18} الکٹران چارج

∴ متحرک الکٹران کی تعداد = $6.24 \times 10^{18} \times 4.1$

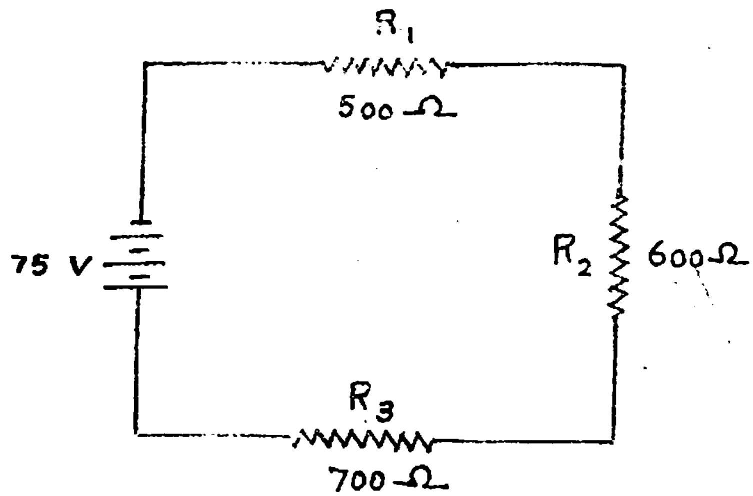
= 0.255×10^{20} الکٹران

مثال 2- دئے گئے سرکٹ میں بیٹری سے سپلائی کی ہوئی طاقت اور ہر مزاحمہ میں حرارت کی شکل میں صرف ہوئی طاقت معلوم کیجئے۔

حل:- سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{75}{1800} = 0.0417$$ ایمپیر



∴ بیٹری سے سپلائی کی گئی کل طاقت

$P = EI = 75 \times .0417 = 3.13$ واٹ

ہر مزاحمہ میں صرف ہوئی طاقت مندرجہ ذیل ہوگی

$P_1 = I^2R_1 = (0.0417)^2 \times 500 = 0.87$ واٹ

$P_2 = I^2R_2 = (0.0417)^2 \times 600 = 1.044$ واٹ

$P_3 = I^2R_3 = (0.0417)^2 \times 700 = 1.216$ واٹ

∴ مزاحموں میں کل صرف ہوئی طاقت $= P_1 + P_2 + P_3$

$= 1.216 + 1.044 + 0.87$ واٹ

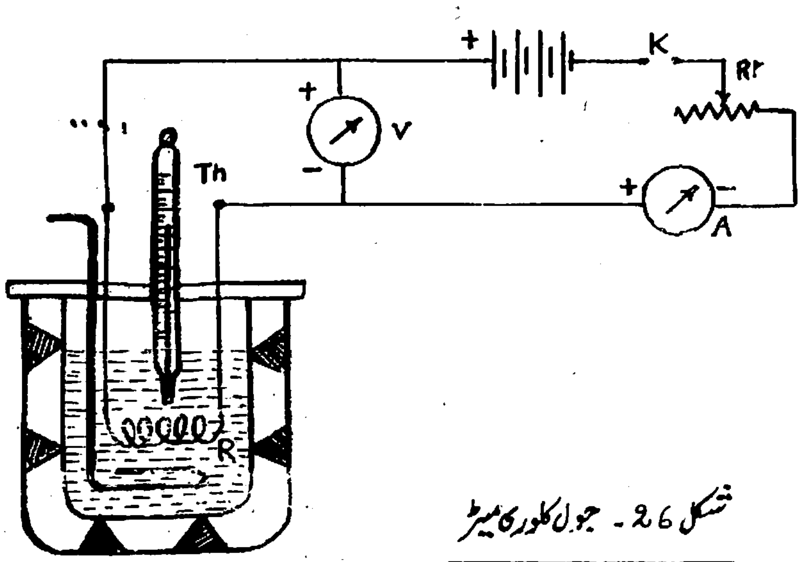
$= 3.13$ واٹ

= بیٹری کے ذریعہ سپلائی کی گئی طاقت

3.3- جول کلوری میٹر :-

تانبے کے کلوری میٹر میں ایک مزاحمت کوائل (R) اس طرح رکھا ہوتا ہے کہ وہ کلوری میٹر کے پیندے کو ملس نہ کرے۔ کلوری میٹر کے ڈھکن میں دو ٹرمینل سے R کے

سرے جڑے ہوتے ہیں۔ کلوری میٹر کو $\frac{2}{3}$ حصہ پانی سے بھر دیتے ہیں۔ ایک متھنی اور ایک تھرمامیٹر بھی کلوری میٹر میں رکھے ہوتے ہیں۔ کلوری میٹر لکڑی کے ایک بکس میں رکھا ہوتا ہے اور بیچ کے حصہ میں روئی وغیرہ بھر دیتے ہیں تاکہ حرارت ضائع نہ ہو [شکل 26]



شکل 26 - جول کلوری میٹر

A ایک امیٹر ہے اور V وولٹ میٹر ہے

یہ کلوری میٹر برقی کلوری میٹر یا جول کلوری میٹر کہلاتا ہے۔ اس کا استعمال جول کے قوانین کی تصدیق کرنے اور J کی قدر معلوم کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔

اگر مزاحمت کوائل R میں سے I ایمپیر کرنٹ گزر رہی ہو اور اس کے سروں کے درمیان مضمر فرق E وولٹ ہو تو t سکنڈ تک کرنٹ گزرنے پر آزاد ہوئی توانائی EIt جول ہوگی۔

اگر مجموعی آب مرادف W اور کلوری میٹر کا شروع و آخر کا تاپ θ_1 اور θ_2 ہو تو پیدا ہوئی حرارت

$$H = W(\theta_2 - \theta_1)$$ کلوری

اشعاعی تصیح کے لئے کلوری میٹر کو اتنی ہی دیر ٹھنڈا کرتے ہیں جتنی دیر تک کرنٹ گزاری گئی تھی اور تاپ میں گراؤ θ_3 معلوم کر لیتے ہیں۔ اس کا آدھا آخری تاپ (θ_2) میں جوڑ دینے سے صحیح آخری تاپ آجاتا ہے

$$\text{صحیح آخری تاپ} = \theta_2 + \frac{\theta_3}{2}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$J = \frac{W}{H} = \frac{\text{کیا گیا کام}}{\text{پیدا ہوئی حرارت}}$$

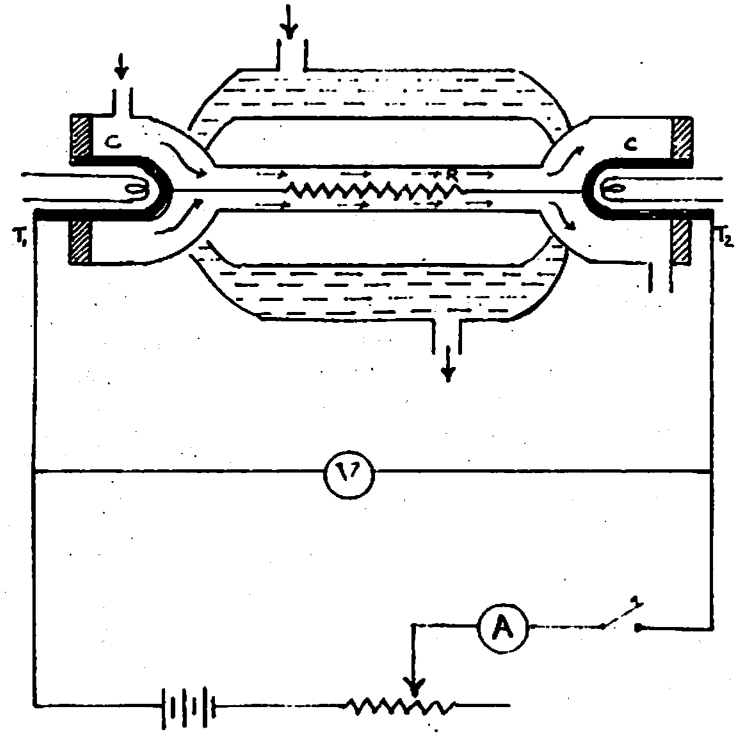
$$= \frac{EIt}{W(\theta_2 + \frac{\theta_3}{2} - \theta_1)} \quad \text{جول فی کلوری} \quad \text{------} \quad \text{مساوات } 53$$

3.4۔ کلینڈر اور بارن کا مسلسل بہاؤ کلوری میٹر

اس آلے میں ایک پلیٹنم کا تار R ہوتا ہے جو ایک پتلی کانچ کی نلی میں رکھا ہوتا ہے۔ تار کے دونوں سرے تانبے کے موٹے ٹیوب c c سے جڑے ہوتے ہیں۔ نلی سے ہو کر پانی کا بہاؤ مسلسل قائم رکھا جاتا ہے اور داخلی و خارجی پانی کا تاپ پلاٹینم مزاحمت تھرمامیٹر T_1 اور T_2 سے ناپ لیا جاتا ہے۔ کانچ کی نلی ایک خلائی جیکٹ سے گھری ہوتی ہے تاکہ چالن اور نقل کے ذریعہ حرارت باہر نہ جا سکے۔ خلائی جیکٹ مزید ایک جیکٹ سے گھرا ہوتا ہے جس میں لگاتار پانی بہتا رہتا ہے۔ اس کی وجہ سے اشعاع پذیری کی وجہ سے ضائع ہونے والی حرارت قائم رہتی ہے۔

R کو ایک بیٹری، ریوسٹیٹ، ایک امیٹر و کنجی سے سلسلہ وار جوڑ دیتے ہیں اور اس کے متوازی ایک وولٹ میٹر لگا دیتے ہیں۔ زیادہ صحیح نتیجہ کے لئے R سے ہو کر بہنے والی کرنٹ اور اس کے سروں کے درمیان مضمر فرق کو مضمر پیما سے ناپ لیتے ہیں جو خود ایک اسٹینڈرڈ سیل کی مدد سے پیمانہ بند ہوتا ہے۔ [شکل 27]

جب R میں بہنے والی کرنٹ اور پانی کے بہاؤ کی شرح مستقل ہو جاتی ہے تو ایک قائم حالت آجاتی ہے اور تھرمامیٹر T_1 اور T_2 کی ریڈنگ میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ ایسی



شکل 27 - کلینڈر اور بارن کلوری میٹر

حالت میں آلے کے ہر حصہ کا تاپ قائم رہتا ہے۔ تھرمامیٹر T_1 اور T_2 کی ریڈنگ θ_1 اور θ_2 مستقل ہو جانے پر t سکنڈ میں بہنے والے پانی کی کمیت ناپ لیتے ہیں۔ اگر تاپ θ_1 اور θ_2 کے دوران پانی کی اوسط نوعی حرارت S ہو اور اشعاع پذیری سے ضائع حرارت H' ہو تو تار میں کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہوئی حرارت

$$H_1 = ms(\theta_2 - \theta_1) + H' \quad \text{----} \quad (i)$$

اگر E اور I بالترتیب وولٹ میٹر اور امیٹر کی ریڈنگ ہوں تو t سکنڈ میں آزاد ہوئی برقی توانائی EIt جول ہوگی۔ اس کے مطابق پیدا ہوئی حرارت

$$H_2 = \frac{EIt}{J} \text{ کلوری } \text{------ (ii)}$$

چونکہ دونوں حرارت آپس میں برابر ہیں اس لئے

$$\frac{EIt}{J} = ms(\theta_2 - \theta_1) + H' \text{-----(iii)}$$

مساوات (iii) سے H' کو خارج کرنے کے لئے مشاہدات کا دوسرا سیٹ لیا جاتا ہے۔ کرنٹ کی قدر اور پانی کے بہاؤ کی شرح کو اس طرح تبدیل کرتے ہیں کہ قائم حالت آنے کے بعد تاپ میں فرق $\theta_2-\theta_1$ ہی رہے۔ اب اگر E' ، I' اور m' اتنے ہی وقت t کے لئے وولٹ میٹر، امیٹر اور اکٹھا ہوئے پانی کی قدریں ہوں تو

$$\frac{E'I't}{J} = m's\ (\theta_2 - \theta_1) + H' \text{----(iv)}$$

چونکہ تاپ فرق $(\theta_2-\theta_1)$ دونوں حالتوں میں ایک سا رکھا جاتا ہے اس لئے آلے کے مختلف حصوں کا تاپ بھی ایک ہی سا رہتا ہے۔ چنانچہ اشعاع ریزی سے ضائع حرارت بھی اتنی ہی رہے گی۔ مساوات (iii) میں سے (iv) کو گھٹانے سے

$$\frac{(EI - E'I')t}{J} = (m - m')(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\therefore\ J = \frac{(EI - E'I')\,t}{(m - m')(\theta_2 - \theta_1)}\ \frac{\text{جول}}{\text{کلوری}} \text{----54}$$

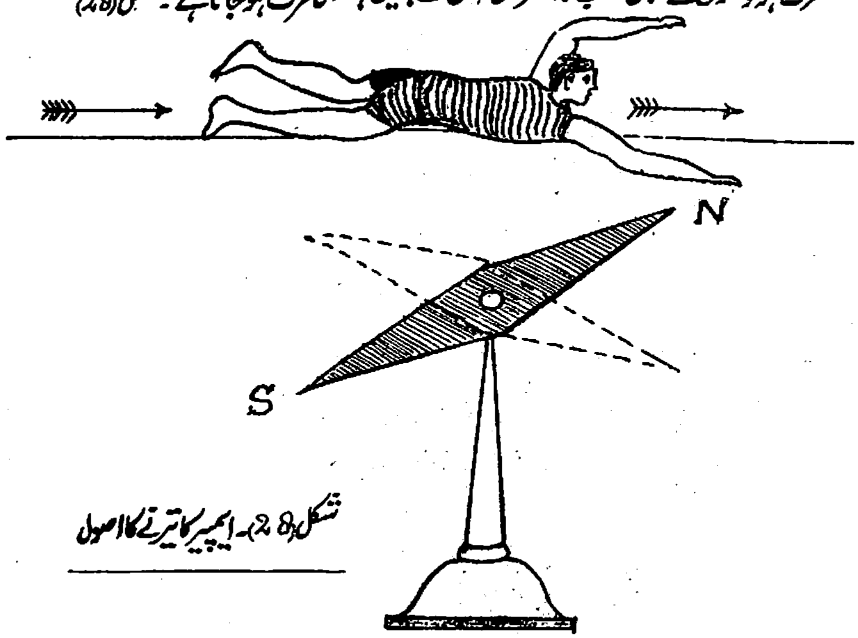
مساوات 54 میں سبھی قدریں صحت کے ساتھ ناپی جا سکتی ہیں۔ پیمانہ بند پلاٹینیم مزاحمت تھرمامیٹر سے تاپ فرق بھی بہت صحیح ناپا جا سکتا ہے۔ اس طرح یہ طریقہ J کو ناپنے کا زیادہ صحیح طریقہ ہے۔ اس طریقہ میں اشعاع ریزی سے ضائع حرارت کا کوئی حساب نہیں لگانا پڑتا۔

باب ۴

برق مقناطیست

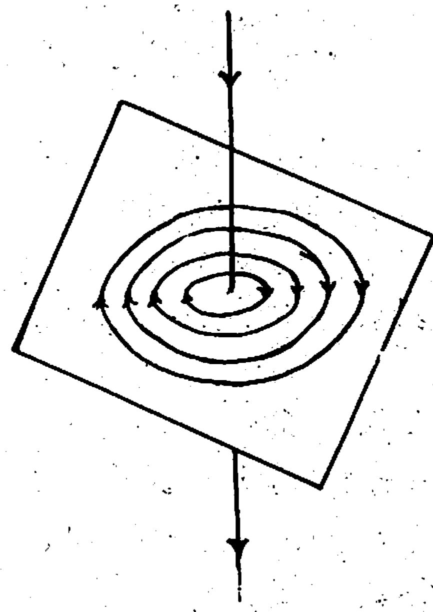
1820 میں اورسٹیڈ نے یہ مشاہدہ کیا کہ جب کرنٹ بہتے چالک کے نزدیک ایک مقناطیسی سوئی رکھی جاتی ہے تو اس میں انفراج پیدا ہوتا ہے۔ اس معمولی لیکن اہم تجربے سے یہ بات ثابت ہوئی کہ کرنٹ سے ہمیشہ مقناطیسی میدان وابستہ ہوتا ہے۔ اگر سوئی کا مقناطیسی محور چالک کے متوازی رکھا جائے تو انفراج کی سمت ایمپیر کے ترنے کے اصول سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

اس اصول کے مطابق اگر ہم یہ تصور کریں کہ ایک آدمی چالک کے متوازی کرنٹ کی سمت میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا منہ چالک کے نیچے رکھی ہوئی مقناطیسی سوئی کی طرف ہو تو سوئی کے شمالی قطب کا انفراج اس کے بائیں ہاتھ کی طرف ہو جاتا ہے۔ شکل (28)



شکل (28)۔ ایمپیر کا ترنے کا اصول

اگر ایک سیدھے چالک میں کرنٹ بہ رہی ہو تو پیدا ہوئے مقناطیسی میدان کے قوت خطوط کو چھوٹی مقناطیسی سوئی کی مدد سے کھینچا جا سکتا ہے۔ یہ قوت خطوط چالک کے چاروں طرف ہم مرکزی دائروں کی شکل میں ہوتے ہیں۔ شکل (29)



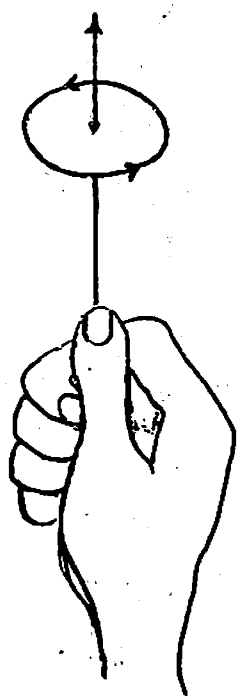
شکل 29۔ سیدھے چالک میں کرنٹ کی وجہ سے مقناطیسی میدان

قوت خطوط کی سمت مختلف اصولوں کی مدد سے بتائی جا سکتی ہے۔

4.1 - داہنا ہاتھ اصول :-

اگر سیدھے چالک کو داہنے ہاتھ میں اس طرح پکڑیں کہ انگوٹھا کرنٹ کی سمت میں ہو تو باقی انگلیاں قوت خطوط کی سمت میں ہوں گی۔ شکل (30)

دائری کرنٹ کے لئے داہنا ہاتھ اصول یہ بتاتا ہے کہ اگر کرنٹ بند انگلیوں کی سمت میں بہ رہی ہو تو انگوٹھا قوت خطوط کی سمت میں اشارہ کرے گا۔



تشکل 30 - داہنا ہاتھ اصول

4.2- لاپلاس قانون :-

لاپلاس نے یہ دکھایا کہ ایک چالک کے کسی چھوٹے جزو AB میں کرنٹ کی وجہ سے کسی نقطہ P پر مقناطیسی میدان δF کا انحصار مندرجہ ذیل باتوں پر ہوتا ہے : تشکل (31)

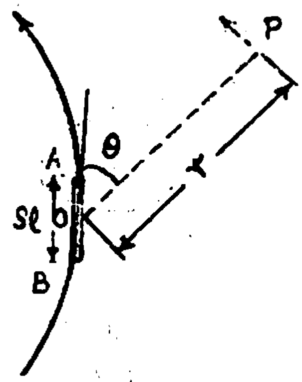
(i) جزو کی لمبائی δl کے متناسب ہوتا ہے۔

(ii) جزو سے نقطہ P کی دوری (r) کے مربع کے الٹے تناسب میں ہوتا ہے۔

(iii) جزو کی سمت اور جزو کے وسطی نقطہ O کو P سے ملانے والے خط کے درمیان بنے زاویہ (θ) کے سائن کے سیدھے تناسب میں ہوتا ہے۔

(iv) کرنٹ کی طاقت (i) کے سیدھے تناسب میں ہوتا ہے۔

اس طرح



شکل 31 ۔ چالک کے چھوٹے عنصر کی وجہ سے مقناطیسی میدان

$$\delta F \propto \frac{i\, dl\, \sin\theta}{r^2} \text{ ------ } 55$$

نقطہ P پر مقناطیسی میدان اس مستوا کے عمودی ہوتا ہے جس میں جز و AB اور خط OP واقع ہوتے ہیں۔ (خط OP کو ریڈیس ویکٹر بھی کہتے ہیں۔)

مساوات 55 سے

$$\delta F = k\, \frac{i\, dl\, \sin\theta}{r^2} \text{ ------ } 56$$

جہاں k ایک مستقلہ ہے جس کا انحصار ان اکائیوں پر ہوتا ہے جن میں i اور r ناپے جاتے ہیں۔

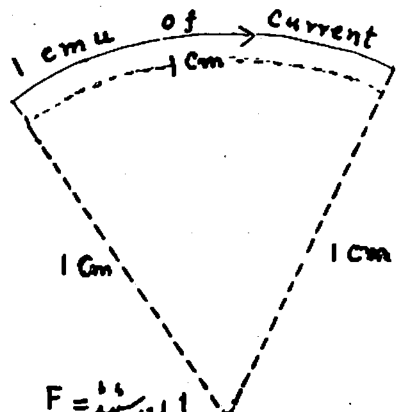
یہ بات قابل غور ہے کہ مقناطیسی میدان کی شدت کی عبارت اس وسیلہ کی فطرت پر منحصر نہیں ہوتی ہے جس میں کہ مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔

مساوات 56 میں اگر $\delta l = 1$، $\theta = 90°$، $r = 1$ اور $F = 1$ اور سٹینڈرڈ ہو اور اگر ہم کرنٹ کو اکائی کرنٹ مانیں تو $k = 1$

$$\therefore \delta F = \frac{i\, dl\, \sin\theta}{r^2} \text{ ------- } 57$$

مساوات 57 لاپلاس قانون یا ایمپیر قانون کہلاتا ہے۔ اس کی صداقت کو باٹ

اور ساورٹ نے تجربہ سے ثابت کیا۔
مساوات 57 سے ہمیں کرنٹ کی برق مقناطیسی اکائی (e.m.u) کی تعریف ملتی ہے۔ لہذا
برق مقناطیسی اکائی کرنٹ وہ کرنٹ ہے جو ایک سینٹی میٹر ریڈیس والے دائری قوس کی شکل میں مُڑے ہوئے ایک سینٹی میٹر لمبے چالاک میں بہتے ہوئے 1 اورسٹیڈ میدان قوس کے مرکز پر پیدا کرے۔ [شکل 32]



شکل 32۔ کرنٹ کی اکائی

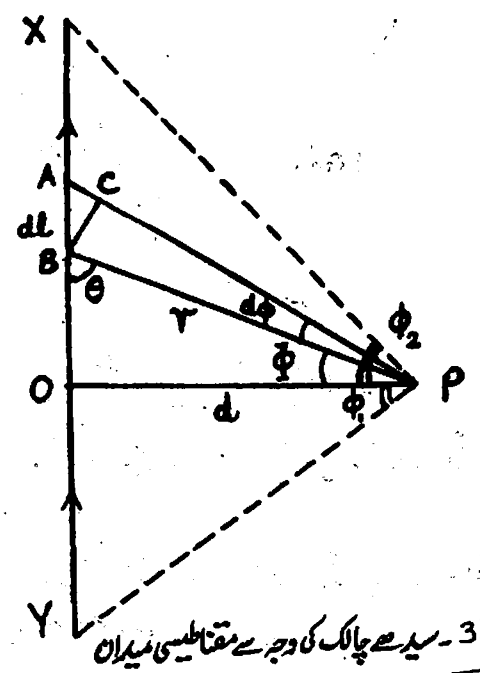
[یہ بات صاف ظاہر ہے کہ اگر زیر غور نقطہ قوس کے مرکز پر واقع ہے تو چالاک کے ہر جزو کے لئے $\theta = 90$]
یہ اکائی کرنٹ کی طاقت کی مطلق اکائی کہلاتی ہے۔ کرنٹ کی عملی اکائی ایمپیر ہے جو برق مقناطیسی اکائی کا دسواں حصہ ہوتی ہے۔

1 ایمپیر $= \frac{1}{10}$ کرنٹ کی برق مقناطیسی اکائی

لاپلاس قانون کا استعمال

4.3۔ کرنٹ بہتے سیدھے چالک کی وجہ سے کسی نقطہ پر مقناطیسی میدان

مان لیا XY ایک سیدھا چالک ہے جس میں i emu کرنٹ Y سے X کی سمت میں بہہ رہی ہے۔ P ایک نقطہ چالک سے d دوری پر واقع ہے۔ P نقطہ پر مقناطیسی میدان کی شدت معلوم کرنی ہے۔[شکل 33]



شکل 33۔ سیدھے چالک کی وجہ سے مقناطیسی میدان

چالک کے جزو AB پر غور کیجیے جس کی لمبائی δl ہے۔ اس جزو کی وجہ سے P نقطہ پر مقناطیسی میدان

$$\delta F = \frac{i\, dl \sin\theta}{r^2}$$

$\triangle ABC$ میں

$$\sin\theta = \frac{BC}{\delta l}$$

$$\therefore \delta l \sin\theta = BC$$

$$\therefore \delta l = \frac{i\, BC}{r^2}$$

$$\delta l = \frac{i\, r d\varphi}{r^2} \quad (\because BC = r d\varphi)$$

$$= \frac{i\, d\varphi}{2}$$

مثلث OBP میں

$$\cos\varphi = \frac{d}{r}$$

$$\therefore r = d/\cos\varphi$$

$$\therefore \delta F = \frac{i \cos\varphi\, d\varphi}{d}$$

پورے چالک کی وجہ سے P پر کل مقناطیسی شدت

$$F = \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{i \cos\varphi\, d\varphi}{d}$$

$$= \frac{i}{d}\left[\sin\phi\right]_{-\varphi_1}^{\varphi_2}$$

$$= \frac{i}{d}\left[\sin\phi_2 - \sin(-\phi_1)\right]$$

$$= \frac{i}{d}\left[\sin\varphi_2 + \sin\varphi_1\right] \text{---- } 58$$

اگر چالک لاانتہا لمبا ہو تو $\varphi_1 = 90^\circ$ اور $\varphi_2 = 90^\circ$ ۔ اس لئے نقطہ P پر مقناطیسی شدت

$$F = \frac{2i}{d} \text{ اورسٹیڈ } \text{------ } 59$$

اگر کرنٹ ایمپیر میں ناپیں تو مقناطیسی شدت

$$F = \frac{2i}{10d} \quad \text{-------} \; 60$$

4.4- دائری کرنٹ کی وجہ سے مقناطیسی میدان

مان لیا emu i کرنٹ ایک n پھیروں والے دائری کوائل میں بہ رہی ہے جس کا ریڈیس r ہے۔

لاپلاس قانون کے مطابق کوائل کے مرکز پر مقناطیسی شدت صرف ایک پھیرے کے لئے

$$F = \frac{i \sin\theta \cdot 2\pi r}{r^2}$$

یہاں $2\pi r$ ایک پھیرے کے لئے چالک کی لمبائی ہے۔ چونکہ پھیرے کے سبھی جزو کے لئے r، θ اور i ایک ہی ہیں اور چونکہ $\theta = 90°$ اس لئے

$$F = \frac{i \cdot 2\pi r}{r^2} = \frac{2\pi i}{r}$$

n پھیروں کے لئے مقناطیسی شدت

$$F = \frac{2\pi n i}{r} \quad \text{-------} \; 61$$

اگر کرنٹ ایمپیر میں ناپیں تو

$$F = \frac{2\pi n i}{10r} \quad \text{-------} \; 62$$

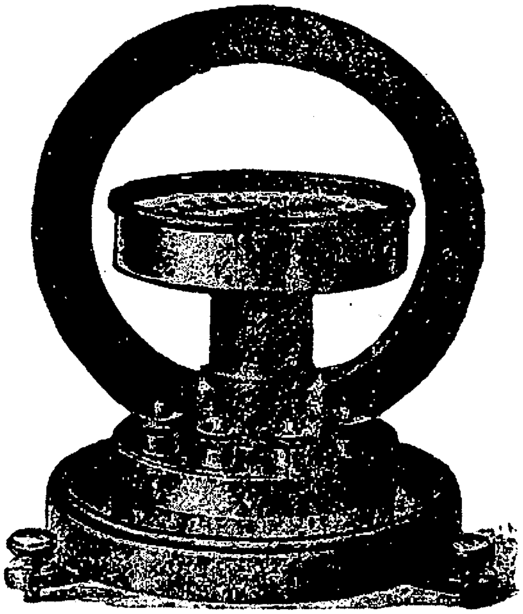
4.5- ٹینجنٹ گلوینومیٹر

اس آلہ کی بناوٹ ٹینجنٹ قانون پر مبنی ہے۔ ٹینجنٹ قانون $F = H \tan\theta$ میں F اور H دو یکساں عمودی مقناطیسی میدان ہیں۔ θ وہ زاویہ ہے جو ان میدانوں میں رکھی

ہوئی آزادی سے گھومتی ہوئی مقناطیسی سوئی H کے ساتھ بناتی ہے جبکہ وہ F اور H کے مجموعی اثر میں سکون کی حالت میں ٹھہری ہوتی ہے۔

یہ آلہ سرکٹ میں کرنٹ کی موجودگی معلوم کرنے اور کرنٹ کی طاقت ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

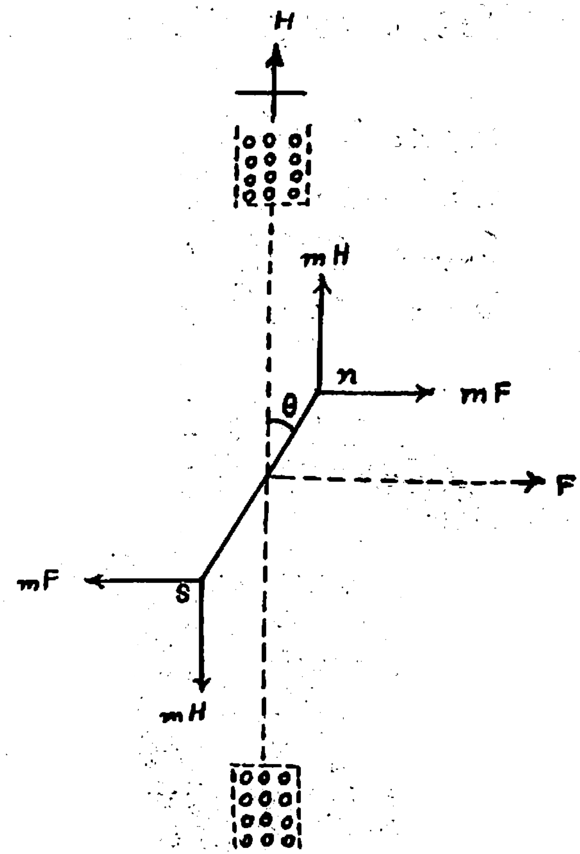
بناوٹ۔ اس گلوینومیٹر میں ایک دائری کوائل ہوتا ہے جس میں 2 ، 50 ، 500 پھیروں کے تار ہوتے ہیں۔ یہ کوائل اپنے مستوا میں ایک عمودی محور کے چاروں طرف گھوم سکتی ہے۔ اس کے قاعدہ پر تین ہموار کار پیچ لگے ہوتے ہیں۔ کوائل کے مرکز میں ایک انفراج مقناطیسیت پیما بکس رکھا ہوتا ہے۔ یہ بکس بھی ایک عمودی محور کے چاروں طرف گھمایا جاسکتا ہے۔[شکل 34]



شکل 34۔ ٹینجنٹ گلوینومیٹر

کوائل کو سب سے پہلے مقناطیسی میریڈیان میں رکھتے ہیں تاکہ کرنٹ کے ذریعہ پیدا ہوا مقناطیسی میدان (جو کوائل کے مستوا کے عمودی ہوتا ہے) زمین کے مقناطیسی

میدان کے افقی جزو H کے عمودی ہو جائے۔ کوائل کے مرکز میں رکھی مقناطیسی سوئی کا انفراج اگر θ ہو تو [شکل 35]



شکل 35۔ ٹینجنٹ گلوینومیٹر کا اصول

$$\frac{F}{H} = \tan\theta$$

یا $F = H \tan\theta$

لیکن

$$F = \frac{2\pi n i}{Y}$$

$$\therefore \frac{2\pi n i}{r} = H \tan\theta$$

$$\text{یا} \quad i = \frac{rH}{2\pi n} \cdot \tan\theta$$

$$= \frac{H}{2\pi n / r} \tan\theta$$

$$= \frac{H}{G} \tan\theta$$

$$= K \tan\theta \text{ ---- } 62$$

یہاں $G = \frac{2\pi n}{r}$ گلوینومیٹر مستقلہ کہلاتا ہے۔ اگر کوائل میں پھیروں کی تعداد مستقل ہو تو G کی قدر بھی مستقل ہوتی ہے مستقلہ K تبدیلی جز کہلاتا ہے کیونکہ اس کی مدد سے انفراج کو کرنٹ میں بدلا جاتا ہے۔ تبدیلی جز کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ وہ کرنٹ ہے جو گلوینومیٹر میں بہنے پر مقناطیسی سوئی میں $45°$ کا انفراج پیدا کرے۔ کسی خاص مقام کے لئے K کی قدر مستقل ہوتی ہے۔

اگر کرنٹ emu کی بجائے ایمپیر میں ناپی جائے تو

$$i = \frac{10\, r H}{2\pi n} \tan\theta$$

$$= \frac{10 H}{2\pi n / r} \tan\theta$$

$$= 10 K \tan\theta \text{ ----- } 63$$

4.6- ٹینجنٹ گلوینومیٹر سے لئے گئے ناپ کی صحت

اگر گلوینومیٹر میں I ایمپیر کی کرنٹ بہہ رہی ہو تو مساوات 63 کے مطابق

$$I = 10 K \tan\theta$$

اس مساوات کو I اور θ کے لحاظ سے تفرق کرنے پر

$$dI = 10 K \sec^2\theta \; d\theta$$

$$\therefore \frac{dI}{I} = \frac{10 K \sec^2\theta \, d\theta}{10 K \tan\theta}$$

$$= \frac{d\theta}{\sin\theta \cos\theta}$$

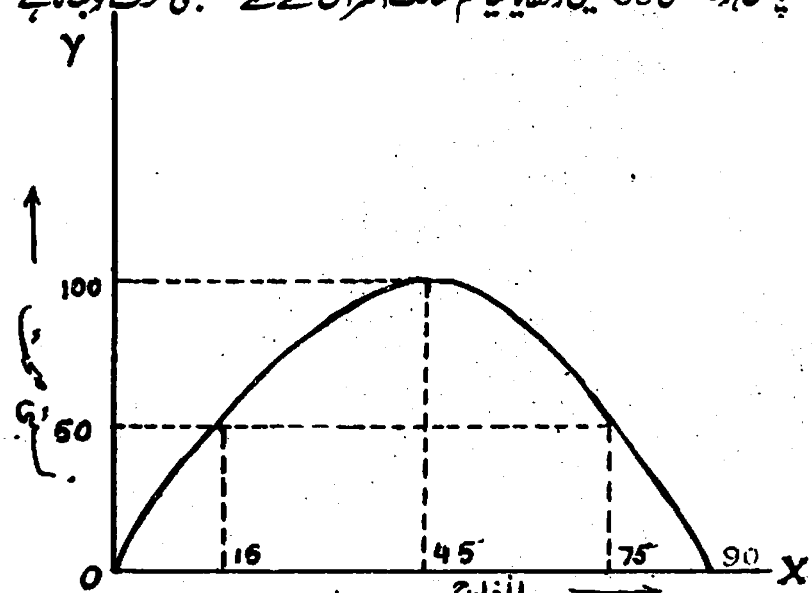
$$= \frac{2\, d\theta}{\sin 2\theta}$$

کرنٹ I کی ناپ میں dI ایک چھوٹی سی سہو ہے اور $\frac{dI}{I}$ متناسب سہو کو نا پتا ہے۔ I کی دی ہوئی قدر کے لئے $\frac{dI}{I}$ اس وقت چھوٹا ہوگا جب $\sin 2\theta$ بیش ترین ہو اور یہ اس وقت ممکن ہوگا جب

$$2\theta = 90^\circ$$

یا $\theta = 45^\circ$

اس لئے بیش ترین صحت اس وقت ممکن ہے جب انفراج 45° کے آس پاس ہو۔ شکل 36 میں دکھایا گیا خم مختلف انفراج کے لئے نسبتی صحت کو بتاتا ہے



شکل 36 ۔ ٹینجنٹ گلونومیٹر میں مختلف انفراج کیلئے نسبتی صحت

45° پر نسبتی صحت %100 لی گئی ہے۔ یہ بات خم سے ظاہر ہے کہ 15° اور 75° انفراج کے لیے نسبتی صحت %50 تک پہنچ جاتی ہے۔

اس لیے ٹینجنٹ گلوینومیٹر سے کام لیتے وقت پسندیدہ بات یہ ہے کہ انفراج 45° کے آس پاس ہو۔

4.7۔ گلوینومیٹر کا حساس پن :۔

گلوینومیٹر کا حساس پن پیدا ہوئی انفراج سے ناپا جاتا ہے۔ چنانچہ

$$\text{حساس پن} = \frac{d\theta}{dI}$$

اب چونکہ

$$I = K \tan\theta$$

$$\therefore \quad dI = K.\sec^2\theta.\, d\theta$$

یا

$$\frac{d\theta}{dI} = \frac{1}{K\sec^2\theta} = \frac{1}{K(1+\tan^2\theta)}$$

$$= \frac{1}{K(1+I^2/K^2)}$$

$$= \frac{K}{K^2+I^2} \quad \text{-----} 64$$

مساوات 64 سے ظاہر ہے کہ اگر

(i) I کی قدر زیادہ ہو تو حساس پن کم ہوگا۔ لہٰذا ٹینجنٹ گلوینومیٹر زیادہ کرنٹ کے لیے کم حساس ہوتا ہے۔

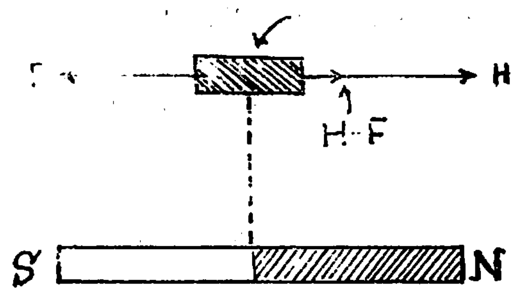
(ii) جیسے جیسے تبدیلی جز (K) گھٹتا ہے حساس پن بڑھتا جاتا ہے۔ چونکہ $K = \frac{rH}{2\pi n}$ اس لیے گلوینومیٹر کا حساس پن زیادہ ہوگا اگر

(a) پھیروں کی تعداد 'n' زیادہ ہو

(b) کوائل کا ریڈیس 'r' کم ہو

(c) H کی موثر قدر کم ہو

لیکن n کی تعداد بے انتہا نہیں بڑھائی جا سکتی کیونکہ اس سے کوائل کی مزاحمت بڑھ جائے گی اور اس کے علاوہ r بھی بڑھ جائے گا۔ اسی طرح r کو بہت زیادہ کم نہیں کیا جا سکتا ورنہ مقناطیسی سوئی کا یکساں مقناطیسی میدان میں ہونا نہیں مانا جائے گا۔ H کی موثر قدر کو کم کرنے کے لئے ایک چھڑ چمبک کا استعمال اس طرح کرتے ہیں کہ اس کا میدان H کی مخالف سمت میں ہو [شکل 37]



شکل 37

مزید برآں انفراج کی صحیح ناپ کے لئے لیمپ اور اسکیل کا انتظام زیادہ بہتر ہوتا ہے۔

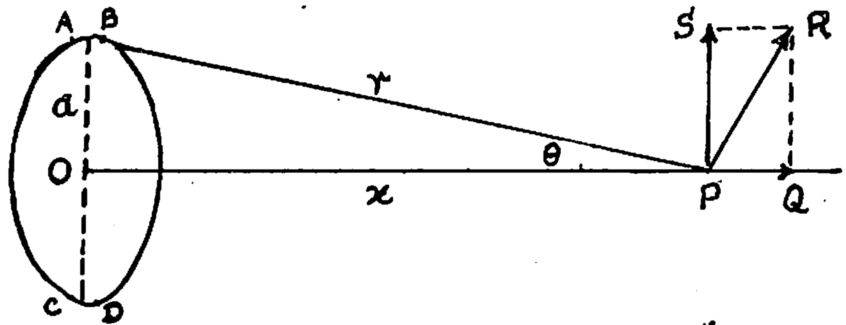
4.8- دائری کوائل کے محور پر کسی نقطہ پر مقناطیسی میدان

مان لیا emu i کرنٹ a ریڈیس والے ایک کوائل میں بہ رہی ہے جس میں پھیروں کی تعداد n ہے۔ کوائل کے محور پر ایک نقطہ P مرکز سے x دوری پر ہے [شکل 38]۔

P نقطہ پر کوائل کی وجہ سے مقناطیسی میدان معلوم کرنا ہے۔

چالک کے ایک چھوٹے جزو AB پر غور کیجئے جس کی لمبائی dl ہے۔ اس جزو کی وجہ سے P پر مقناطیسی میدان

$$\delta F = \frac{i\,dl}{r^2}$$



شکل 38 - دائری کوائل کے محور پر مقناطیسی میدان

[چونکہ AB میں کرنٹ کی سمت اور r کے بیچ 90° کا زاویہ ہے اس لئے $\sin\theta = 1$]

δF اس مستوا کے عمودی ہوگا جس میں r اور dl واقع ہیں۔ یعنی δF کی سمت PR ہوگی۔ اس قوت کا تجزیہ محور کی سیدھ اور اس کے عمودی سمت میں کرنے پر

محور کے متوازی جزو $= \delta F \sin\theta$ (PQ کی سمت میں)

محور کے عمودی جزو $= \delta F \cos\theta$ (PS کی سمت میں)

اب dl لمبائی کے دوسرے جز CD پر غور کیجئے جو قطری طور پر AB کے مخالف واقع ہے۔ اس کی وجہ سے P نقطہ پر میدان کا محور کے متوازی اور عمودی سمت میں تجزیہ کر سکتے ہیں۔ عمودی جزو PS کے مخالف ہوگا اس لئے دونوں ایک دوسرے کو تعدیل کر دیں گے لیکن محور کے متوازی جزو PQ کی سمت میں ہوگا اس لئے یہ دونوں جزو ایک دوسرے سے جڑیں گے۔

اسی طرح اگر ہم پورے کوائل کو اسی طرح کے چھوٹے جزو کے جوڑوں میں تقسیم کریں تو ہم دیکھتے ہیں کہ میدان کے جزو جو محور کے متوازی ہیں آپس میں جڑیں گے اور وہ جزو جو محور کے عمودی ہیں ایک دوسرے کو رد کر دیں گے۔

لہٰذا P نقطہ پر پوری دائری کرنٹ کے ایک پھیرے کی وجہ سے مقناطیسی میدان

$$F = \Sigma\, \delta F \sin\theta$$

$$= \Sigma\, \frac{i\,dl}{r^2} \sin\theta$$

$$= \frac{i \sin\theta}{r^2} \Sigma \, dl$$

$$= \frac{i \sin\theta}{r^2} \, 2\pi a$$

$$= \frac{2\pi i a^2}{r^3} \qquad (\because \sin\theta = \frac{a}{r})$$

$$= \frac{2\pi i a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}} \qquad (r^2 = x^2 + a^2) \quad \text{------} \; 65$$

اس لئے n پھیروں کے لئے P پر مقناطیسی میدان

$$F = \frac{2\pi n i a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}} \quad \text{------} \; 66$$

اگر کرنٹ کو ایمپیر میں ناپیں تو

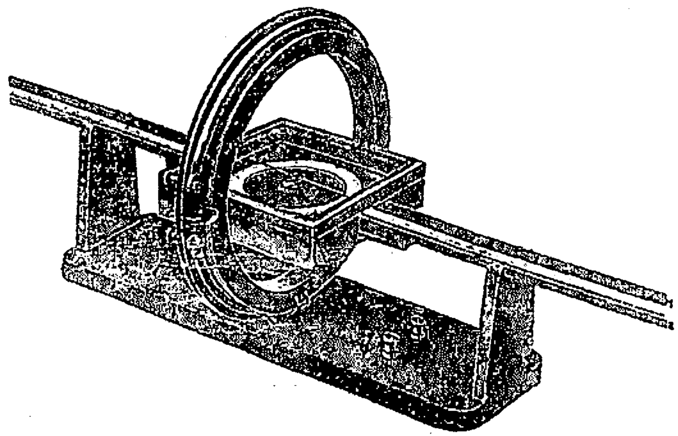
$$F = \frac{2\pi n i a^2}{10(x^2+a^2)^{3/2}} \quad \text{-------} \; 67$$

مساوات 65 یا 66 یا 67 کی مدد سے کوائل کے مرکز پر مقناطیسی میدان نکالا جاسکتا ہے۔ کیونکہ مرکز پر $x = 0$

$$\therefore \; F = \frac{2\pi n i a^2}{a^3} = \frac{2\pi n i}{a} \quad \text{----} \; 68$$

کوائل کے محور کے مختلف نقطوں پر مقناطیسی میدان کے تغیر کو اسٹاورٹ اور گی طرز کے ٹینجنٹ گلوینومیٹر سے معلوم کرسکتے ہیں۔ اس گلوینومیٹر کی تصویر شکل 39 میں دکھائی گئی ہے۔ کوائل کو پہلے مقناطیسی میریڈیان میں سیٹ کرتے ہیں۔ پھر کمپاس بکس کو محور کے مختلف نقطوں پر لے جاکر انفراج (θ) معلوم کرلیتے ہیں۔ پھر کوائل کے مرکز سے ان نقطوں کی دوری اور مطابق انفراج (θ) میں گراف کھینچتے ہیں۔ میدان کے تغیر کا گراف شکل 40 میں دکھایا گیا ہے۔

ریاضیاتی طور پر میدان کے تغیر کی شرح مساوات 66 کے تفرق سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ چنانچہ



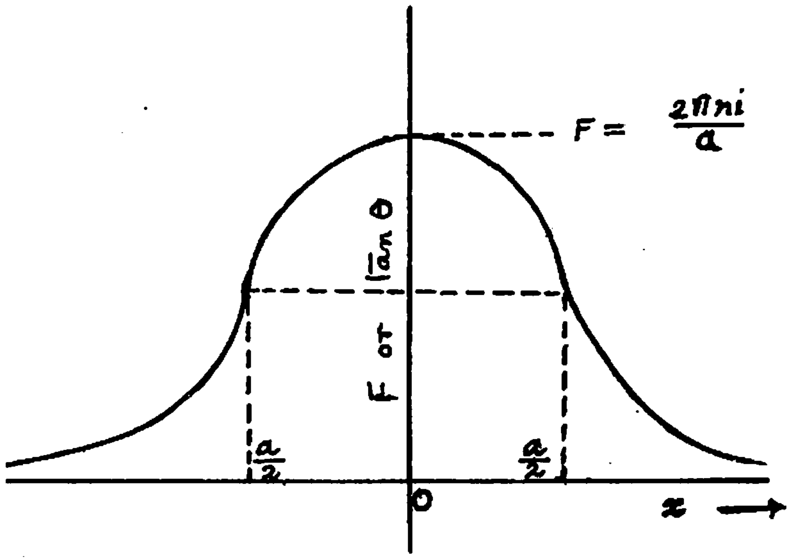
شکل 39 ۔ اسٹاورٹ اور گی طرز کا ٹینجنٹ گلونومیٹر

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{2\pi\, ni\, a^2}{(n^2+a^2)^{3/2}}\right]$$

$$= \frac{d}{dx}\left[2\pi\, ni\, a^2 (x^2+a^2)^{-3/2}\right]$$

$$= 2\pi\, ni\, a^2 \left(-\frac{3}{2}\right)(x^2+a^2)^{-5/2} . 2x$$

$$= (-6\pi\, ni\, a^2)\, x\, (x^2+a^2)^{-5/2}$$



شکل 40 ۔ دائری کوائل کے محور کے مختلف نقطوں پر مقناطیسی میدان کا تغیر

x کے لحاظ سے دوبارہ تفرق کرنے پر

$$\frac{d^2F}{dx^2} = [-6\pi n i a^2]\left[(x^2+a^2)^{-5/2} + x(-5/2)(x^2+a^2)^{-7/2}\cdot 2x\right]$$

$$= [-6\pi n i a^2]\left[(x^2+a^2)^{-5/2} - 5x^2(x^2+a^2)^{-7/2}\right]$$

$$= [-6\pi n i a^2](x^2+a^2)^{-7/2}[x^2+a^2-5x^2]$$

اگر کوائل کے مستوا سے x دوری پر میدان کے تغیر کی شرح مستقل ہو تو $\frac{dF}{dx}$ مستقلہ کے برابر ہوگا اور $\frac{d^2F}{dx^2}$ ضرور ہی صفر ہوگا۔ یعنی

$$x^2 + a^2 - 5x^2 = 0$$

یا $$4x^2 = a^2$$

$$\therefore \quad x = \pm a/2$$

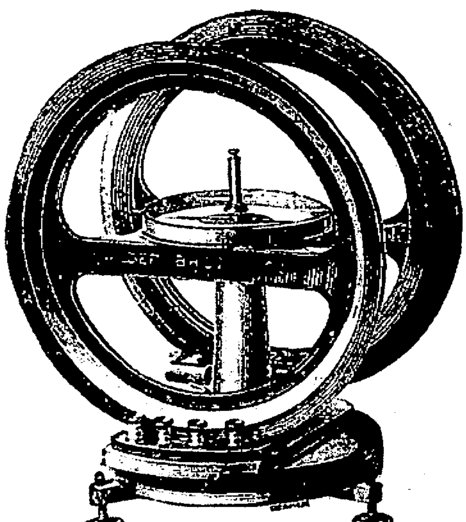
جہاں a کوائل کا ریڈیس ہے۔

اس لئے کوائل کے مستو اسے $a/2$ دوری پر میدان کے تغیر کی شرح مستقل ہوتی ہے یعنی میدان یکساں ہوتا ہے۔

اس خصوصیت کو ہیلم ہوز گلوینومیٹر کی بناوٹ میں استعمال کیا گیا ہے۔

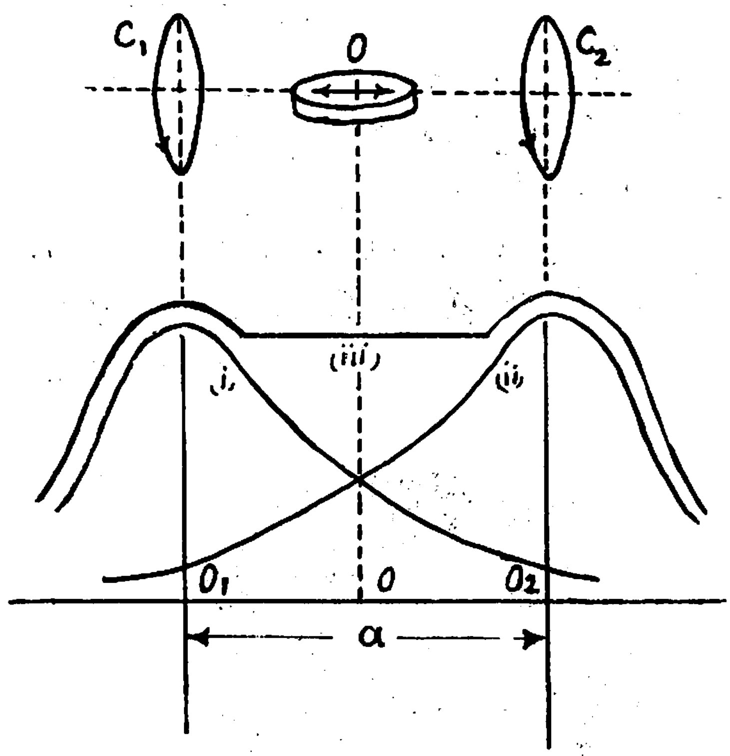
4.9۔ ہیلم ہوز گلوینومیٹر

یہ گلوینومیٹر ٹینجنٹ گلوینومیٹر کی ایک بہتر اور اصلاح شدہ شکل ہے۔ اس میں دو برابر کوائل ہم محوری طور پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ ان کے درمیان کا فاصلہ ان میں سے کسی ایک کے ریڈیس کے برابر ہو۔ دونوں کوائل سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مان لیا کہ ہر کوائل میں پھیروں کی تعداد n ہے اور ان کا ریڈیس a ہے۔ دونوں کوائل کے مرکزوں کو ملانے والے خط کے وسط میں ایک انفراج مقناطیسیت پیما بکس رکھا ہوتا ہے۔ شکل 41



شکل 41۔ ہیلم ہوز گلوینومیٹر

چونکہ دونوں کوائل میں کرنٹ ایک ہی سمت میں بہتی ہے اس لئے ان کے مشترک محور $O_1 O_2$ کے کسی نقطہ پر مقناطیسی میدان ایک ہی سمت میں ہوتا ہے۔ اس لئے اگر اس وسطی نقطہ سے کسی کوائل کی طرف چلیں تو ایک کی وجہ سے میدان میں کمی کی تلافی دوسرے کوائل کی وجہ سے میدان میں افزونی سے ہو جاتی ہے۔ اس لئے دونوں کوائل کے بیچ حاصل میدان مستقل رہتا ہے۔ شکل (42) ۔ چنانچہ مقناطیسی سوئی بالکل یکساں میدان میں حرکت کرتی ہے۔



شکل 42 ۔ دونوں کوائل کے درمیان یکساں اور مستقل میدان

اس لئے وسطی نقطہ پر دونوں کوائل کی وجہ سے مقناطیسی میدان

$$F = \frac{2\pi (2n)\, i\, a^2}{\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2\right]^{3/2}}$$

تعادل کی حالت میں

$$F = H \tan\theta$$

$$\therefore \frac{4\pi ni\, a^2}{\left(\frac{5a^2}{4}\right)^{3/2}} = H \tan\theta$$

یا $$\frac{32\pi ni\, a^2}{\sqrt{125}\; a^3} = H \tan\theta$$

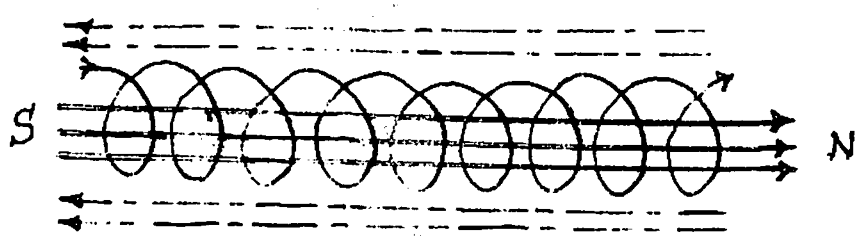
$$\therefore \quad i = \frac{\sqrt{125}\; a H}{32\pi n} \tan\theta \; emu \quad ----- 69$$

اگر کرنٹ ایمپیر میں ناپی جائے تو

$$i = \frac{10\sqrt{125}\; a\; H}{32\pi\; n} \tan\theta$$ ایمپیر ---- 70

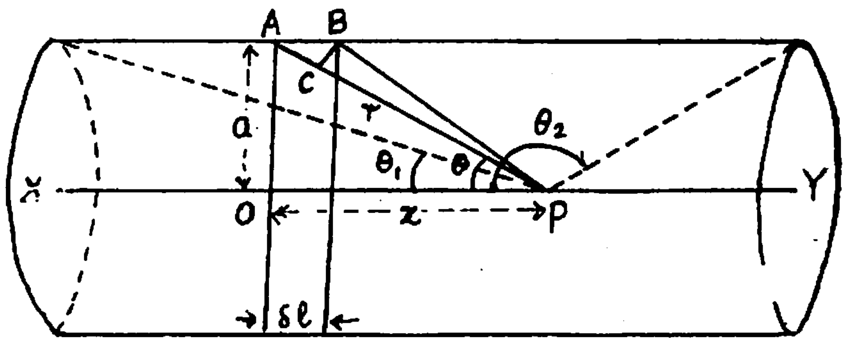
4.10۔ کرنٹ بہتے سولینائڈ کیوجہ سے اسکے محور پر مقناطیسی میدان

اگر کسی تار کو اس طرح لپیٹا جائے کہ وہ مرغولی کوائل کی شکل اختیار کرلے اور جس میں پھیرے نزدیک اور یکساں طور پر منقسم ہوں تو ایسے کوائل کو سولینائڈ کہتے ہیں جیسا کہ شکل 43 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 43 ۔ سولینائڈ اور اس کے قوت خطوط

سولینائڈ کا اس کے محور سے ہوتا ہوا تراش شکل 44 میں دکھایا گیا ہے۔
مان لیا کہ سولینائڈ کا ریڈیس a اور اس کی اکائی لمبائی میں پھیروں کی تعداد n ہے۔ اس میں emu i کرنٹ بہ رہی ہے۔ اس کے محور XY پر P ایک نقطہ ہے جس پر مقناطیسی میدان نکالنا ہے۔



شکل 44 ۔ سولینائڈ کے محور پر کسی نقطہ پر مقناطیسی میدان

سولینائڈ کے ایک چھوٹے جزو AB پر غور کیجئے جس کی لمبائی δl ہے۔ اس کو ہم a ریڈیس والا دائری کوائل تصور کر سکتے ہیں۔ اگر نقطہ P اس جزو کے درمیانی نقطہ O سے x دوری پر ہو تو اس پر مقناطیسی میدان

$$\delta F = \frac{2\pi n\, \delta l .\, i\, a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{2\pi n\, \delta l\, i\, a^2}{r^3} \text{-----} (i)$$

مثلث ABC میں $\angle BAC = \theta$ اور $\angle APO = \theta$

اور $\sin\theta = \frac{BC}{AB}$

یا $BC = AB \sin\theta$

یا $r\, d\theta = \delta l \sin\theta$

$\therefore \quad \delta l = \frac{r\, d\theta}{\sin\theta}$

مساوات (i) میں δl کی قدر رکھنے پر

$$\delta F = \frac{2\pi n i a^2}{r^3} \cdot \frac{r\,d\theta}{\sin\theta}$$

$$= 2\pi n i \cdot \frac{a^2}{r^2} \cdot \frac{d\theta}{\sin\theta}$$

$$= 2\pi n i \sin\theta \, d\theta \quad (\because \frac{a^2}{r^2} = \sin^2\theta)$$

اس لئے نقطہ P پر پورے سولینائڈ کی وجہ سے مقناطیسی میدان

$$F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} 2\pi n i \sin\theta \, d\theta$$

$$= 2\pi n i \left[-\cos\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= 2\pi n i (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \text{-----} 71$$

مخصوص حالات

(i) اگر سولینائڈ لاانتہا لمبا ہے اور نقطہ P اس کے اندر واقع ہے تو

$$\theta_1 = 0, \quad \theta_2 = 180^\circ$$

$\therefore \quad F = 2\pi n i [1-(-1)] = 4\pi n i$ اورسٹیڈ ---72

(ii) اگر نقطہ P سولینائڈ کے محور کے ایک سرے پر واقع ہو تو

$$\theta_1 = 90^\circ, \quad \theta_2 = 180^\circ$$

$\therefore \quad F = 2\pi n i [0-(-1)] = 2\pi n i$ اورسٹیڈ ---73

اس لئے سولینائڈ کے سرے پر مقناطیسی میدان اس کے اندر کسی نقطہ پر میدان کا آدھا ہوتا ہے۔

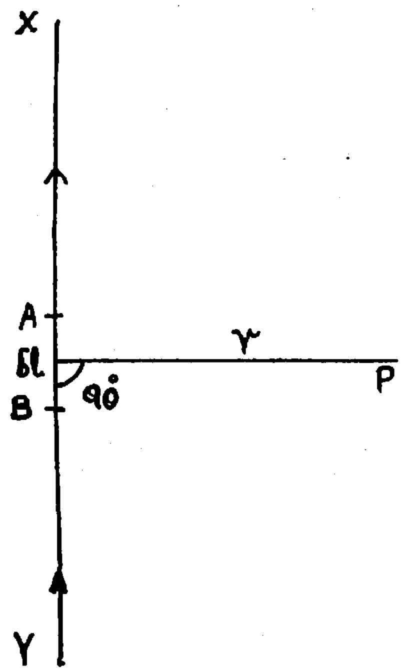
اگر کرنٹ کو ایمپیر میں ناپا جائے تو ان دونوں حالتوں میں میدان

$F = \frac{4\pi n I}{10}$ (اندر) اور سٹیڈ ----- 74

$F = \frac{2\pi n I}{10}$ (سرے پر) اور سٹیڈ ----- 75

4.11۔ کرنٹ بہتے چالک کو یکساں شدت کے مقناطیسی میدان میں رکھنے پر اس پر لگنے والی قوت :-

مان لیا XY ایک چالک ہے جس میں emu نے کرنٹ Y سے X کی طرف بہہ رہی ہے۔ AB چالک کا ایک چھوٹا جزو ہے جس کی لمبائی δl ہے [شکل 45]



[شکل 45]

جزو AB کی وجہ سے P نقطہ پر مقناطیسی میدان شدت $\frac{I\delta l}{r^2}$ کے برابر ہوگی۔

اس شدت کی سمت کاغذ کے مستوا کے عمودی اور اندر کی طرف ہو گی۔

اگر P نقطہ پر m طاقت کا مقناطیسی شمالی قطب رکھا جائے تو اس پر لگنے والی قوت $\frac{mi\,\delta l}{r^2}$ ہو گی۔ اس قوت کی سمت وہی ہو گی جو شدت کی ہے۔ اگر شمالی قطب حرکت کے لئے آزاد ہو تو یہ قوت خطوط کی سمت میں حرکت کرے گا۔

دوسری طرف اگر شمالی قطب قائم ہوا اور چالک حرکت کے لئے آزاد ہو تو اس پر نیوٹن کے حرکت کے تیسرے قانون کے مطابق ایک برابر اور مخالف قوت کاغذ کے مستوا کے عمودی اور باہر کی طرف لگے گی۔ اس لئے مقناطیسی قطب کی وجہ سے چالک پر لگنے والی قوت

$$F = \frac{mi\,\delta l}{r^2}$$

لیکن $H = \frac{m}{r^2}$ مقناطیسی پول کی وجہ سے چالک کے مقام پر مقناطیسی شدت ہے اس لئے چالک پر لگنے والی قوت

$$F = Hi\,\delta l$$

اگر چالک کی لمبائی l ہو تو قوت

$$F = Hil \quad \text{ڈائن} \quad ------76$$

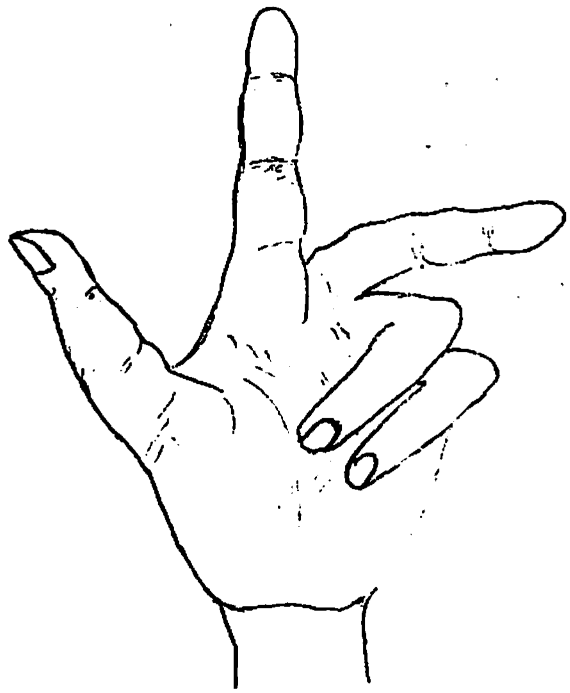
اس قوت کے اثر میں چالک مقناطیسی میدان میں حرکت کرے گا اور اس کے حرکت کی سمت فلیمنگ کے بائیں ہاتھ اصول سے دی جاتی ہے۔

فلیمنگ کا بایاں ہاتھ اصول

اگر بائیں ہاتھ کی شہادت کی انگلی، درمیانی انگلی اور انگوٹھے کو اس طرح پھیلائیں کہ یہ ایک دوسرے کے عمودی ہوں اور اگر شہادت کی انگلی مقناطیسی میدان کی سمت کا اشارہ کرے اور درمیانی انگلی کرنٹ کی سمت بتائے تو انگوٹھا چالک کی حرکت کی سمت بتائے گا۔ [شکل 96]

4.12۔ متحرک کوائل گلوینومیٹر

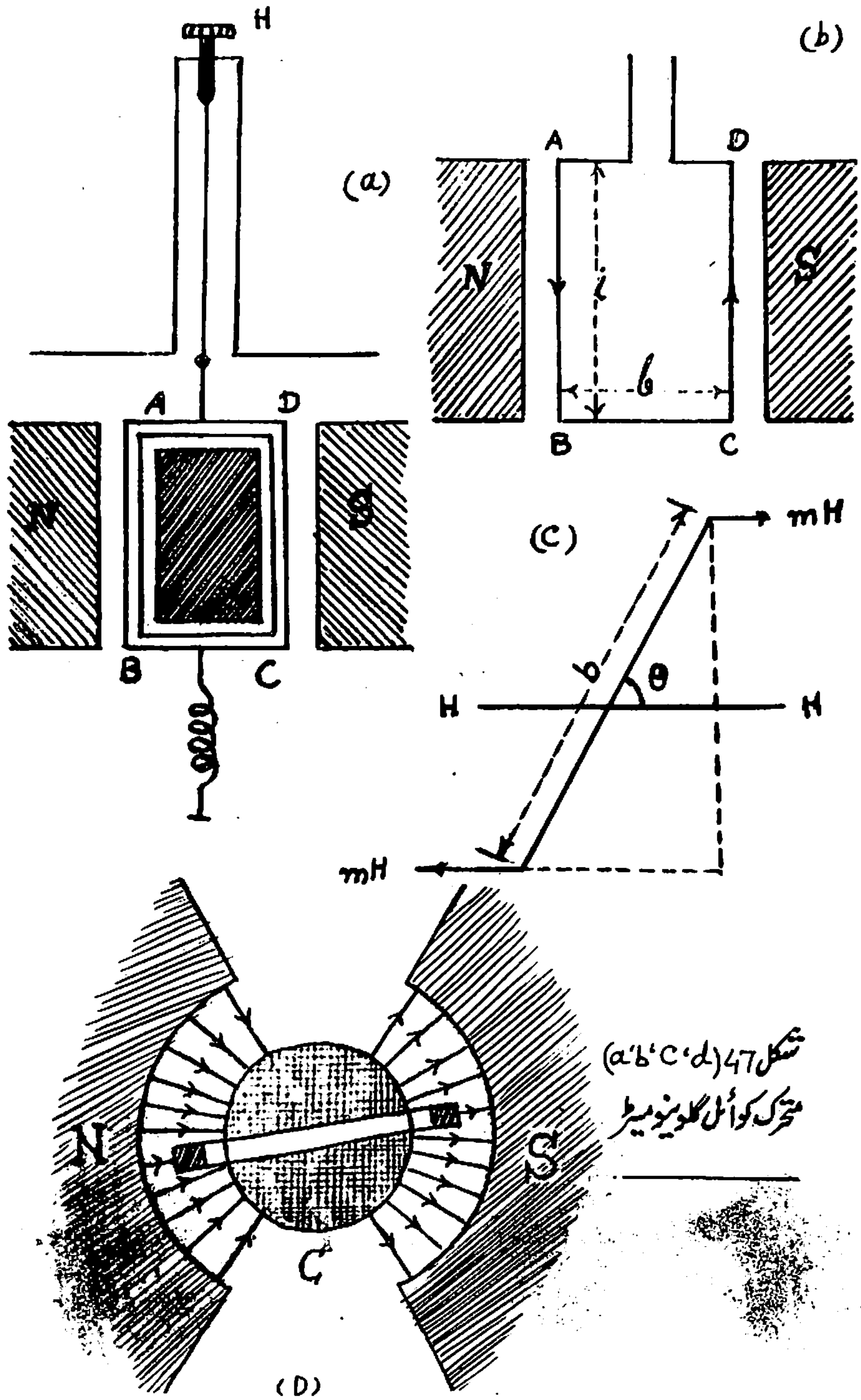
متحرک کوائل گلوینومیٹر میں ایک مستطیل نما کوائل ہوتا ہے جس میں تانبے کے بہت



شکل 46 ۔ فلیمنگ کا بایاں ہاتھ اصول

باریک تار کے بہت پھیرے ہوتے ہیں اور جو ایک غیر مقناطیسی دھات (مثلاً المونیم) کے فریم پر لپیٹا ہوتا ہے ۔ اس کوائل کو دو مضبوط مستقل مقناطیسی قطبین N اور S کے بیچ فاسفر برونز کی پتی سے لٹکایا جاتا ہے ۔ یہ پتی کوائل میں کرنٹ آنے کے لئے لیڈ کا کام کرتی ہے ۔
دھات کے فریم کے اندر ایک نرم لوہے کا بیلن لگا ہوتا ہے جسے کور کہتے ہیں اور جو فریم سے جُڑا نہیں ہوتا ۔ قطبین N اور S سلنڈری رکھے جاتے ہیں تاکہ کوائل کی کسی بھی حالت میں مقناطیسی میدان ریڈیل رہے [شکل 47 d] ۔ کوائل کا دوسرا سرا فاسفر برونز کی ایک بہت ہلکی اسپرنگ سے جڑا ہوتا ہے ۔ فاسفر برونز کی پتی کا دوسرا سرا اور اسپرنگ کا دوسرا سرا قاعدہ پر لگے ٹرمینل سے جڑے ہوتے ہیں ۔ کوائل کے انفراج کو پڑھنے کے لئے یا تو اس پر ایک اشاریہ لگا ہوتا ہے یا لٹکانے والی پتی پر ایک چھوٹا آئینہ لگا ہوتا ہے جو لیمپ اور اسکیل انتظام کی مدد سے انفراج پڑھتا ہے ۔ [شکل 47 a, b, c, d] (a) اور (b) سامنے کا منظر پیش کرتے ہیں اور (c) اور (d) اوپر کا ۔

— —



شکل 47(a'b'c'd)
متحرک کوائل گلوینومیٹر

مان لیا کہ کوائل کی لمبائی l ، چوڑائی b اور پھیروں کی تعداد n ہے۔ اسے H شدت والے مقناطیسی میدان میں لٹکایا گیا ہے اور اس میں emu i کرنٹ بہ رہی ہے جب کوائل کا مستوا میدان کے متوازی ہوگا تو ہر راسی بازو AB اور CD پر لگنے والی قوت Hil ہوگی جس کی سمت فلیمنگ کے بائیں ہاتھ اصول سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ یہ قوت ایک جفت بناتے ہیں جو کوائل کو گھمانے کی کوشش کرے گا۔ افقی بازوؤں AD اور BC پر کوئی اثر نہیں ہوگا۔

$$\text{انفراجی جفت گردشہ} = i\,H\,l \times b$$

$$= i\,H\,A \quad (A = l \times b \text{ کوائل کا رقبہ ہے})$$

$$\therefore\ n \text{ پھیروں کے لئے کل انفراجی جفت} = i\,n\,A\,H$$

اگر کوائل گردش کے لئے آزاد ہو تو اس میں انفراج پیدا ہوگا۔ اگر منفرج حالت میں کوائل میدان سے θ زاویہ بنائے تو انفراجی جفت $i\,n\,AH\cos\theta$ ہوگا۔ انفراج کی وجہ سے کوائل کو لٹکانے والے دھاگے میں اینٹھن پیدا ہوتا ہے جو کنٹرولی جفت فراہم کرتا ہے۔ اگر فی اکائی مروڑ کے لئے کنٹرولی جفت C ہے تو θ انفراج کے لئے

$$\text{کنٹرولی جفت} = C\theta$$

تعادل کی حالت میں

$$\text{کنٹرولی جفت} = \text{انفراجی جفت}$$

$$\therefore\ n\,i\,AH\cos\theta = C\theta$$

$$\text{یا}\quad i = \frac{C}{nAH}\ \frac{\theta}{\cos\theta}$$

$$= K\ \frac{\theta}{\cos\theta} \quad ----\ 77$$

یہاں $K = \frac{C}{nAH}$ مخصوص گلوینومیٹر کے لئے ایک مستقلہ ہے۔
مساوات 77 میں ہم دیکھتے ہیں کہ کرنٹ i انفراج θ کے متناسب نہیں ہے

اس لئے اس آلہ میں کوئی خطی پیمانہ استعمال نہیں کیا جا سکتا ہے۔ اس وقت کو ختم کرنے کے لئے N اور S سلنڈری بنائے جاتے ہیں تاکہ میدان ریڈیل ہو جائے۔ ایسی حالت میں کوائل کی کسی حالت کے لئے اس کا مستوا میدان کے متوازی ہوتا ہے لہذا $\theta = 0$ اور $\cos\theta = 1$ ہوتا ہے اس لئے

$$niAH = C\theta$$

$$\therefore \quad i = \frac{C}{nAH} \cdot \theta \text{------} 78$$

یا $\quad i = K\theta$

یا $\quad i \propto \theta$

لہذا متحرک کوائل گلوینومیٹر میں کرنٹ انفراج کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے۔ اس انفراج کو ناپنے کے لئے لیمپ اور اسکیل انتظام کا استعمال کیا جاتا ہے۔

گلوینومیٹر کا حساس پن

ہم جانتے ہیں کہ

$$i = \frac{C}{nAH}\theta$$

$$\therefore \quad \frac{d\theta}{di} = \frac{nAH}{C}$$

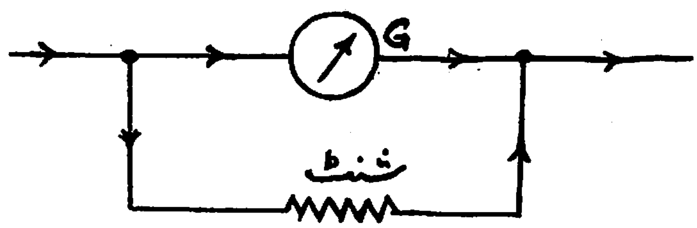
اس لئے گلوینومیٹر کا حساس پن n، A اور H کو بڑھانے سے اور C کو گھٹانے سے بڑھ جاتا ہے۔

4.13۔ راست کرنٹ امیٹر اور وولٹ میٹر

امیٹر

امیٹر وہ آلہ ہے جسے سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ کو ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس سے پہلے اجزا میں بیان کئے گئے گلوینومیٹروں میں سے کسی بھی گلوینومیٹر کے متوازی اگر

کوئی چھوٹی مزاحمت جوڑی جائے تو آلہ کی مجموعی مزاحمت بہت کم ہو جائے گی اور اسے سرکٹ کے اندر براہ راست کرنٹ پڑھنے کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ متوازی جوڑی گئی چھوٹی مزاحمت کو "شنٹ" کہتے ہیں [شکل 48 a] -



شکل 48 a - گلوینو میٹر کو امیٹر میں بدلنا

امیٹر چونکہ سرکٹ میں کرنٹ ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے اس لئے اس کی کل مزاحمت قابل نظر انداز ہونی چاہیئے تاکہ اس کی موجودگی سے سرکٹ کرنٹ میں کوئی نمایاں تبدیلی نہ ہو۔ مزید برآں چونکہ سرکٹ میں کرنٹ زیادہ ہوتی ہے اس لئے اس کا تھوڑا حصہ ہی گلوینو میٹر میں سے گزرنا چاہیئے اور باقی حصہ کسی متبادل راستے سے تاکہ گلوینو میٹر کوائل کو کوئی نقصان نہ پہنچے۔ یہ دونوں مقاصد شنٹ کے استعمال سے پورے ہو جاتے ہیں۔
اگر گلوینو میٹر کی مزاحمت G، شنٹ کی S اور مجموعی مزاحمت R ہو تو

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{G} + \frac{1}{S}$$

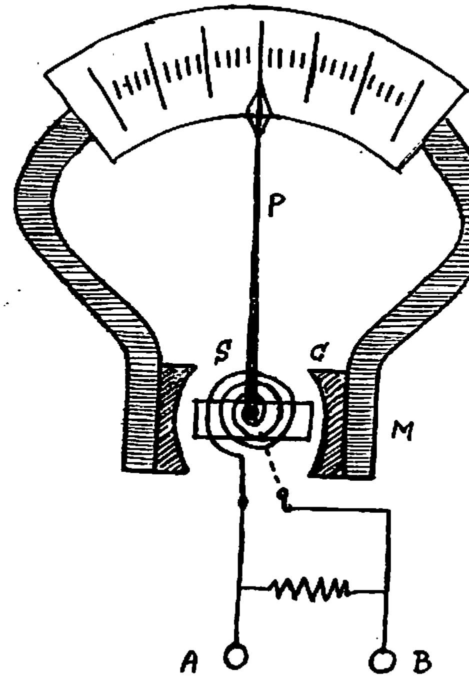
$$R = \frac{SG}{S+G}$$

اور یہ مجموعی مزاحمت شنٹ کی مزاحمت سے کم ہو گی۔
گلوینو میٹر کوائل میں بہنے والی کرنٹ

$$i_g = \frac{S}{S+G} \cdot i$$

یہ کرنٹ بہت کم ہے اور اصل کرنٹ i کی ایک کسر ہے۔

گلوینومیٹر میں کرنٹ بہنے سے اس میں انفراج پیدا ہوتا ہے۔ کوائل سے جڑا ہوا اشاریہ P ایک اسکیل پر گھومتا ہے جو اس طرح پیمانہ بند کیا جاتا ہے کہ اشاریہ سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ کو براہ راست پڑھے۔ اس طرح گلوینومیٹر کو امیٹر میں بدلا جاتا ہے۔ شکل [48b] میں راست کرنٹ امیٹر کو دکھایا گیا ہے۔

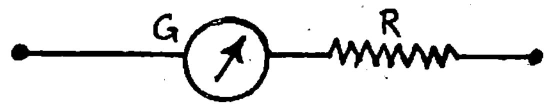


شکل 48b - راست کرنٹ امیٹر

وولٹ میٹر

سرکٹ میں دو نقطوں کے درمیان مضمر فرق پڑھنے کے لئے وولٹ میٹر کا استعمال کیا جاتا ہے۔ سرکٹ میں اس آلہ کا استعمال جس طرح ہوتا ہے اس کا تقاضہ یہ ہے کہ اس کی مزاحمت جتنی زیادہ ہو بہتر ہے تاکہ جن دو نقطوں کے بیچ یہ لگایا گیا ہے ان میں سے ہو کر بہنے والی کرنٹ میں نمایاں تبدیلی نہ ہو۔ گذشتہ اجزا میں بیان کئے گئے گلوینومیٹروں میں سے کسی کے سلسلہ وار

اگر ایک بڑی مزاحمت (R) جوڑی جائے اور اس ترکیب کو سرکٹ کے متوازی لگایا جائے تو یہ وولٹ میٹر کا کام کرے گی۔ شکل 49a



شکل 49a ۔ گلوینومیٹر کو وولٹ میٹر میں بدلنا

وولٹ میٹر کو خود اپنے اندر زیادہ کرنٹ نہیں لینی چاہیے ورنہ خاص سرکٹ میں کرنٹ بہت کم ہو جائے گی جس کے نتیجہ میں دو نقطوں کے درمیان ناپا جانے والا مضمر فرق گر جائے گا۔ چونکہ اس ترکیب (شکل 49 a) کی مزاحمت قائم ہوتی ہے اس لئے اس میں بہنے والی کرنٹ اس کے سروں کے مضمر فرق کے متناسب ہوتی ہے۔ اس لئے یہ ترکیب ایک وولٹ میٹر کی حیثیت سے براہ راست وولٹیج پڑھنے کے لئے پیمانہ بندی کی جا سکتی ہے۔

اگر گلوینومیٹر کی مزاحمت G ہو اور سلسلہ وار لگی مزاحمت R ہو تو آلہ کی مجموعی مزاحمت

$$R' = R + G.$$

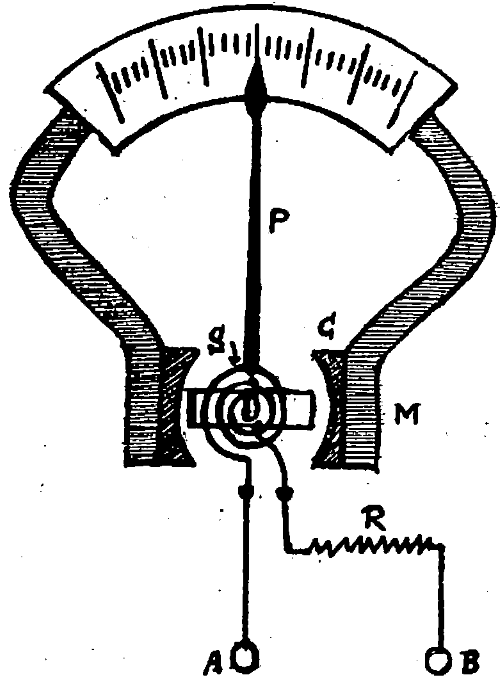
$$\therefore \quad i_g \; (R + G) = V_A - V_B$$

جہاں A اور B وہ دو نقطے ہیں جن کے درمیان مضمر فرق ناپنا ہے۔

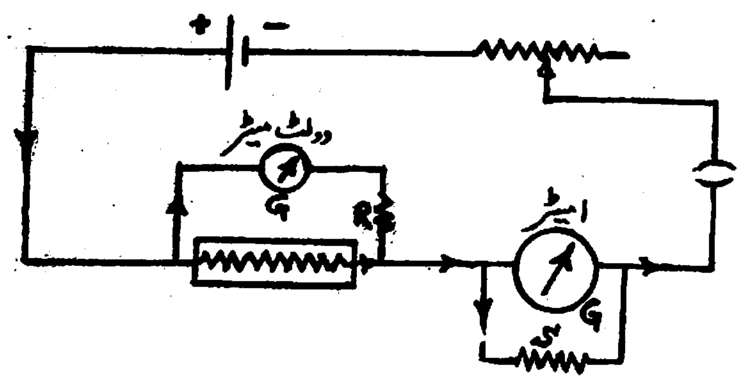
$$\therefore \quad i_g = \frac{V_A - V_B}{R + G} = \frac{V_A - V_B}{R'}$$

$$\text{یا} \quad i_g \propto V_A - V_B$$

یعنی گلوینومیٹر میں بہنے والی کرنٹ نقاط A اور B کے درمیان مضمر فرق کے متناسب ہے۔ شکل 49 b میں راست کرنٹ وولٹ میٹر کو دکھایا گیا ہے۔ شکل 50 میں سرکٹ کے اندر امیٹر اور وولٹ میٹر کا کنکشن دکھایا گیا ہے۔



شکل 49b ۔ راست کرنٹ وولٹ میٹر



شکل 50 ۔ سرکٹ میں امیٹر اور وولٹ میٹر کو جوڑنا

4.14۔ قذفی گلوینومیٹر

جن گلوینومیٹروں کا تذکرہ اب تک کیا گیا ہے وہ قائم کرنٹ ناپنے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔ ان میں سوئی کا انفراج مستقل ہوتا ہے۔ لیکن بعض اوقات قائم کرنٹ ناپنے کے بجائے گلوینومیٹر سے گذرنے والی چارج کی کل مقدار معلوم کرنی ہوتی ہے اور وہ بھی جب یہ چارج فوری ڈسچارج کی شکل میں مثلاً کوئی کنڈنسر ڈسچارج ہو یا برق مقناطیسی ترغیب والے تجربات میں پیدا ہوا لمحاتی چارج ہو۔ اس مقصد کے لئے معمولی متحرک کوائل گلوینومیٹر بھی استعمال کئے جاسکتے ہیں لیکن کوائل کا اہتزاز جلد ہی ختم نہیں ہونا چاہیئے۔ لمحاتی چارج کی وجہ سے کوائل کے اندر کرنٹ بہت مختصر وقت کے لئے بہتی ہے اس لئے کوائل کا اہتزازی دور اس وقت سے بڑا ہونا چاہیئے۔ جس میں چارج کوائل میں بہتا ہو۔ دوسرے الفاظ میں ہمیں متحرک سسٹم کو ایسا بنانا چاہیئے کہ قبل اس کے کہ کوائل کو اپنی صفر مقام سے حرکت کرنے کے لئے کافی وقت ملے، اس میں سے بہنے والی کرنٹ ختم ہو چکی ہو۔ اس لئے قذفی گلوینومیٹر اسکو کہتے ہیں جس میں چارج کے گذرنے کا وقت اس کے متحرک حصے کے میکانکی اہتزاز کے دور سے کم ہو۔ چونکہ دور کا فارمولا مندرجہ ذیل ہے۔

$$t = 2\pi\sqrt{J/C}$$

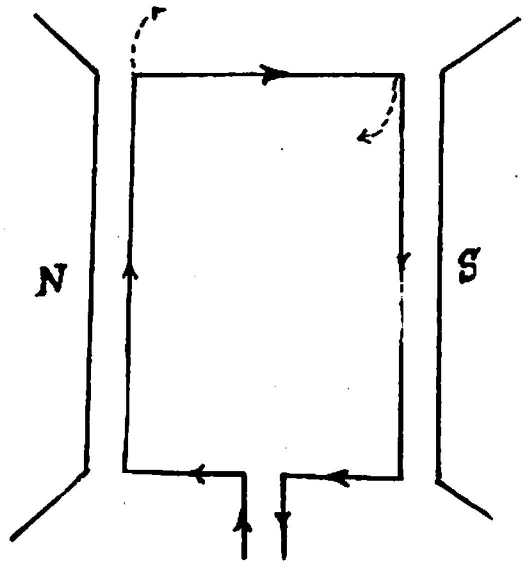
جس میں J کوائل کا استمرار گردشہ ہے اور C اکائی مروڑ کے لئے بحالی جفت۔ اوپر کے فارمولے سے ظاہر ہے کہ دور بڑا ہونے کے لئے استمرار گردشہ بڑا ہونا چاہیئے۔ اس کے علاوہ حرکت میں تقصیر بھی حتی الامکان چھوٹی ہونی چاہیئے۔ اس مقصد کو حاصل کرنے کے لئے کوائل میں بھنور کرنٹ کی پیدائش کو روکنا چاہیئے اور اس کے لئے کوائل غیر چالک بھاری فریم پر لپٹا ہونا چاہیئے۔

اس لئے وہ گلوینومیٹر جو اوپر کی شرائط کو پوری کرے قذفی گلوینومیٹر کہلاتا ہے۔

4.15۔ متحرک کوائل قذفی گلوینومیٹر

اس گلوینومیٹر کی بناوٹ عام متحرک کوائل گلوینومیٹر کی طرح ہوتی ہے سوائے اس

کے کہ اس میں وہ ساری خصوصیات ہوتی ہیں جن کا ذکر جز 4.14 میں کیا گیا ہے۔
مان لیا کہ n پھیروں والی ایک کوائل میں سے جس کی لمبائی l اور چوڑائی b ہے
i e.m.u کرنٹ بہ رہی ہے۔ یہ کوائل H شدت والی ایک مستقل چمبک کے مقناطیسی
میدان میں رکھی ہوئی ہے۔ کوائل پر ہونے والے عمل کو تین حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے
(شکل 51)



شکل 51 ۔ متحرک کوائل قذفی گلوینومیٹر

(a) اگر کوائل میں سے dt وقت میں dq چارج گزر رہا ہے تو کسی لمحہ کرنٹ $= \frac{dq}{dt}$
کوائل کے ہر عمودی بازو پر لگنے والی قوت $Hiln$ ڈائن ہوگی۔ مختصر وقفہ dt میں ہر
بازو پر لگا جھٹکا $nHildt$ ہوگا۔ اس لئے اگر کرنٹ کے شروع ہونے سے ختم ہونے
تک کا وقت t ہو تو کل جھٹکا

$$= \int_0^t Hilndt$$

$$= nHl \int_0^t idt$$

$$= nHlq$$

جہاں q کل چارج ہے۔ اس کے جھٹکے کی وجہ سے کوائل میں گردش پیدا ہوتی ہے۔

اس لئے

$$\text{جھٹکہ گردش} = nHlq.b$$

$$= nHAq$$

اگر کوائل کا گردشی محور کے لحاظ سے استمرار گردشہ I اور اسکی زاویائی رفتار ω ہو تو زاویائی تحرک $I\omega$ ہوگا۔

اس لئے

$$nAHq = I\omega \quad \text{—— 88}$$

(b) کوائل کی ابتدائی توانائی لٹکن دھاگے کو مروڑنے میں خرچ ہوتی ہے اس لئے ہمیں مروڑی جفت کے خلاف کل کیا گیا کام معلوم ہو جاتا ہے۔

کوائل کی حرکی توانائی $= \frac{1}{2} I\omega^2$ جو مروڑی جفت کے خلاف کوائل کو گردش دینے میں خرچ ہوئی ہے۔

اگر اکائی مروڑ کے لئے بحالی جفت c ہے تو θ مروڑ کے لئے جفت $= c\theta$

جہاں θ وہ زاویہ ہے جو کوائل t وقت میں گھومتی ہے۔ یعنی یہ پہلا قرنی پھینک ہے۔

زائد مروڑ $d\theta$ کے لئے کیا گیا کام $= c\theta d\theta$

لٹکن کو صفر سے θ_0 تک مروڑنے میں کل کیا گیا کام (جہاں θ_0 بیش ترین جست ہے)

$$= \int_0^{\theta_0} c\theta\, d\theta = \frac{1}{2} c\theta_0^2 \quad \text{—— 89}$$

اگر ہم یہ فرض کریں کہ تقصیر بالکل نہیں ہے تو کوائل ٹھیک اس وقت سکون کی حالت میں آتی ہے جب $\frac{1}{2} c\theta_0^2 = \frac{1}{2} I\omega^2$ اور اپنا واپسی پینگ شروع کرتی ہے۔

اب چونکہ $nAHq = I\omega$

$$\therefore \quad n^2A^2H^2q^2 = I^2\omega^2 \quad \text{—— (1)}$$

اور $\frac{1}{2} C \theta_0^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$ ——— (2)

مساوات 1 اور 2 سے ω کو ہٹانے پر

$$q^2 = \frac{I}{C} \cdot \frac{C^2}{n^2 A^2 H^2} \cdot \theta_0^2 \quad \text{——— 90}$$

کوائل کے اہتزاز کا دور

کسی بھی جسم کا اہتزازی دور جبکہ اس کا استمرار گردشہ I اور اکائی مروڑ کے لئے بحالی جفت C ہو، مندرجہ ذیل فارمولا سے دیا جاتا ہے۔

$$T = 2\pi\sqrt{I/C}$$

$$\therefore I/C = T^2/4\pi^2 \quad \text{——— 91}$$

مساوات (90) اور (91) کی مدد سے

$$q^2 = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot \frac{C^2}{n^2 A^2 H^2} \cdot \theta_0^2$$

$$\therefore q = \frac{CT}{2\pi nAH} \cdot \theta_0$$

$$= k \cdot \frac{T}{2} \theta_0$$

$$= K' \theta_0 \quad \text{——— 92}$$

جہاں مستقلہ $k = \frac{C}{nAH}$ کو کرنٹ تبدیلی جز کہتے ہیں اور $K' = k\frac{T}{2\pi}$ گلوینومیٹر کا قذفی تبدیلی جز یا قذفی مستقلہ کہلاتا ہے۔

مساوات 92 سے ظاہر ہے کہ چارج پہلی جست کے متناسب ہوتا ہے۔

تقصیر:۔

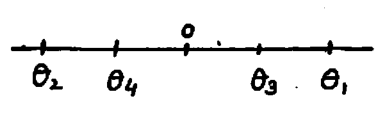
کوائل کو لٹکانے والے دھاگے میں مروڑ پیدا کرنے میں کیے گیے کام کو کوائل کی حرکی توانائی کے مساوی لینے میں یہ بات فرض کرلی گئی تھی کہ کل حرکی توانائی دھاگے کو مروڑنے میں کئے گئے کام میں ہی خرچ ہوتی ہے۔ لیکن دراصل ایسا نہیں ہوتا ہے۔ اگر کوائل کو آزادانہ طور پر اہتزاز کرنے دیا جائے تو اس کے اہتزاز کی وسعت رفتہ رفتہ کم ہوتی جاتی ہے۔ اسے تقصیر کہتے ہیں۔ اسکی وجہ یہ ہے کہ حرکی توانائی کا کچھ حصہ مندرجہ ذیل دو کاموں میں خرچ ہوتا ہے۔

(ا) کوائل کی حرکت میں ہوا کے ذریعہ پیدا کی گئی مزاحمت رکاوٹ ڈالتی ہے۔ اس کو رگڑ تقصیر کہتے ہیں۔ اس رکاوٹ کو عبور کرنے میں توانائی خرچ ہوتی ہے۔

(اا) برق مقناطیسی تقصیر:۔

جب کوائل مقناطیسی میدان میں حرکت کرتی ہے تو اس کے پھیروں اور فریم (اگر دھات کا بنا ہو) میں بھنور کرنٹ پیدا ہوتی ہے۔ یہ ترغیب شدہ کرنٹ اپنا مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے۔ جو کوائل کی حرکت کی مخالفت کرتا ہے۔ اس عمل کو لینز کے قانون کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے (جز 5.3) رگڑ تقصیر کوائل کی زاویائی رفتار کے متناسب ہوتی ہے۔ لیکن برق مقناطیسی تقصیر $\frac{n^2 A^2 H^2}{R}$ پر منحصر ہوتی ہے۔ جہاں R کوائل اور باہری سرکٹ کی کل مزاحمت ہے۔

تقصیر کی وجہ سے کوائل کی پہلی جست اپنی اصل قدر سے کم ہوتی ہے۔ اس کی تصحیح کے لئے متواتر نصف سائکل پر جست کو نوٹ کرتے ہیں۔ اگر θ_1 ، θ_2 ، θ_3 ..... وغیرہ کوائل کی صفر مقام سے دائیں اور بائیں جانب متواتر بیش ترین وسعت ہوں تو یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ



$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_3}{\theta_4} = \frac{\theta_5}{\theta_6} = \cdots = d \quad \text{---93}$$

جہاں d اہتزازی نظام کا ایک مستقلہ ہے جسے تخفیف یا تقصیری نسبت کہتے ہیں۔
$\log_e d$ کو لاگرتھمی تخفیف کہتے ہیں جسے λ حرف سے لکھتے ہیں۔
چنانچہ

$$\lambda = \log_e d$$

یا $d = e^{\lambda}$

چونکہ ایک پورا اہتزاز دو پینگوں پر مشتمل ہوتا ہے (یعنی θ_1 سے θ_2 تک
اور θ_2 سے θ_3 تک) اس لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\frac{\theta_1}{\theta_3} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \times \frac{\theta_2}{\theta_3} = d^2 = e^{2\lambda}$$ (دو پینگوں کے لئے)

اسی طرح چار پینگوں کے لئے

$$\frac{\theta_1}{\theta_5} = d^4 = e^{4\lambda}$$

اگر تقصیر کی غیر موجودگی میں پہلی جست θ_0 ہو تو یہ مشہود پہلی جست θ سے بڑی
ہوگی۔ صفر مقام سے θ_1 تک کوائل کی حرکت صرف آدھی پینگ کی مطابقت کرتی ہے۔

$$\therefore \frac{\theta_0}{\theta_1} = d^{1/2} = e^{\lambda/2} = (1 + \lambda/2)$$ (تقریباً)

$$\therefore \theta_0 = \theta_1 (1 + \lambda/2)$$

اسس لئے گلوینومیٹر سے گذرنے والی چارج کی صحیح قدر

$$q = \frac{C}{nAH} \cdot \frac{T}{2\pi} \theta_1 (1 + \lambda/2) \text{ — } 94$$

λ کا حساب لگانا

اگر متواتر جست θ_1، θ_2، θ_3، وغیرہ کو نوٹ کیا جائے تو

$$\frac{\theta_1}{\theta_{11}} = d^{10} = e^{10\lambda}$$

دونوں طرف لاگرتھم لینے پر

$$\log_e\left(\frac{\theta_I}{\theta_{II}}\right) = 10\lambda$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{1}{10}\log_e\left(\frac{\theta_I}{\theta_{II}}\right)$$

$$= \frac{1}{10}\log_{10}\left(\frac{\theta_I}{\theta_{II}}\right) \times 2.3026 \text{ ------ } 95$$

اس لیے مساوات 94 سے

$$q = \frac{T}{2\pi}\cdot\frac{C}{nAH}\cdot\theta_I\left[1 + \frac{2.3026}{20.}\log_{10}\left(\frac{\theta_I}{\theta_{II}}\right)\right]$$

$$= \frac{T}{2\pi}\cdot\frac{C}{nAH}\cdot\theta_I\left[1 + 0.11513\log_{10}\frac{\theta_I}{\theta_{II}}\right] \text{ —— } 96$$

باب ۵

برق مقناطیسی ترغیب

5.1 ـ ہم جانتے ہیں کہ کسی سرکٹ میں کرنٹ بہنے کے لئے اس میں ای۔ایم۔ایف کا قائم ہونا ضروری ہے۔ سرکٹ میں ای۔ایم۔ایف مندرجہ ذیل طریقوں سے قائم کیا جاسکتا ہے۔

(i) کیمیائی عمل کے ذریعہ

(ii) دو مختلف دھاتوں کے جنکشن کو گرم کرکے

(iii) نور برقی اثر کے ذریعہ

(iv) برق مقناطیسی ترغیب کے ذریعہ

خشک سیل یا ذخیرہ بیٹری میں کیمیائی عمل کے ذریعہ ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے مگر اس کا استعمال اس جگہ کیا جاتا ہے جہاں تھوڑی توانائی کی ضرورت ہوتی ہے۔ دوسرا طریقہ دو مختلف دھاتوں کے جنکشن کو گرم کرکے ای۔ایم۔ایف پیدا کرنے کا ہے۔ ایسی اختراع "حرجفت" کہلاتی ہے۔ مگر اس طرح پیدا ہوئی ای۔ایم۔ایف بہت کمزور ہوتی ہے۔ اسے تاپ کو ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

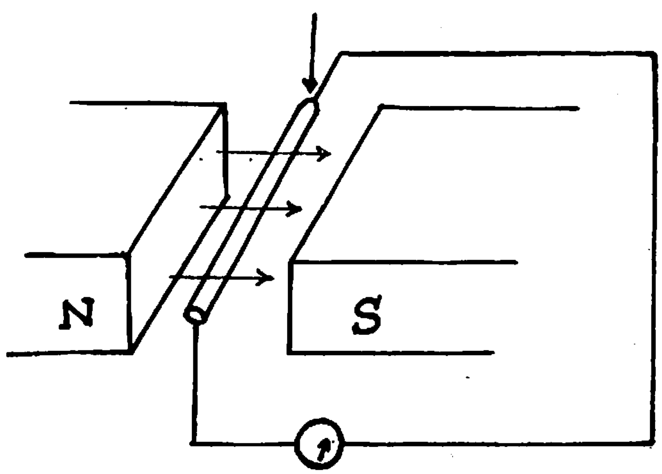
ایک مخصوص کیمیائی شے پر روشنی ڈال کر بھی وولٹیج کو پیدا کیا جاتا ہے۔ ایسی شے نور حساس کہلاتی ہے۔ اس شے کی لیپ ایک پلیٹ پر کرتے ہیں جسے کیتھوڈ کہتے ہیں۔ شے پر روشنی پڑنے سے کرنٹ پیدا ہوتی ہے جو کیتھوڈ کلکٹر الکٹروڈ اور کسی برقی آلہ پر مشتمل سرکٹ میں بہتی ہے۔ لائٹ میٹر اور "برقی چشم" نور برقی اثر کی عملی مثالیں ہیں۔

ای۔ایم۔ایف پیدا کرنے کا سب سے اہم طریقہ برق مقناطیسی ترغیب ہے۔ صرف یہی ایک طریقہ ہے جسے تجارتی پیمانہ پر پاور حاصل کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

مشہور سائنسداں مائیکل فیراڈے نے 1931 میں برق مقناطیسی ترغیب کے اصول کی دریافت کی۔

فیراڈے کے برق مقناطیسی ترغیب قوانین

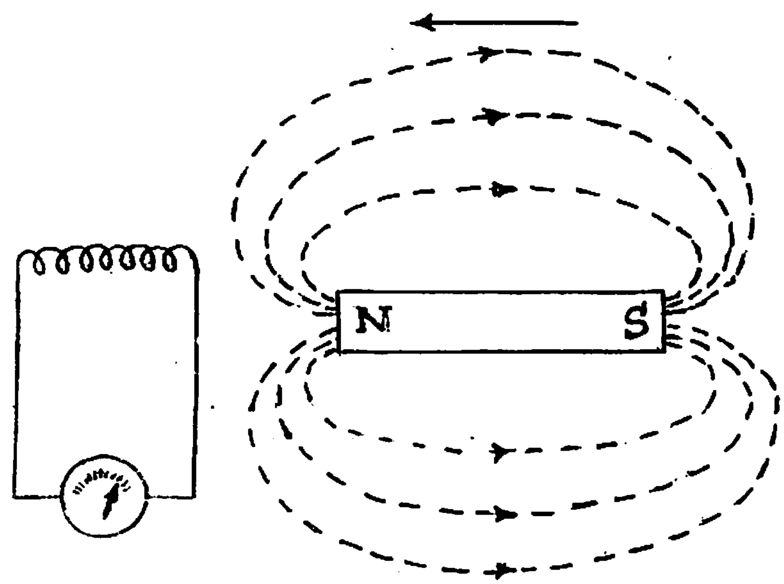
اورسٹیڈ نے دریافت کیا کہ جب کسی چالک میں کرنٹ بہتی ہے تو مقناطیسی میدان وجود میں آتا ہے۔ ایمپیئر نے میدان کی شدت کی عبارت کو اخذ کیا۔ اور سٹیڈ کی دریافت سے متاثر ہو کر فیراڈے کے ذہن میں خیال پیدا ہوا کہ اس کا مقلوب اثر بھی صحیح ہونا چاہیئے۔ یعنی مقناطیسی میدان کی وجہ سے کسی سرکٹ میں کرنٹ پیدا ہونی چاہیئے۔ تقریباً گیارہ سال کی صبر آزما محنت اور لگاتار تجربوں کے بعد انہوں نے دریافت کیا کہ جب کوئی چالک کسی مقناطیسی میدان میں اس طرح حرکت کرتا ہے کہ وہ مقناطیسی قوت خطوط کو جنہیں مقناطیسی فلکس کہتے ہیں قطع کرتا ہے یا مقناطیسی میدان اس طرح حرکت کرے کہ مقناطیسی قوت خطوط چالک سے قطع ہوں تو چالک کے سروں کے درمیان وولٹیج پیدا ہوتی ہے۔ چالک کے سروں کو گلوینو میٹر سے جوڑنے پر اس میں کرنٹ بہنے کی وجہ سے انفراج پیدا ہوتا ہے (شکل 52) لیکن اگر چالک اور مقناطیسی میدان



شکل 52۔ مقناطیسی میدان میں چالک کی حرکت سے ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف پیدا ہونا

کے درمیان نسبتی حرکت ایسی ہے کہ قوت خطوط حرکت کی سمت کے متوازی ہیں تو کوئی ای۔ ایم

ایف پیدا نہیں ہوتی ۔ اسی طرح اگر کسی مقناطیس یا مقناطیسی میدان کو کسی بند سرکٹ (ایک کوائل جس کے سلسلہ وار ایک گلوینومیٹر جڑا ہو) کے بہت نزدیک یکایک حرکت میں لائیں تو سرکٹ میں کرنٹ پیدا ہوتی ہے ۔ [شکل 53] اگر مقناطیس کو سرکٹ سے دُور لے جائیں تو

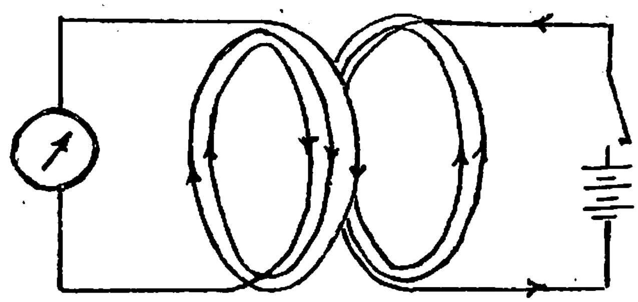


شکل 53 ۔ مقناطیس کی حرکت سے کوائل میں ترغیبی ای ۔ ایم ۔ ایف پیدا ہونا

کرنٹ کی سمت بدل جاتی ہے یعنی گلوینومیٹر میں انفراج دوسری سمت میں ہوتا ہے ۔ کرنٹ کی سمت اس حالت میں بھی پہلے کے مقابلے بدل جاتی ہے اگر مقناطیس کے قطب کو الٹ دیں ۔ مقناطیس کو جتنی زیادہ تیزی سے کوائل کے پاس لاتے ہیں یا کوائل کو جتنی زیادہ تیزی سے مقناطیس کے پاس لے جاتے ہیں اتنا ہی زیادہ انفراج گلوینومیٹر میں پیدا ہوتا ہے ۔ اس طرح پیدا ہوئی کرنٹ اتنی ہی دیر قائم رہتی ہے جتنی دیر تک کہ یہ نسبتی حرکت قائم رہتی ہے۔

فیراڈے نے یہ بھی دیکھا کہ اگر دو سرکٹ ایک دوسرے کے بہت نزدیک ہوں اور ایک میں بیٹری اور دوسرے میں گلوینومیٹر لگا ہو تو بیٹری سرکٹ کو جوڑنے اور توڑنے پر گلوینومیٹر میں انفراج پہلے ایک سمت میں اور پھر دوسری سمت میں دیکھنے میں آتا ہے ۔ اگر سرکٹ کو دیر تک

جوڑے رکھا جائے تو انفراج ختم ہو جاتا ہے۔ [شکل 54] ان مشاہدات کے نتائج کو مندرجہ



شکل 54۔ ایک کوائل میں کرنٹ کی وجہ سے دوسرے میں برقی مقناطیسی ترغیب

ذیل طور پر بیان کیا جا سکتا ہے۔

جب کوئی بند سرکٹ سے ہو کر گذرنے والے مقناطیسی قوت خطوط بدلتے ہیں تو سرکٹ میں کرنٹ بہنے لگتی ہے۔ اور یہ کرنٹ اس وقت تک بہتی ہے جب تک کہ یہ تبدیلی قائم رہتی ہے اس طرح پیدا ہوئی کرنٹ کو ترغیب شدہ کرنٹ کہتے ہیں اور وہ ای۔ایم۔ ایف جو ترغیبی کرنٹ کو جنم دیتا ہے ترغیبی ای۔ایم۔ایف کہلاتا ہے۔ اور اس مظہر کو برقی مقناطیسی ترغیب کہتے ہیں۔ مقناطیسی قوت خطوط کو مقناطیسی فلکس بھی کہتے ہیں۔

ان مشاہدات کے نتائج کو فیراڈے نے دو اہم قوانین کی شکل میں پیش کیا جو فیراڈے کے برق مقناطیسی قوانین کہلاتے ہیں۔

(i) جب کسی بند سرکٹ سے وابستہ مقناطیسی فلکس میں تبدیلی ہوتی ہے تو سرکٹ میں ترغیبی کرنٹ بہنے لگتی ہے اور یہ کرنٹ اس وقت تک قائم رہتی ہے جب تک یہ تبدیلی قائم رہتی ہے۔

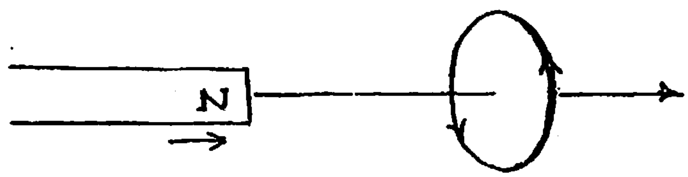
(ii) چالک (کوائل) میں پیدا ہوئی ترغیبی ای۔ایم۔ایف کی قدر اس سے گذرنے والی فلکس کی تبدیلی کی شرح کے متناسب ہوتی ہے

$$e \propto \frac{d\varphi}{dt}$$

جہاں ϕ سرکٹ سے گذرنے والی فلکس یعنی قوت خطوط کی تعداد ہے۔
سرکٹ کے اندر ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف کی سمت لینز کے قانون سے معلوم ہوتی ہے۔

5.3۔ لینز کا قانون:۔

اس قانون کے مطابق ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف کے ذریعہ پیدا ہوئی کرنٹ ہمیشہ اس عمل (حرکت یا کرنٹ میں تبدیلی) کی مخالفت کرتی ہے جس سے یہ پیدا ہوتی ہے۔
فرض کیجیے کہ کسی چمبک کا شمالی قطب ایک کوائل کی طرف آرہا ہے ایسی حالت میں کوائل سے گذرنے والا فلکس بڑھے گا جس سے کوائل میں ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف پیدا ہوگا۔ کوائل میں بہنے والے ترغیبی کرنٹ مقناطیس کی طرف سے دیکھنے پر ضد گھڑی وار سمت میں ہوگی۔ اس طرح کوائل کا وہ رخ جو چمبک کی طرف ہوگا وہ بھی شمالی قطب ہوگا۔ جو متحرک چمبک کے شمالی قطب کو دفع کرے گا۔ جس کی وجہ سے کہ ترغیبی کرنٹ پیدا ہورہی ہے [شکل 55]



شکل 55۔ ترغیب شدہ کرنٹ کی سمت

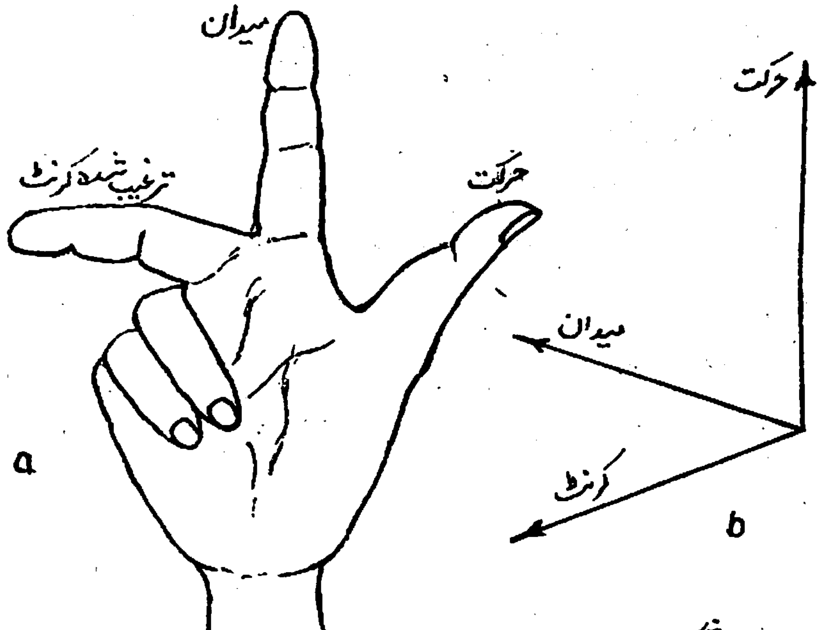
جب کوائل میں کرنٹ گھٹ رہی ہو تو ترغیبی وولٹیج عائد وولٹیج کی سمت میں ہوتا ہے۔ اور کرنٹ کو اپنی پرانی قدر پر قائم رکھنے کی کوشش کرتا ہے یعنی کرنٹ کو گھٹنے سے روکتا ہے اگر کوائل میں کرنٹ بڑھ رہی ہو تو ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف عائد وولٹیج کی مخالفت کرتا ہے اور کرنٹ کو بڑھنے سے روکنے کی کوشش کرتا ہے۔

5.4۔ فلیمنگ کا داہنا ہاتھ اصول:۔

ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف یا کرنٹ کی سمت فلیمنگ کے داہنے ہاتھ اصول سے بھی معلوم

ہو سکتی ہے۔ اس اصول کے مطابق :۔

اگر داہنے ہاتھ کے انگوٹھے، شہادت کی انگلی اور بیچ کی انگلی کو اس طرح پھیلایا جائے کہ یہ ایک دوسرے کے عمودی ہوں تو اگر شہادت کی انگلی مقناطیسی میدان کی سمت بتاتی ہے اور انگوٹھا چالک کے حرکت کی سمت بتاتا ہے تو بیچ کی انگلی ترغیبی کرنٹ کی سمت بتائے گی۔ [شکل 56]

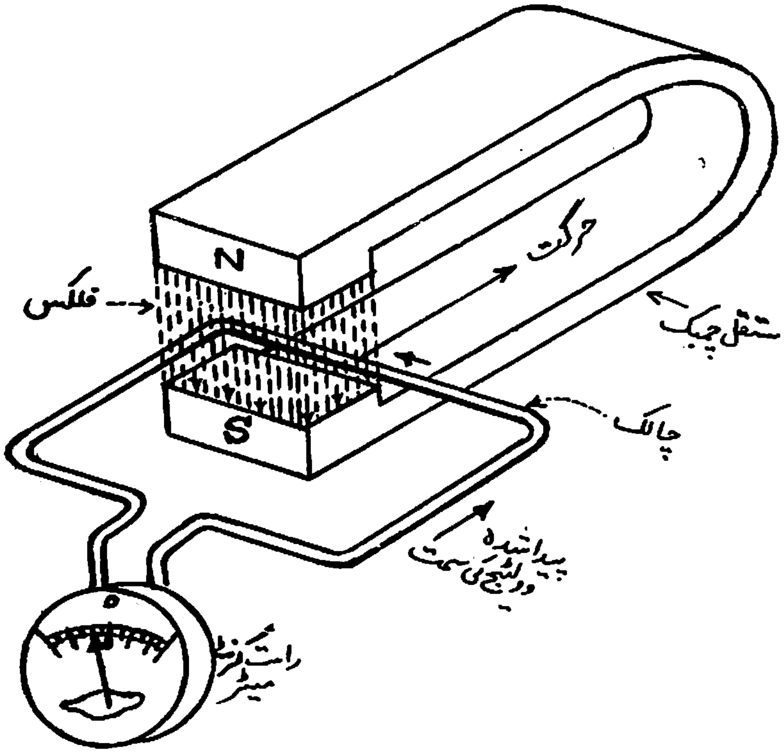


شکل 56 (a، b)

[شکل 57] میں ترغیبی ای۔ایم۔ایف کے پیدا ہونے کے اصول کو دکھایا گیا ہے۔ اور سمت کو بھی واضح کیا گیا ہے۔

5.5۔ ترغیبی ای۔ایم۔ایف کی قدر (نیومین کا قانون)

کسی سرکٹ میں ترغیبی ای۔ایم۔ایف کی صحیح قدر توانائی کی برقراریت کے اصول کو استعمال کرکے اس قوت کی مدد سے نکالی جاسکتی ہے جو مقناطیسی میدان میں رکھے کرنٹ بہتے

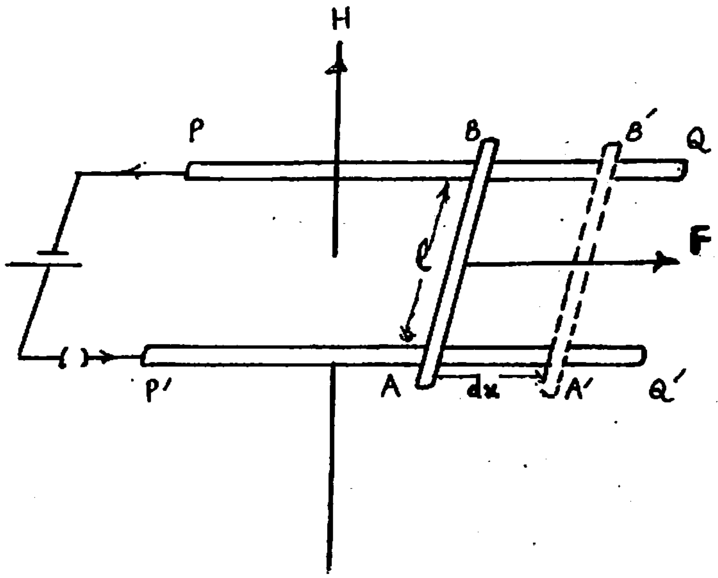


شکل 57 - ترغیبی ای ایم ایف کے پیدا ہوتے کا اصول

ہوئے چالک پر لگتی ہے ۔

تانبے کی دو موٹی پٹیوں PQ اور P´Q´ پر غور کیجیے (جنہیں ایک کنجی کے ذریعہ ایک بیٹری سے جوڑ دیا گیا ہے ۔ یہ پٹیاں متوازی ریل بناتی ہیں تیسری پتی AB ریل پر عمودی رکھی جاتی ہے جو ان پر کھسک سکتی ہے ۔ مان لیا کہ مقناطیسی میدان H ریل کے مستوی کے عمودی اوپر کی طرف لگ رہا ہے ۔ (شکل 58)

اگر چالک AB (جس کی لمبائی l ہے) میں کرنٹ i بہ رہی ہو تو اس پر لگنے والی قوت $F = Hil$ چالک AB اور H کے عمودی ہوگی ۔ اس قوت کی وجہ سے AB ریل کے اوپر کھسک کر نئی جگہ A´B´ پر آجاتی ہے ۔ نقل عمل کے لئے کیا گیا کام



شکل 58 - $e = \frac{d\phi}{dt}$ کا ثبوت

$$F\,dx = Hil\,dx$$

اگر بیٹری کا ای۔ایم۔ایف E، سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ i اور سرکٹ کی مزاحمت R ہے تو بیٹری کے ذریعہ dt وقت میں سپلائی کی گئی توانائی $Eidt$ ہوگی۔ اس توانائی کا ایک حصہ (i^2Rdt) سرکٹ کی مزاحمت کو طے کرنے میں خرچ ہوگا۔ اور بقیہ حصہ چالک کو کھسکانے میں خرچ ہوگا۔

$$\therefore\quad Eidt = i^2Rdt + iHldx$$

$$\text{or}\quad i^2Rdt = Eidt - iHldx$$

$$\text{or}\quad iRdt = Edt - Hldx$$

$$\therefore\quad i = \frac{E - Hl\frac{dx}{dt}}{R}$$

اوپر کے مساوات سے ظاہر ہے کہ سرکٹ کے ای۔ایم۔ایف E کی مخالفت ایک ای۔ایم۔ایف $Hl\frac{dx}{dt}$ کرتا ہے۔ یہی سرکٹ میں ترغیبی ای۔ایم۔ایف کی قدر ہے۔

چونکہ $A = xdl$، چالک کے ذریعے طے کیا گیا مقناطیسی میدان کا رقبہ ہے۔ اس لئے اس رقبہ کو H (یعنی اکائی رقبہ میں قوت خطوط کی تعداد) سے ضرب کرنے سے سرکٹ کے اندر فلکس میں تبدیلی ($d\varphi$) معلوم ہو جاتی ہے۔ یعنی $d\varphi = Hldx$ اس لئے $Hl\frac{dx}{dt}$ فلکس میں تبدیلی کی شرح یعنی $\frac{d\varphi}{dt}$ کو بتاتا ہے۔

$$\therefore \text{ترغیبی ای۔ایم۔ایف} = -Hl\frac{dx}{dt}$$

$$= -d\varphi/dt \qquad \text{—— 97}$$

یعنی ترغیبی ای۔ایم۔ایف فلکس میں تبدیلی کی شرح کے برابر ہوتا ہے۔

نفی کا نشان اس بات کی طرف اشارہ کرتا ہے کہ ترغیبی ای۔ایم۔ایف سرکٹ میں ہمیشہ اصل ای۔ایم۔ایف کے مخالف سمت میں کام کرتا ہے۔

اگر چالک یکساں فلکس کثافت والے میدان میں مستقل چال سے چل رہا ہے تو فی سکنڈ ہر 100,000,000 لائن کے کٹنے پر اس میں 1 وولٹ پیدا ہوگا۔ پیدا ہوئی وولٹیج چالک کی جسامت یا اس کے مادہ پر منحصر نہیں ہوتی بلکہ اس کا انحصار فلکس کے کٹنے کی شرح پر ہوتا ہے۔ اگر چالک کی حرکت میدان کے متوازی ہو تو کوئی فلکس نہیں کٹے گا اور اس لئے اس میں کوئی وولٹیج پیدا نہیں ہوگی۔ اگر چالک میدان میں اس کے بالکل عمودی نہیں گذر رہا ہے تو کم وولٹیج پیدا ہوگی۔ اگر فلکس کے کٹنے کی شرح ہر لمحہ بدلتی ہے تو ایک دئے گئے وقت کے لئے ترغیبی ای۔ایم۔ایف اوسط نکال کر مندرجہ ذیل فارمولا سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$E_{av} = \frac{\varphi}{t \times 10^8} \text{ Volts} \qquad \text{—— 98}$$

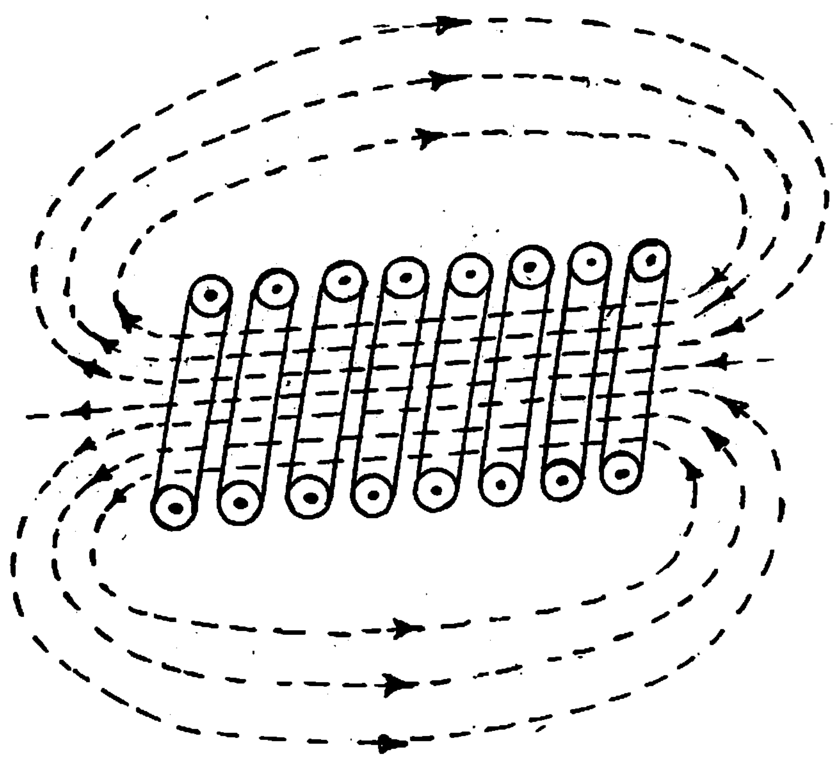
جہاں E = چالک میں پیدا ہوئی اوسط وولٹیج

ϕ = کل فلکس جسے کاٹا گیا۔

t = وقت (سکنڈ میں) جس میں فلکس کا کٹنا جاری ہے۔

5.6۔ فلکس کی وابستگی

فلکس جو کسی چالک یا کوائل کو گھیرے ہوئے ہو وہ چالک یا کوائل سے وابستہ فلکس کہلاتا ہے۔ وابستہ فلکس کوائل کے اندر پھیروں کی تعداد اور کوائل کو گھیرنے والے فلکس کے خطوط کی تعداد کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔ شکل (59) میں سولینائڈ کے اندر



شکل 59 ۔سولینائڈ کے چاروں طرف مقناطیسی میدان

کرنٹ بہنے پر اس سے وابستہ فلکس کو دکھایا گیا ہے۔ آسانی کے خیال سے سولینائڈ کے پھیروں کو اس طرح کھینچا گیا ہے کہ ان کے درمیان جگہ نہیں ہے۔

$\therefore$ وابستہ فلکس $= N\Phi$ ——————— 99

جہاں سولینائڈ میں پھیروں کی تعداد N اور ایک پھیرے سے وابستہ فلکس خطوط Φ ہیں۔ ایم۔کے۔ایس نظام میں فلکس کی اکائی ویبر ہے اور عملی نظام (سی۔جی۔ایس) میں فلکس کی اکائی میکسویل ہے۔

$$1 \text{ Weber} = 10^8 \text{ maxwells.}$$

جب کوائل سے وابستہ فلکس فی سکنڈ 10^8 خطوط کی شرح سے بدلتا ہے تو کوائل کے ہر پھیرے میں 1 وولٹ ترغیبی ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے۔اس طرح کوائل میں پیدا ہوئی کل ترغیبی ای۔ایم۔ایف

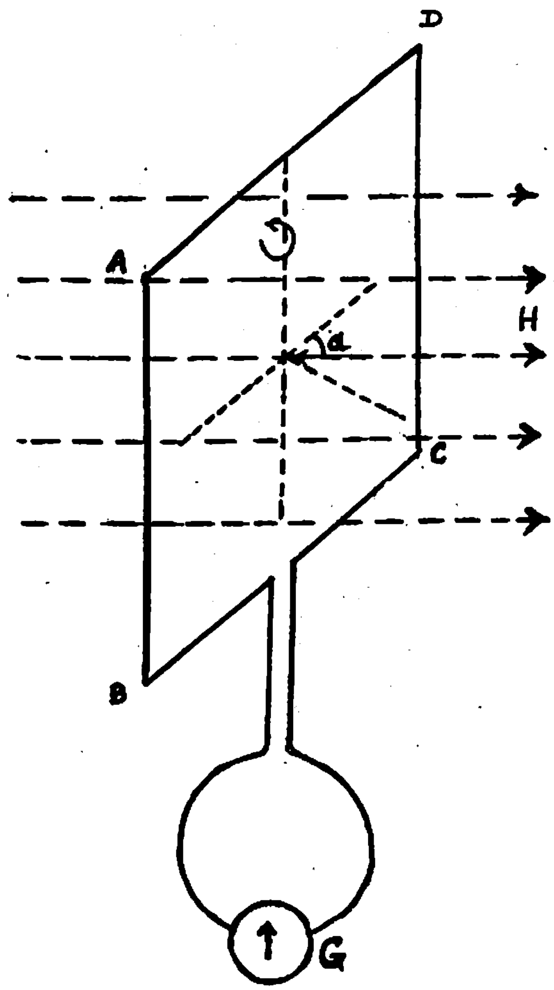
$$E_{coil} = \frac{N\Phi}{10^8} \text{ Volts} \quad \text{———————} 100$$

جہاں E_{coil} = کوائل میں پیدا ہوئی اوسط وولٹیج
N = کوائل میں پھیروں کی کل تعداد
Φ = کوائل سے وابستہ قوت خطوط کی تعداد میں کل تبدیلی
t = وقت (سکینڈ میں) جس میں فلکس کی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

5.7۔ ارضی انڈکٹر:۔

ایک N پھیروں والے مستطیل نما کوائل ABCD پر غور کیجئے جو H شدت والے مقناطیسی میدان میں گردش کر رہی ہے [شکل 69] ۔کوائل کے سرے ایک قذفی گلوینومیٹر سے جڑے ہیں۔مان لیا کہ کوائل کا رقبہ A ہے۔کوائل کے گردش کرنے کی وجہ سے اس سے وابستہ قوت خطوط کی تعداد بدل جاتی ہے جس سے ترغیبی ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے۔

اگر ابتدا میں کوائل کا مستوا مقناطیسی میدان کی سمت کے ساتھ α زاویہ بنا رہا ہو تو کوائل کے مستوا کے عمودی میدان کا جزو $H \sin\alpha$ ہوگا اور اس لمحہ کل فلکس $\Phi = NAH \sin\alpha$ ہوگا۔اس لئے ساعتی ترغیبی ای۔ایم۔ایف



شکل 60 ۔یکساں مقناطیسی میدان میں کوائل کی گردش

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(NAH\ Sin\alpha)}{dt} = -NAH\frac{d}{dt}(Sin\alpha)$$

اور کرنٹ

$$i = \frac{e}{r} = -\frac{NAH}{r}\cdot\frac{d}{dt}(Sin\alpha)$$

جہاں r سرکٹ کی مزاحمت ہے۔

$$\therefore \quad i\,dt = -\frac{NAH}{r}\, d(\sin\alpha)$$

اب اگر وقت $t = 0$ پر $\alpha = \pi/2$

اور $t = t$ پر $\alpha = -\pi/2$

یعنی اگر کوائل شروع میں میدان کے عمودی ہو اور اسے نصف گردش دی جائے تو قذفی گلوینومیٹر سے گذرنے والی چارج کی مقدار

$$q = \int_0^t i\,dt = -\frac{NAH}{r}\int_{\alpha=\pi/2}^{\alpha=-\pi/2} d(\sin\alpha)$$

$$= -\frac{NAH}{r}\cdot\left[\sin\alpha\right]_{\pi/2}^{-\pi/2}$$

$$= \frac{2NAH}{r} \quad e.m.u.$$

اگر قذفی گلوینومیٹر میں پہلی پھینک θ ہو تو

$$\frac{2NAH}{r} = K\theta\,(1+\lambda/2) \quad \text{———} \quad 101$$

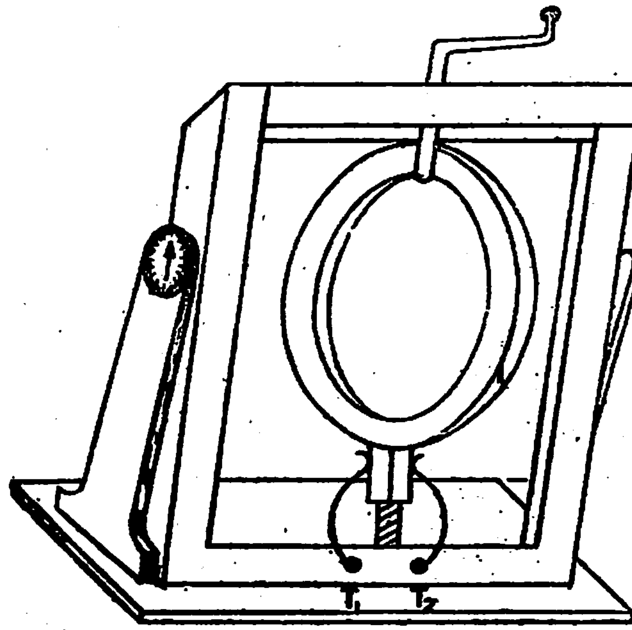
جہاں K قذفی تبدیلی جز اور λ لاگرتھمی تخفیف ہے ۔

شکل 61 میں ابھی بیان کئے گئے اصول پر مبنی گردش کوائل کو دکھایا گیا ہے جسے ارضی انڈکٹر کہتے ہیں۔

ارضی انڈکٹر کو ارضی مقناطیسی میدان کے افقی جزو H یا عمودی جز V یا اس کے مستوا میں کسی بھی محور کے چاروں طرف گھمایا جا سکتا ہے ۔ اس کا استعمال کسی مقام پر میلان یا افقی و عمودی اجزا کی نسبت معلوم کرنے کے لئے کیا جاتا ہے اور اگر قذفی گلوینومیٹر پیمانہ بند ہو تو H یا V کی مطلق قدر بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

ارضی میدان کے افقی جزو H کو ناپنا

H کو ناپنے کے لئے کوائل کا گردشی محور عمودی سِٹ کرتے ہیں اور کوائل کا مستوا مشرق مغرب سمت میں یعنی مقناطیسی میریڈیان کے قائمہ زاویہ بناتا ہوا رکھتے ہیں۔ ایسا نہ



شکل 61 - ارضی انڈکٹر

کرنے پر کوائل کو ْ18 اگردش دینے پر اس میں سے $\frac{2NAH}{Y}$ سے کم چارج گذرے گا۔ اب کوائل کو جلدی سے ْ18 اسے گھماتے ہیں۔ (اس مقصد کو حاصل کرنے کے لئے اس کے اندر ایک اسپرنگ لگی ہوتی ہے) ڈسچارج گلوینومیٹر سے ہوکر گذرتا ہے اور اس کی پھنک θ_H نوٹ کرلیتے ہیں۔ گلوینومیٹر پہلے ہی سے پیمانہ بند ہوتا ہے اس لئے

$$\frac{2NHA}{Y} = K\theta_H (1+\lambda/2)$$

$$\text{یا} \quad H = \frac{KY}{2NA} \cdot \theta_H (1+\lambda/2) \qquad \text{—102}$$

ارضی میدان کا عمودی جزو V معلوم کرنا

عمودی جزو V معلوم کرنے کے لئے کوائل کا گردش محور افقی رکھتے ہیں اور گردش سے پہلے اور بعد میں کوائل کا مستوا افقی رہتا ہے۔ ایسی حالت میں کوائل سے ہوکر گذرنے

والا میدان ارضی عمودی جز V ہوتا ہے۔ اب کوائل کو جلدی سے 180° سے گھماتے ہیں اور ڈسچارج قذفی گلوینومیٹر سے ہو کر گذرتا ہے جس سے پھینک θ_v کو نوٹ کر لیتے ہیں گلوینومیٹر پہلے سے پیمانہ بند ہوتا ہے اس لئے

$$\frac{2NAV}{Y} = K\theta_v(1+\lambda/2)$$

$$\text{یا} \quad V = \frac{KY}{2AN}\theta_v(1+\lambda/2) \text{———} 103$$

میلان زاویہ ϕ کو ناپنا

ϕ کو ناپنے کے لئے اوپر بیان کئے گئے دونوں تجربوں کو کرتے ہیں۔ مساوات 103 کو 102 سے تقسیم کرنے پر

$$\tan\phi = \frac{V}{H} = \frac{\theta_v}{\theta_H}$$

$$\text{یا} \quad \phi = \tan^{-1}\frac{\theta_v}{\theta_H} \text{————} 104$$

ϕ کی ناپ کے لئے گلوینومیٹر کا پیمانہ بند ہونا ضروری نہیں ہے۔

5.8۔ خود ترغیب:۔

کوئی بھی سرکٹ جس میں کرنٹ قائم رکھی جاتی ہے خود اپنے مقناطیسی میدان کے فلکس کو کاٹتا ہے۔ ایسے سرکٹ میں جب کرنٹ بدلتی ہے تو وابستہ فلکس بھی بدلتا ہے جس سے سرکٹ میں خود ترغیبی ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے جو فلکس کے بدلنے کی شرح کے متناسب ہوتا ہے یعنی

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} \text{--------} 105$$

چونکہ عام طور سے سرکٹ سے وابستہ فلکس اس میں بہنے والی کرنٹ کے متناسب ہوتا ہے یعنی

$$N\phi \propto i$$

$$\text{یا} \quad N\phi = Li$$

جہاں L ایک تناسب ضربیہ ہے۔ اس لئے

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \quad \text{------} \; 106$$

L کو سرکٹ کا خود ترغیب ضربیہ کہتے ہیں۔ مساوات (106) میں نفی کا نشان اس بات کی طرف اشارہ کرتا ہے کہ ترغیب شدہ وولٹیج لینز کے قانون کے مطابق کرنٹ میں تبدیلی (اور فلکس میں تبدیلی) کی مخالفت کرتا ہے۔

مساوات 106 کی مدد سے ہم خود ترغیب ضربیہ کی تعریف مندرجہ ذیل دو طریقوں سے کر سکتے ہیں:۔

(i) <u>عددی طور پر</u>

$$L = \frac{e}{di/dt} \quad \text{-----------} \; 107$$

یعنی اگر سرکٹ میں کرنٹ میں تبدیلی کی شرح اکائی ہو تو خود ترغیب ضربیہ سرکٹ کے اندر ترغیب شدہ ای۔ ایم۔ ایف کے برابر ہوتا ہے۔ اگر سرکٹ میں 1 ایمپیر فی سکنڈ کی تبدیلی 1 وولٹ ترغیب شدہ ای۔ ایم۔ ایف پیدا کرے تو سرکٹ کا خود ترغیب ضربیہ 1 ہنری ہوگا۔

(ii) مساوات 106 سے

$$L\frac{di}{dt} = N\frac{d\phi}{dt}$$

$$\text{or} \quad L = N\frac{d\phi}{di} \quad \text{--------} \; 108$$

اگر سرکٹ کے نزدیک کوئی مقناطیسی مادہ نہ ہو تو L کا انحصار کرنٹ پر نہیں ہوتا اور

$$L\int_0^I di = N\int_0^\phi d\phi$$

$$LI = N\phi \quad \text{یا}$$

$$\therefore \quad L = \frac{N\phi}{I} \quad \text{-------} \; 109$$

مساوات ۱۰۹ کی بنیاد پر خود ترغیب ضریبہ کی تعریف اس طرح بھی کر سکتے ہیں کہ اگر سرکٹ میں اکائی کرنٹ بہے تو خود ترغیب ضریبہ سرکٹ سے وابستہ فلکس کے برابر ہوتا ہے۔

ایک سرکٹ جس میں 1 ایمپیر کرنٹ 1 ویبر ٹرن کی وابستگی پیدا کرے تو سرکٹ کا ترغیبیہ 1 ہنری ہوگا۔

مزاحمت کی طرح ترغیبیہ بھی سرکٹ مستقلہ ہوتا ہے۔ اگر سرکٹ کے نزدیک مقناطیسی اشیاء نہ ہوں تو یہ کرنٹ پر غیر منحصر ہوتا ہے اور اس کا انحصار سرکٹ کے انتظام پر ہوتا ہے۔ اگر کوئی تار سیدھا ہو تو اس کی دی ہوئی لمبائی کے ایک تار کا ترغیبیہ کم سے کم ہوتا ہے۔ لیکن اگر اتنے ہی لمبے تار کو ہم کوائل کی شکل میں لپیٹ دیں تو اس کا ترغیبیہ بڑھ جاتا ہے۔ ایک کوائل جس کے پھیرے بہت نزدیک ہوں اس کا ترغیبیہ پھیروں کی تعداد کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔

$$L \propto N^2$$

ترغیبیہ کی اکائی:۔

ایم۔کے۔ایس اور عملی نظام اکائی دونوں میں ہنری ہے۔ اس کے ذیلی اصناف (Sub-multiples) ملی ہنری اور مائکرو ہنری ہیں۔

خود ترغیبیہ کی طبعی اہمیت:۔

برقی سرکٹ میں خود ترغیبیہ وہی کام کرتا ہے جو کمیت یا استمرار میکانکی حرکت میں کرتے ہیں۔ دونوں کا مقصد تبدیلی کی رفتار کو سست کرنا ہے۔ سرکٹ کے جوڑ کے وقت خود ترغیبیہ ایک مخالف ای۔ایم۔ایف ترغیب دیتا ہے اور اس طرح سرکٹ میں کرنٹ کے بڑھنے کو روکتا ہے۔ [بالیدگی کو روکتا ہے] توڑ کے وقت یہ ای۔ایم۔ایف کی ترغیب ابتدائی ای۔ایم۔ایف کی سمت میں ہی دیتا ہے اور اس کرنٹ کے زوال کو سست کر دیتا ہے۔ استمرار گردشہ بھی اسی

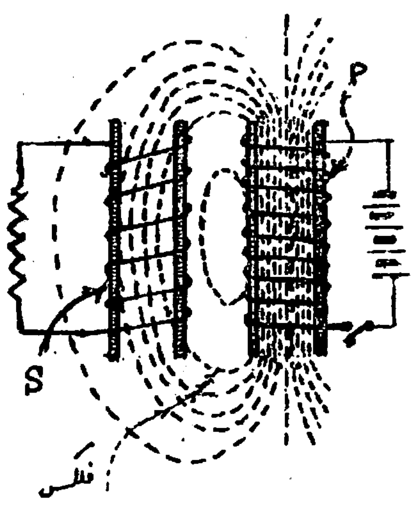
طرح شروع ہونے کے وقت کسی جسم کی حرکت سست کرتا ہے اور جب جسم رکنے لگتا ہے تو اسے ایسا کرنے سے روکتا ہے۔ ترغیبیہ سے وابستہ توانائی $\frac{1}{2}Li^2$ ہوتی ہے جبکہ خطی حرکت میں توانائی $\frac{1}{2}mv^2$ اور گردشی حرکت میں $\frac{1}{2}I\omega^2$ ہوتی ہے۔

5.9- باہمی ترغیب:-

کسی کوائل میں کرنٹ بہنے کی وجہ سے جو فلکس پیدا ہوتا ہے وہ عموماً یکساں اور متناکل طور پر پھیلا ہوتا ہے اور بند مقناطیسی راستہ کی شکل میں ہوتا ہے۔ اس فلکس میں سے اگر کوئی بھی کسی دوسرے کوائل میں سے براہ راست گذرتا ہے تو یہ دونوں کوائل کے لئے مشترک ہوتا ہے اور اسے باہمی فلکس کہتے ہیں۔ جب اس باہمی فلکس کی قدر یا سمت میں تبدیلی ہوتی ہے تو دوسرے کوائل میں ترغیبی وولٹیج پیدا ہوتی ہے اس وولٹیج کو باہمی ترغیب کا وولٹیج کہتے ہیں۔

باہمی ترغیب سے مراد ہمیشہ یہ ہوتا ہے کہ دو کوائل مقناطیسی طور پر جفتہ ہیں۔ دوسرے الفاظ میں یہ وہ حالت ہے جو اس وقت پیدا ہوتی ہے جب کچھ یا کل مقناطیسی فلکس ایک ہی وقت میں دو کوائل سے گذرتے ہیں۔

شکل [62] میں دو کوائل P (پرائمری) اور S (سکنڈری) ایک دوسرے سے



شکل 62۔ کوائل P اور S میں مقناطیسی جفتگی

مقناطیسی طور پر جفتہ دکھائے گئے ہیں۔ جب P میں کرنٹ شروع کرتے ہیں تو S میں فلکس صفر سے بیش ترین ہو جاتا ہے۔ اس کی وجہ سے S میں ترغیبی ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے اور ترغیبی کرنٹ بہتی ہے۔ جس سے اس سرکٹ میں لگے گلونومیٹر میں انحراف پیدا ہوتا ہے۔ S میں بہنے والی یہ ترغیبی کرنٹ خود اپنا مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے جو P کے مخالف سمت میں ہوتا ہے۔ اس لئے جتنی دیر تک ترغیبی کرنٹ S میں چلتی ہے اس کوائل میں کل ترغیب اس کے اندر P کے ذریعہ پیدا ہوئی ترغیب اور خود S کی وجہ سے ترغیب کے فرق کے برابر ہوتی ہے۔

5.10۔ باہمی ترغیب ضریبہ یا باہمی ترغیبیہ :۔

ہم نے ابھی دیکھا ہے کہ اگر دو کوائل P اور S ایک دوسرے کے نزدیک ہوں تو P میں کرنٹ بہنے کی وجہ سے پیدا ہوئے فلکس کا کچھ حصہ S سے بھی وابستہ ہوگا۔ جسے ہم باہمی فلکس کہتے ہیں۔ دوسرے کوائل سے وابستہ ہونے والے فلکس کی قدر مندرجہ ذیل باتوں پر منحصر ہوتی ہے۔

(۱) پرائمری کوائل میں کرنٹ کی طاقت (2) ہر کوائل میں پھیروں کی تعداد

(3) کوائل کی عرضی تراش رقبہ اور (4) ان کا نسبتی مقام

اگر شرائط 2، 3 اور 4 مستقل ہوں تو سکنڈری سے گذرنے والی فلکس شرط (1) کے مطابق پرائمری کرنٹ کے تناسب ہوگی۔ فیراڈے کے برق مقناطیسی ترغیب قانون کے مطابق سکنڈری میں ترغیب شدہ وولٹیج مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$e = - N_s \cdot \frac{d\phi_s}{dt} \quad\text{———}\quad 110$$

جہاں N_s سکنڈری میں پھیروں کی تعداد اور $d\phi_s$ اس کے اندر فلکس کی تبدیلی ہے۔ (سکنڈری سے گذرنے والی فلکس پرائمری فلکس کا صرف ایک حصہ ہوتی ہے)۔ اگر ہم یہ فرض کریں کہ سکنڈری کے اندر کوئی مقناطیسی مادہ نہیں ہے اور پرائمری میں i_p کرنٹ بہنے کی وجہ سے پیدا ہوئی فلکس ϕ_p ہے تو

$$\phi_p \propto i_p$$

لیکن سکنڈری میں فلکس ϕ_s پرائمری فلکس ϕ_p کے متناسب ہوتی ہے یعنی

$$\phi_s \propto \phi_p$$

$$\therefore \quad \phi_s \propto i_p$$

$$\text{or} \quad \phi_s = k\, i_p \text{ ——— } 111$$

جہاں k ایک مستقلہ ہے۔

$$\therefore\ e = -N_s \cdot \frac{d\phi_s}{dt} = -N_s\, k \frac{di_p}{dt} \text{ —— } 112$$

اگر کرنٹ i_p کو ایمپیر میں ناپا جائے تو

$$e = -10^{-8} \cdot N_s\, k\, \frac{di_p}{dt} \quad \text{وولٹ} \text{ —— } 113$$

$$\text{یا} \quad e = -M \frac{di_p}{dt} \text{ ——— } 114$$

جہاں $M = N_s\, k\, 10^{-8}$ ایک مستقلہ ہے۔

M کو دونوں کوائل کے درمیان باہمی ترغیب ضربیہ یا باہمی ترغیبیہ کہتے ہیں۔ مساوات 114 سے M کی تعریف اس طرح کی جا سکتی ہے۔

$$M = \frac{e}{di_p/dt}$$

$$= \frac{\text{سکنڈری میں ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف}}{\text{پرائمری میں کرنٹ کے بدلنے کی شرح}}$$

یعنی اگر پرائمری میں کرنٹ کی تبدیلی کی شرح اکائی ہو تو سکنڈری میں پیدا ہوا ای۔ایم۔ایف باہمی ترغیبیہ کے برابر ہوتا ہے۔

باہمی ترغیبیہ کی تعریف اس طرح بھی کی جا سکتی ہے کہ باہمی ترغیبیہ ایک سرکٹ سے وابستہ کل فلکس کے برابر ہوتا ہے جبکہ دوسرے سرکٹ میں اکائی

کرنٹ بڑھ رہی ہو۔

باہمی ترغیبیہ کی علامت ایم ہے۔ اس کی اکائی بھی ہنری ہے۔

دو کوائل کے درمیان باہمی ترغیبیہ 1 ہنری ہوگا اگر ایک سرکٹ میں 1 ایمپیر فی سکنڈ کی شرح سے کرنٹ بدلنے پر دوسری میں 1 وولٹ ترغیب شدہ وولٹیج پیدا ہو۔

5.11- جفتی ضربیہ Coefficient of Coupling

ایک دوسرے کے نزدیک دو سرکٹ P اور S میں سے P میں کرنٹ بدلنے کی وجہ سے S میں ترغیب شدہ وولٹیج مساوات 114 کے مطابق عددی طور پر

$$e_s = M \cdot \frac{di_p}{dt} \quad \text{———} \quad 115$$

اسی طرح S میں کرنٹ بدلنے کی وجہ سے P میں ترغیب شدہ وولٹیج

$$e_p = M \cdot \frac{di_s}{dt} \quad \text{———} \quad 116$$

دونوں کوائل کے درمیان باہمی ترغیب ان کے خود ترغیبیہ اور ان دونوں کوائل کی جفتگی کے درجہ پر منحصر ہوتی ہے۔ جفتی ضربیہ وہ جز ہے جو ایک دی ہوئی حالت میں باہمی فلکس کی وابستگی کا واقعی تناسب بتاتا ہے۔ بیش ترین فلکس کی وابستگی اس وقت واقع ہوتی ہے جب کوائل P سے فلکس کی ہر لائن کوائل S کے ہر پھیرے سے وابستہ ہوتی ہے اور کوائل S سے فلکس کی ہر لائن کوائل P کے ہر پھیرے سے وابستہ ہوتی ہے۔ ان حالات میں جفتی مستقلہ 1 ہوتا ہے۔ جفتی مستقلہ 1 سے کم ہونے کی حالت میں ہر کوائل کا کچھ فلکس دوسرے کوائل کے ہر پھیرے سے وابستہ نہیں ہوتا ہے۔

باہمی ترغیب کے وولٹیج کو فیراڈے کے قانون کے مطابق اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$e_p = K N_p \frac{d\phi_s}{dt} \quad \text{———} \quad 117$$

اور

$$e_s = K N_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad \text{———} \quad 118$$

جہاں K جفتی ضربیہ ہے۔

مساوات 115 اور 118 کو M کے لئے حل کرنے پر

$$M = K N_s \frac{d\phi_p}{di_p} \qquad 119\,a$$

اور مساوات 116 اور 117 کو M کے لئے حل کرنے پر

$$M = K N_p \frac{d\phi_s}{di_s} \qquad 119\,b$$

کوائل P سے S اور کوائل S سے P کو جانے والی باہمی ترغیب ایک سی ہوگی۔ بشرطیکہ مقناطیسی راستہ کی سرایت پذیری مستقل ہو۔

مساوات 119 a اور 119 b کو آپس میں ضرب کرنے پر

$$M^2 = K^2 N_s N_p \frac{d\phi_p}{di_p} \frac{d\phi_s}{di_s}$$

$$= K^2 N_s \frac{d\phi_s}{di_s} N_p \frac{d\phi_p}{di_p}$$

لیکن

$$N_p \frac{d\phi_p}{di_p} = L_p$$

= P کوائل کی خود ترغیبیہ

اور

$$N_s \frac{d\phi_s}{di_s} = L_s$$

= S کوائل کی خود ترغیبیہ

اس لئے

$$M^2 = K^2 L_p L_s$$

یا $M = K\sqrt{L_p L_s}$ ہنری ——— 120

$$\therefore K = \frac{M}{\sqrt{L_s L_p}}$$

مثال :- دو کوائل کا جفتی ضربیہ معلوم کیجئے، جن کا خود ترغیبیہ $L_1 = 250\,\mu H$ اور $L_2 = 400\,\mu H$ ہے اور ان کا باہمی ترغیبیہ $120\,\mu H$ ہے۔

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

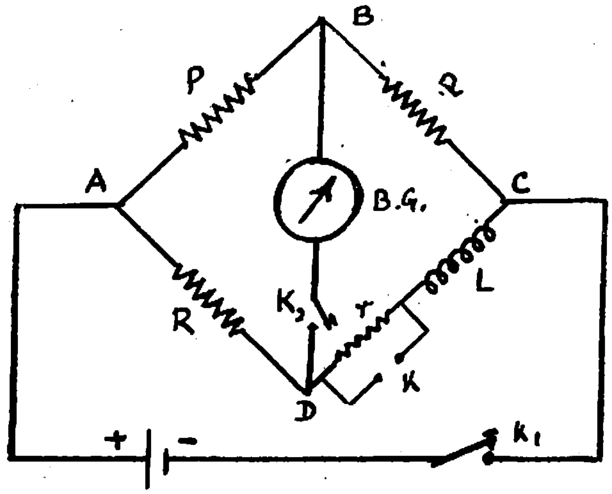
$$= \frac{120 \times 10^{-6}}{\sqrt{(250 \times 10^{-6}) \times (400 \times 10^{-6})}}$$

$$= \frac{120 \times 10^{-6}}{316 \times 10^{-6}} = 0.38$$

5.12- L اور M کو ناپنے کے طریقے

(a) L کو ناپنا۔ ریلے کا راست کرنٹ برج طریقہ

ترغیبیہ کوائل L اور ایک معیاری چھوٹا مزاحمہ r (تقریباً 0.1 اوم کا) ہویٹ اسٹون برج کی ایک شاخ میں لگاتے ہیں۔ ایک قذفی گلوینومیٹر کو [شکل 63] میں دکھائے گئے



شکل 63۔ خود ترغیبیہ کو ریلے کے طریقے سے ناپنا

طریقہ پر جوڑا جاتا ہے۔ مزاحمہ r کے سروں کے درمیان ایک کنجی K لگائی جاتی ہے۔
پہلے کنجی K کو بند کر دیتے ہیں جس سے صرف L ہی CD برانچ میں کام کرتا ہے۔ P،
Q اور R کو اس طرح درست کرتے ہیں کہ کنجی K_1 اور K_2 کو بند کرنے پر گلوینومیٹر میں انفراج

صفر ہو جاتا ہے۔ حالانکہ ایک قائم کرنٹ برج میں بہتی ہے۔ ایسی حالت میں کنجی K_1 کو کھولنے یا بند کرنے سے کوائل کی خود ترغیب کی وجہ سے ایک عارضی کرنٹ سرکٹ میں بہتی ہے اور گلوینومیٹر میں انفراج دکھائی دیتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ایک مخالف ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف $e=-L\frac{di}{dt}$ کوائل L کے سروں کے درمیان پیدا ہو جاتا ہے۔ یہ ای۔ ایم۔ ایف مناسب کرنٹ برج کے ہر برانچ میں بھیجتا ہے۔

مان لیا کہ گلوینومیٹر میں سے گذرنے والی کرنٹ pe ہے جہاں p ایک مستقلہ ہے جو گلوینومیٹر اور مختلف برانچوں کی مزاحمت کی نسبتی قدر پر منحصر ہوتا ہے۔ اگر گلوینومیٹر کی مزاحمت G ہو تو اس میں کسی لمحہ گزرنے والی کرنٹ (i_g) کی قدر $\frac{pe}{G}$ ہوگی۔

$$\therefore \quad i_g = \frac{p.L}{G} \quad \frac{di}{dt}$$

چونکہ گلوینومیٹر میں کرنٹ یک بیک صفر سے i_0 ہو جاتی ہے اس لیے اس میں سے گذرنے والا کل چارج

$$q = \int_0^{i_0} \frac{pL}{G} \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{pL}{G} \quad i_0$$

اس چارج کی وجہ سے اگر گلوینومیٹر میں پھینک θ ہو اور اسکا قدرتی تبدیلی جز K' ہو تو

$$\frac{pL}{G} i_0 = K'\theta(1+\lambda/2) \text{------} (a)$$

ساوات (a) میں سے p اور i_0 کو ہٹانے کے لیے کنجی K کو کھول دیتے ہیں جس سے مزاحمہ r اب سرکٹ میں آجاتا ہے۔ r کی قدر بہت کم ہونے کی وجہ سے کرنٹ i_0 میں کوئی بین فرق نہیں پڑتا اور یہ سرکٹ میں ایک مزید مخالف ای۔ ایم۔ ایف ri_0 پیدا کرنے کی مترادف ہے۔ یہ ای۔ ایم ایف ایک قائم کرنٹ گلوینومیٹر سے ہو کر بھیجتا ہے جس سے اس میں قائم انفراج α پیدا ہوتا ہے۔

$$\therefore \quad \frac{pri_0}{G} = k\alpha$$

جہاں k قدرتی گلوینومیٹر کا کرنٹ تبدیلی جز ہے۔

$$\therefore \frac{b\,i_0}{G} = \frac{k\alpha}{r} \text{ ——— (ط)}$$

مساوات 115 اور 116 کی مدد سے

$$L = \frac{K'}{k} . r . \frac{\theta}{\alpha} (1 + \lambda/2)$$

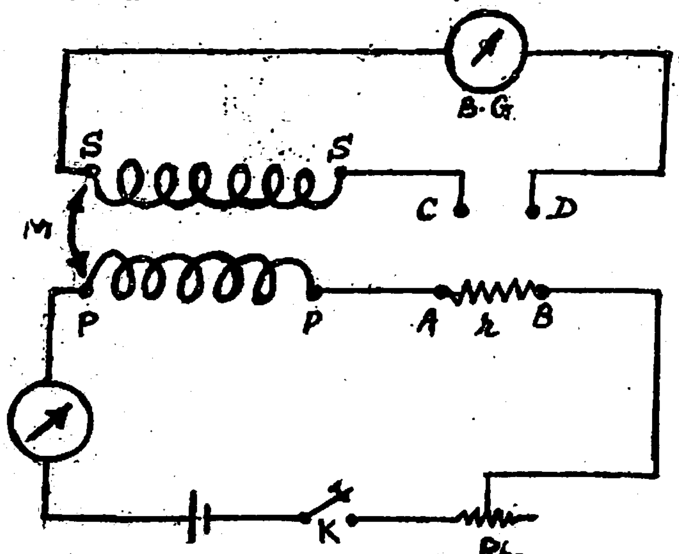
لیکن $\frac{K'}{k} = \frac{T}{2\pi}$ جس میں T متحرک کوائل تذفی گلوینومیٹر کا دور ہے۔
اس لئے

$$L = \frac{T}{2\pi} . r . \frac{\theta}{\alpha} (1 + \lambda/2) \text{ ——— 121}$$

اس تجربہ میں مکمل توازن آنا ضروری ہے۔ چونکہ R برابر سے کم سے کم ا اوم بمزاحمت نکال سکتے ہیں اس لئے مکمل توازن ممکن نہیں ہوتا ہے۔ مکمل توازن لانے کے لئے R کے سلسلہ وار ایک میگنن کا تار جوڑ دیتے ہیں جس کی مدد سے مکمل توازن لانا آسان ہو جاتا ہے۔

(ط) باہمی ترغیبیہ کوناپنا

دو کوائل PP اور SS جن کے درمیان باہمی ترغیبیہ کوناپنا ہے۔ انہیں سرکٹ میں [شکل 64] میں دکھائے گئے طریقہ پر جوڑا جاتا ہے۔ C اور D کو جوڑ دیتے ہیں اور کنجی K کو دبا کر



شکل 64۔ باہمی ترغیبیہ کوناپنا

پرائمری PP میں مناسب قدر کی کرنٹ گزارتے ہیں۔ پرائمری میں کرنٹ کی بالیدگی کے ساتھ سکنڈری کوائل SS سے گزرنیوالا فلکس بڑھتا ہے اور سکنڈری میں ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف

$$e = -M \frac{dI}{dt}$$

پیدا ہوتا ہے۔ اگر سکنڈری سرکٹ کی مزاحمت R ہو تو اس میں بہنے والی کرنٹ

$$e = -M\frac{dI}{dt} / R$$

اس لئے قذفی گلوینومیٹر سے گذرنے والا کل چارج

$$q = \int_0^t i\,dt$$

$$= \frac{M}{R}\int_0^t \frac{dI}{dt}\,.\,dt$$

$$= \frac{M}{R}\int_0^{I_0} dI = \frac{MI_0}{R}$$

$$\therefore \quad \frac{MI_0}{R} = \frac{CT}{nAH.2\pi}\,\theta_1(1+\lambda/2) \text{ —— } 122$$

جہاں θ_1 گلوینومیٹر میں پھینک ہے۔

گلوینومیٹر کو پیمانہ بند کرنے کے لئے اس میں قائم کرنٹ گزار کر قائم انفراج نوٹ کر لیتے ہیں۔ اس مقصد کے لئے C اور D کا کنکشن توڑ کر C کو A سے اور D کو B سے جوڑ دیتے ہیں۔ پرائمری سرکٹ میں کرنٹ I_0 میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ r کی مزاحمت بہت کم (0.1 یا 0.01 اوم) ہوتی ہے۔

r کے سروں کے درمیان مضمر فرق = $I_0 r$

اور سکنڈری سرکٹ میں کرنٹ = $\frac{I_0 r}{R}$

اب اگر گلوینومیٹر میں قائم انفراج θ_2 ہو تو

$$\frac{I_0 r}{R} = \frac{C}{nAH}\,.\,\theta_2 \text{ —————— } 123$$

مساوات 122 کو 123 سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{M}{Y} = \frac{T}{2\pi} \quad \frac{\theta_1}{\theta_2} \left(1 + \lambda/2\right)$$

$$\therefore \quad M = \frac{YT}{2\pi} \cdot \frac{\theta_1}{\theta_2} \left(1 + \lambda/2\right) \quad \text{---} 124$$

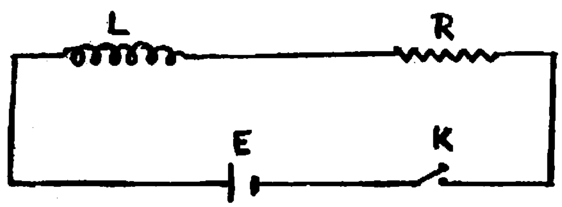
قدنی گلوینومیٹر کا دور T اور لاگرتھمی تخفیف λ معلوم ہونے پر M کی قدر نکالی جاسکتی ہے

5.13- سلسلہ وار جڑے مزاحمہ اور ترغیبیہ پر مشتمل سرکٹ میں کرنٹ کی بالیدگی اور زوال :-

ہم یہ مطالعہ کرچکے ہیں کہ ترغیبیہ سرکٹ کی وہ خاصیت ہے جو میکانکی نظام میں استمرار کے مشابہ ہے۔ جس طرح کمیت کا استمرار حرکت میں تاخیر پیدا کرتا ہے اسی طرح ترغیبیہ بھی سرکٹ کے جوڑ کے وقت کرنٹ کی بالیدگی کی شرح اور توڑ کے وقت کرنٹ کے زوال کی شرح میں تاخیر پیدا کرتا ہے۔ ترغیبیہ کی اس خاصیت کا مطالعہ ہم مندرجہ ذیل سرکٹ کے ذریعہ کرتے ہیں۔

(A) کرنٹ کی بالیدگی :-

شکل (a) 65 میں دئے گئے سرکٹ میں مزاحمہ R اور ترغیبیہ L سلسلہ وار جڑے



شکل (65 a) L-R سرکٹ

ہیں ان کے آزاد سروں کے درمیان قائم ای۔ایم۔ایف E کنجی K کے ذریعہ لگا ہوا ہے۔

مان لیا I_o کرنٹ کی بیش ترین قدر ہے اور I کرنٹ کی ساعتی قدر ہے۔ کرنٹ کی بالیدگی کے دوران توانائی دو کاموں میں خرچ ہوتی ہے۔ (1) مخالف ای۔ایم۔ایف $L\frac{dI}{dt}$ کے خلاف کرنٹ کو ترغیبیہ L میں سے گزارنے میں (2) سرکٹ کی مزاحمت کو عبور کرنے میں۔ لہٰذا عائد ای۔ایم۔ایف کا کچھ حصہ ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف کے توازن میں صرف ہوتا ہے اور بقیہ حصہ مزاحمت میں۔ ایسے سرکٹ کے لئے ای۔ایم۔ایف مساوات مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$E = L\frac{dI}{dt} + RI \quad \text{-------} 125$$

جہاں I کرنٹ کی بالیدگی کے دوران کسی بھی ساعت کرنٹ کی قدر ہے۔

جب کرنٹ اپنی بیش ترین قدر I_o پر پہنچتی ہے تو مخالف ای۔ایم۔ایف $= 0$ $L\frac{dI}{dt}$

$$\therefore \quad E = RI_o \quad \text{------} 126$$

مساوات 125 اور 126 کی مدد سے

$$RI_o = RI + L\frac{dI}{dt}$$

یا $\quad R(I_o - I) = L\frac{dI}{dt}$

مان لیا $\quad I_o - I = x$

∴ تفرق کرنے پر $\quad -\frac{dI}{dt} = \frac{dx}{dt}$

یعنی $\quad Rx = -L\frac{dx}{dt}$

یا $\quad \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}t$

تکمیل کرنے پر

$$\log_e x = -\frac{R}{L}t + K$$

جہاں K ایک مستقلہ ہے

$$\therefore \log_e(I_o - I) = -\frac{R}{L}t + K \text{ -----127}$$

جب $t=0$ ، $I=0$ اس لئے

$$\log_e I_o = K$$

مساوات 127 میں K کی قیمت رکھنے پر

$$\log_e (I_o - I) = -\frac{R}{L}t + \log_e I_o$$

یا $\log_e \frac{I_o - I}{I_o} = -\frac{R}{L}t$

یا $1 - \frac{I}{I_o} = e^{-\frac{R}{L}t}$

$$\therefore \quad I = I_o(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \text{ ----128}$$

مقدار $\frac{L}{R}$ کو سرکٹ کا "وقت مستقلہ" کہتے ہیں۔
اگر ہم $t = \frac{L}{R}$ رکھیں تو

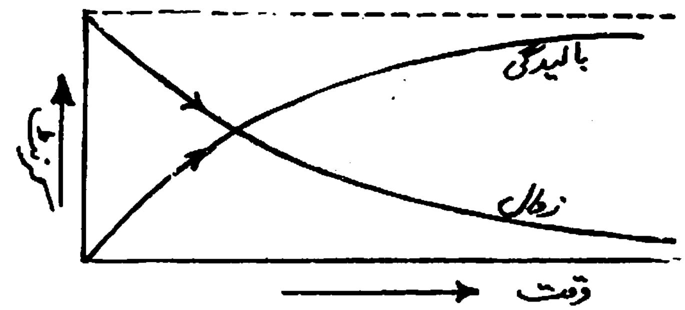
$$I = I_o(1 - e^{-1}) = I_o(1 - \frac{1}{e})$$

$$= I_o(1 - 0.368) = 0.632\, I_o \text{ ---- 129}$$

اس لئے سرکٹ کا وقت مستقلہ وہ وقت ہے جس میں کرنٹ صفر سے بیشں ترین قدر (I_o) کا 0.632 گنا یعنی 63% بڑھ جاتی ہے۔
$\frac{L}{R}$ کو ترغیبی وقت مستقلہ بھی کہتے ہیں۔
مساوات (128) سے کرنٹ کی بالیدگی کی شرح نکالی جاسکتی ہے۔ چنانچہ

$$\frac{dI}{dt} = \frac{R}{L} I_o\, e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{R}{L}(I_o - I) \text{ ----- 130}$$

I جیسے جیسے I_o کے نزدیک پہنچتی ہے بالیدگی شرح کم ہوتی جاتی ہے۔ کرنٹ کے بڑھنے کا گراف شکل (65-b) میں دکھایا گیا ہے۔ صاف ظاہر ہے کہ کرنٹ بیشں ترین قدر I_o تک پہنچنے کے لئے لاانتہا وقت لے گی۔ لیکن عموماً $\frac{L}{R}$ چھوٹا ہونے کی وجہ سے تھوڑے



شکل 65 b ۔ کرنٹ کی بالیدگی اور زوال

ہی وقت میں کرنٹ I_0 تک پہنچ جاتی ہے جو وقت مستقلہ کا تقریباً پانچ گنا ہوتا ہے۔

(B) کرنٹ کا زوال:- جب سرکٹ میں کرنٹ یک بیک ختم کردی جاتی ہے یعنی جب $E = 0$ کر دیا جاتا ہے تو اس حالت میں بھی فلکس کے یک بیک ختم ہونے سے ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے۔ زوال کے دوران کسی بھی لمحہ

$$0 = RI + L\frac{dI}{dt}$$

یا

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\,dt$$

تکمیل کرنے پر

$$\log_e I = -\frac{R}{L}t + K$$

جہاں K ایک مستقلہ ہے

جب $t=0$ ، $I=I_0$ ، اس لئے

$$K = \log_e I_0$$

$$\therefore \log_e I = -\frac{R}{L}t + \log_e I_0$$

یا

$$\log_e \frac{I}{I_0} = -R/L\ t$$

یا $I = I_0 \, e^{-\frac{Rt}{L}}$ -------131

زوال کے دوران وقت اور کرنٹ کا گراف شکل (65ب) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ بالیدگی خم کا بالکل عکس معلوم ہوتا ہے۔

$\frac{L}{R}$ اس حالت میں بھی وقت مستقلہ ہے۔ اگر $t = \frac{L}{R}$ ہو تو

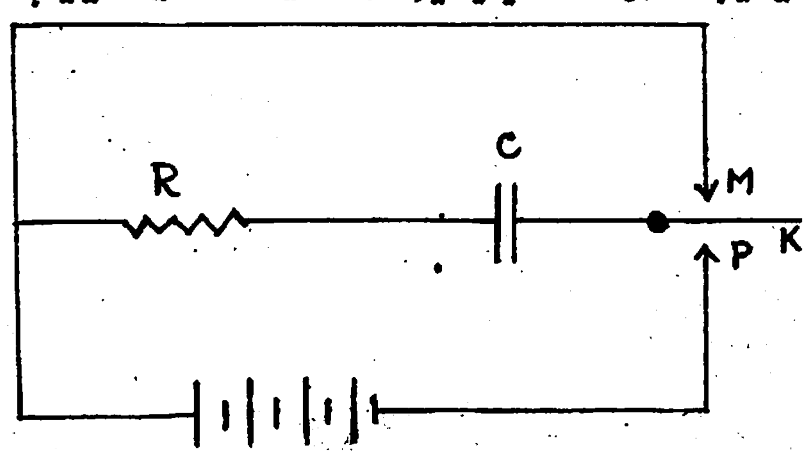
$$I = I_0 \, e^{-1} = 0.368 \, I_0 \text{ -----132}$$

اس لئے وقت مستقلہ کی تعریف اس طرح بھی کی جاسکتی ہے کہ یہ وہ وقت ہے جس میں کرنٹ اپنی بیشترین قدر کا 0.368 گنا رہ جاتی ہے۔

مساوات 131 سے ظاہر ہے کہ اگر R بہت بڑا ہو تو $\frac{L}{R}$ چھوٹا ہوگا اور کرنٹ میں زوال بہت تیزی سے ہوگا۔ اس کا نتیجہ یہ ہوگا کہ ایک بہت زیادہ مخالف ای۔ایم۔ایف پیدا ہوگا جس کی وجہ سے سوئچ پر چنگاری نکل سکتی ہے۔ اس سے بچنے کے لئے سرکٹ میں L کو بہت بڑا رکھتے ہیں تاکہ $\frac{L}{R}$ بہت چھوٹا نہ ہو۔

5.14۔ کنڈنسر کو چارج اور ڈسچارج کرنا

فرض کیجئے کہ C صلاحیت کا ایک کنڈنسر مزاحمہ R سے سلسلہ وار جڑا ہوا ہے اور یہ ترکیب مورس کنجی K کے ذریعہ ایک بیٹری سے جڑی ہے جیسا کہ شکل 66 میں دکھایا گیا ہے۔



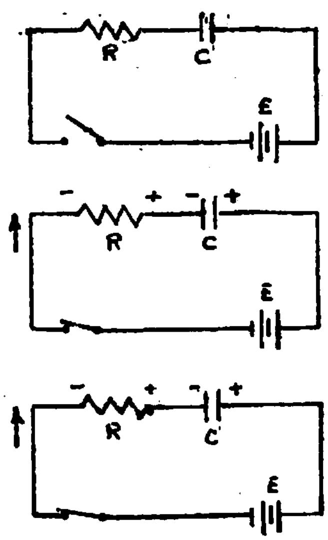
شکل 66 ۔کنڈنسر کو چارج اور ڈسچارج کرنا

کنڈنسر کو چارج کرنے کے لئے K کو P سے جوڑتے ہیں اور ڈسچارج کرنے کے لئے K کو M سے جوڑتے ہیں۔

(A) چارج کرنا

کنڈنسر راست کرنٹ کو اپنے اندر بہنے نہیں دیتا لیکن جب اس کی پلیٹوں کے سرے پر ای۔ ایم۔ ایف عائد کیا جاتا ہے تو پلیٹ پر تھوڑا چارج جمع ہو جاتا ہے اور پلیٹوں کے درمیان دو برقیہ میں نقل کرنٹ پیدا ہو جاتی ہے۔ چارج کرنے کے اس طریق میں وولٹیج ماخذ سے الکٹران کنڈنسر کے اس پلیٹ پر جمع ہوتے ہیں جو بیٹری E کے منفی سرے سے جڑی ہوتی ہے۔ مقابل پلیٹ سے جو E کے مثبت سرے سے جڑی ہوتی ہے الکٹران الگ ہوتے ہیں۔ نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ الکٹران کی زیادتی کنڈنسر کی پلیٹ کو منفی چارج شدہ کر دیتی ہے اور مقابل پلیٹ مثبت چارج شدہ ہو جاتی ہے۔ اس طرح وولٹیج ماخذ کا کام کنڈنسر کی ایک پلیٹ سے دوسری پلیٹ کی طرف الکٹران دوبارہ تقسیم کرنا ہے۔

چارج کرنے کے عمل کو زیادہ واضح طور پر سمجھنے کے لئے مندرجہ ذیل شکلوں پر غور کیجئے۔ [شکل 67 (a، b، c)]۔



[شکل 67] ۔R-C سرکٹ (a) سوئچ کھلا (b) فوراً بند کیا گیا سوئچ (c) سوئچ دیر تک بند

جب سوئچ کو بند کرتے ہیں تو کرنٹ بہنا شروع ہو جاتی ہے۔ جس لمحہ سوئچ کو بند کرتے ہیں کنڈنسر پر کوئی چارج نہیں ہوتا اس لئے کنڈنسر پر کوئی وولٹیج نہیں ہوتا۔ عائد وولٹیج صرف مزاحمہ R کے سروں کے درمیان ہوتا ہے اس لئے سرکٹ میں اُس لمحہ کرنٹ $i = E/R$۔ جب کرنٹ بہنی شروع ہو جاتی ہے تو کچھ چارج کنڈنسر پر اکٹھا ہو جاتا ہے جس سے اس پر وولٹیج پیدا ہو جاتا ہے۔ جیسے جیسے کنڈنسر پر وولٹیج بڑھتا جاتا ہے مزاحمہ پر وولٹیج گھٹتا جاتا ہے۔ کسی بھی لمحہ سرکٹ میں کرنٹ

$$i = \frac{e_r}{R} \quad \text{---------} \quad 133$$

مساوات 133 سے ظاہر ہے کہ سرکٹ میں کرنٹ مزاحمہ R کے سروں کے درمیان وولٹیج کے متناسب ہوتی ہے۔ جیسے جیسے کنڈنسر پر چارج بڑھتا جاتا ہے سرکٹ میں کرنٹ کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ کنڈنسر اس حد تک چارج ہو جاتا ہے کہ اس کی پلیٹوں کے بیچ کا مضمر فرق عائد وولٹیج کے برابر ہو جاتا ہے۔ اس حالت میں کرنٹ صفر ہو جاتی ہے۔ i، e_r اور e_c کی وقت کے ساتھ تبدیلی کو شکل (68) میں دکھایا گیا ہے۔

یہ بات صاف ظاہر ہے کہ کسی بھی لمحہ e_r اور e_c کا جوڑ E کے برابر ہوگا۔

$$E = e_r + e_c \quad \text{————} \quad 134$$

اگر اس لمحہ پلیٹوں کے اوپر چارج Q اور چارج کرنے والی کرنٹ i ہے تو

$$e_c = Q/C$$

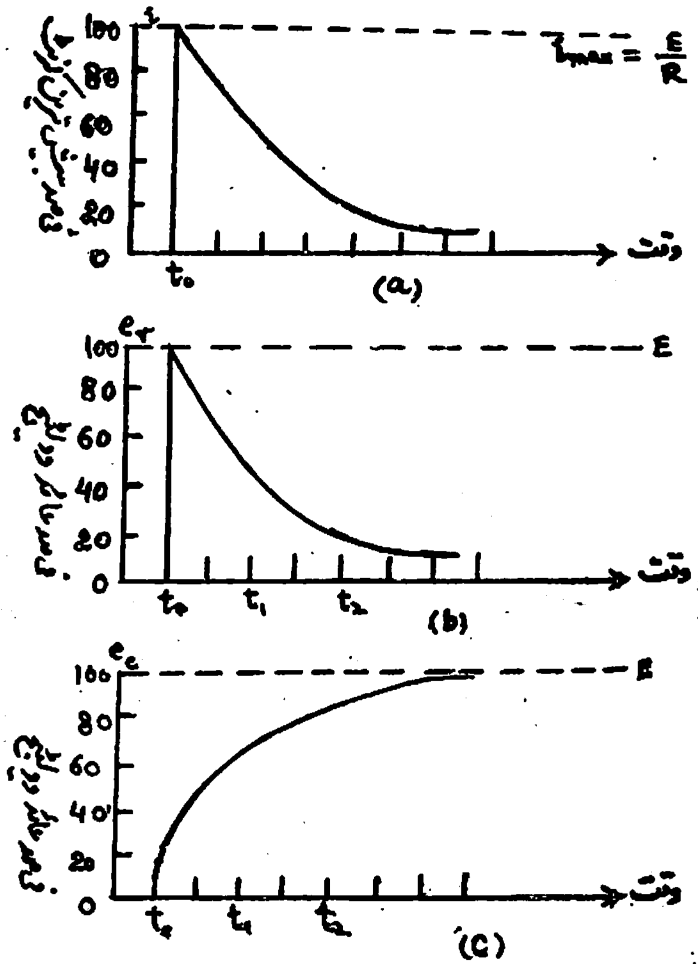
$$e_r = iR$$

$$\therefore \quad E = iR + Q/C$$

لیکن

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\therefore \quad E = R \cdot \frac{dQ}{dt} + Q/C \quad \text{----} \quad 135$$



شکل 6.8 ۔ R-C سرکٹ میں i ، e_r اور e_c میں وقت کیساتھ تبدیلی

کنڈنسر پر چارج لگاتار جمع ہوتا رہتا ہے اور کچھ وقت کے بعد اس پر بیش ترین چارج Q_0 اکٹھا ہو جاتا ہے۔ اس وقت اس کی پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق E کے برابر ہوگا۔

$$\therefore \quad E = \frac{Q_0}{C}$$

مساوات 35 کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں

$$\frac{Q_o}{C} = \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt}$$

یا $$Q_o - Q = CR\frac{dQ}{dt}$$

or $$\frac{dQ}{Q_o - Q} = \frac{dt}{CR}$$

تکمیل کرنے پر

$$\int\frac{dQ}{Q_o - Q} = \int\frac{dt}{CR}$$

$$-\log_e(Q_o - Q) = \frac{t}{CR} + K$$

جہاں K ایک مستقلہ ہے جس کی قدر ابتدائی شرائط سے معلوم کی جا سکتی ہے ۔

چنانچہ جب $t = 0$

تو $Q = 0$

$$\therefore \quad -\log_e Q_o = K$$

$$\therefore \quad -\log_e(Q - Q_o) = \frac{t}{CR} - \log_e Q_o$$

یا $$\log_e(Q - Q_o) = -t/CR + \log_e Q_o$$

$$\log_e\frac{Q_o - Q_o}{Q_o} = -t/CR$$

یا $$\frac{Q_o - Q}{Q_o} = e^{-t/CR}$$

$$\therefore \quad Q = Q_o(1 - e^{-t/CR}) \quad \text{----136}$$

مساوات 136 کو C سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_o}{C}(1 - e^{-t/CR})$$

$$\therefore \quad e_c = E(1 - e^{-t/CR}) \quad \text{----137}$$

مساوات 136 اور 137 سے ہم دیکھتے ہیں کہ کنڈنسر پر وولٹیج اور چارج کی

مقدار وقت کے ساتھ ایکسپونشی قانون کے لحاظ سے بدلتے ہیں۔ (شکل 67)

مساوات 136 کا تفرق کرنے پر

$$\frac{dQ}{dt} = i = Q_0 \frac{d}{dt}(1 - e^{-t/CR})$$

$$= \frac{Q_0}{CR} e^{-t/CR}$$

$$= \frac{CE}{CR} e^{-t/CR}$$

$$= \frac{E}{R} e^{-t/CR}$$

$$= I_0 e^{-t/CR} \quad ----- 138$$

جہاں $I_0 = E/R$ بیشتر ترین کرنٹ ہے۔

جیسے جیسے کنڈنسر چارج ہوتا ہے چارج کرنے والی کرنٹ مساوات 138 کے مطابق کم ہوتی جاتی ہے۔ [شکل 67a]

یہاں CR وقت مستقلہ ہے۔ اگر $t = CR$ ہو تو $\frac{t}{CR} = 1$

$$\therefore \quad Q = Q_0(1 - e^{-1}) = 0.632\, Q_0$$

یا $\frac{Q}{Q_0} = 63.2\%$

اس لئے وقت مستقلہ CR وہ وقت ہے جس میں کنڈنسر اپنی بیشتر ترین چارج کا 63.2% چارج ہو جاتا ہے۔

C کو فیرڈ، R کو اوم اور وقت (t) کو سکنڈ میں ناپتے ہیں۔

(B) ڈسچارج کرنا

کنڈنسر کو ڈسچارج کرنے کے لئے کنجی K کو M سے جوڑتے ہیں [شکل 65]۔

ڈسچارج کے دوران $E = 0$

$$\therefore \quad \frac{Q}{C} + RI = 0$$

یا $$\frac{Q}{C} + R.\frac{dQ}{dt} = 0$$

یا $$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{CR}$$

تکمیل کرنے پر $$\int \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{CR}\int dt$$

یا $$\log_e Q = -\frac{t}{CR} + K$$

جہاں K ایک مستقلہ ہے

جب $t=0$ ، $Q=Q_0$ ، اس لئے

$$K = \log_e Q_0$$

$$\therefore \quad \log_e Q = -t/CR + \log_e Q_0$$

یا $$\log_e \frac{Q}{Q_0} = -t/CR$$

$$\therefore \quad Q = Q_0 e^{-t/CR} \quad \text{-----139}$$

مساوات 139 کو C سے تقسیم کرنے پر

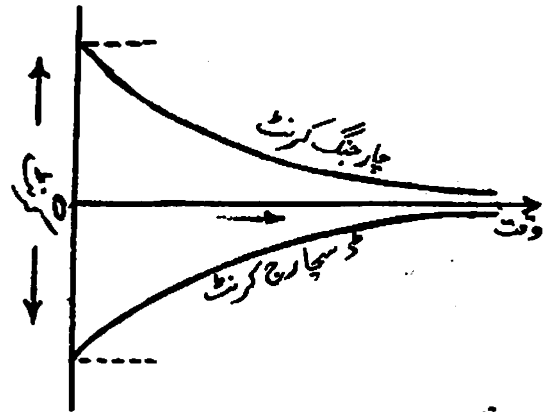
$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{-t/CR}$$

یا $$e_c = E e^{-t/CR} \quad \text{------140}$$

کسی بھی لمحہ ڈسچارج کرنٹ کی قدر مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$I = -I_0 e^{-t/CR} \quad \text{-------141}$$

مساوات 138 اور 141 کا موازنہ کرنے پر ہم دیکھتے ہیں کہ چارج اور ڈسچارج دونوں ہی کرنٹ مشابہ ہیں لیکن ان کی علامت مختلف ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ چارج کرنے کے وقت کرنٹ کنڈنسر میں بہتی ہے اور ڈسچارج کے وقت کرنٹ باہر کی طرف بہتی ہے۔ شکل 69 میں چارج اور ڈسچارج کے دوران کسی بھی لمحہ کرنٹ کو دکھایا گیا ہے۔

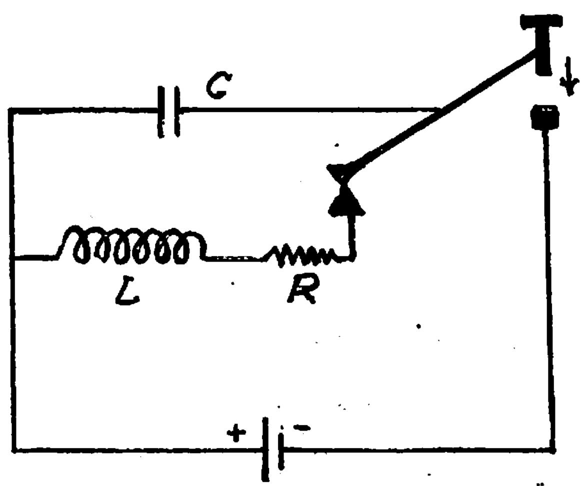


شکل 69۔ کنڈنسر میں چارج و ڈسچارج کرنٹ

چند مائکرو فیرڈ کے کنڈنسر کو میگ اوم مزاحمہ سے ہو کر ڈسچارج ہونے میں چند سکنڈ لگتے ہیں۔

5.15۔ ترغیبیہ، مزاحمہ اور کنڈنسر پر مشتمل سرکٹ

ترغیبیہ، مزاحمہ اور کنڈنسر پر مشتمل سلسلہ وار سرکٹ شکل 70 میں دکھایا گیا ہے اور اس



شکل 70۔ سلسلہ وار L-C-R سرکٹ

کنجی کو دبانے پر کنڈنسر چارج ہوتا ہے اور اسے چھوڑ دینے پر ترغیبیہ اور مزاحمہ کے ذریعے ڈسچارج ہوتا ہے۔

(A) کنڈنسر کا چارج ہونا:

مورس کنجی K کو نیچے دبانے سے کنڈنسر کا تعلق بیٹری سے ہو جاتا ہے اس حالت میں ای۔ایم۔ایف کا مندرجہ ذیل مساوات ملے گا۔

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = E \quad \text{-----} 142$$

اوپر کے مساوات میں $I = \frac{dQ}{dt}$ اور $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$ رکھنے پر

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E \quad \text{-----} 143$$

یا

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = \frac{E}{L}$$

یا

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2b\frac{dQ}{dt} + k^2Q = \frac{E}{L}$$

جہاں

$$\left.\begin{aligned} 2b &= \frac{R}{L} \quad \text{-----}(a) \\ k^2 &= \frac{1}{LC} \quad \text{-----}(b) \end{aligned}\right\} \text{----} 144$$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} + 2b\frac{dQ}{dt} + k^2\left(Q - \frac{E}{k^2L}\right) = 0 \quad \text{----} 145$$

اگر ہم

$$x = Q - \frac{E}{k^2L} \quad \text{———} 146$$

رکھیں تو

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dQ}{dt}$$

اور

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2Q}{dt^2}$$

اس لیے مساوات 145 مندرجہ ذیل طریقہ پر لکھا جا سکتا ہے۔

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b\frac{dx}{dt} + k^2x = 0 \text{ -----} 147$$

مان لیا کہ $x = e^{\alpha t}$ جانچ کے طور پر مساوات 146 کا حل ہے۔

$$\therefore \quad \frac{dx}{dt} = \alpha e^{\alpha t}$$

اور $\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha^2 e^{\alpha t}$

$$\therefore \quad \alpha^2 e^{\alpha t} + 2b\alpha e^{\alpha t} + k^2 e^{\alpha t} = 0$$

یا $\alpha^2 + 2b\alpha + k^2 = 0$

$$\therefore \quad \alpha = -b \pm \sqrt{b^2 - k^2}$$

اس طرح مساوات 146 کے دو حل ہیں اور عمومی حل یہ ہے

$$x = Ae^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-K^2})t}$$

جہاں A اور B دو اختیاری مستقلے ہیں جن کی قدر حدی شرائط سے نکالی جاتی ہے۔

مساوات 146 سے

$$Q = x + \frac{E}{k^2L} = \frac{E}{k^2L} + Ae^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-k^2})t}$$

چونکہ $k = \frac{1}{LC}$، اس لیے

$$\therefore \; Q = EC + Ae^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-K^2})t}$$

وقت گذرنے کے ساتھ کنڈنسر پر بیش ترین چارج

$$Q_0 = EC.$$

$$\therefore \; Q = Q_0 + Ae^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-K^2})t} \text{ —— } 148$$

اب چونکہ $t = 0$ پر $Q = 0$

$$\therefore \quad 0 = Q_0 + A + B$$

یا $\quad A + B = -Q_0$

مساوات 148 کا تفرق کرنے پر

$$I = \frac{dQ}{dt} = A(-b+\sqrt{b^2-K^2})\,e^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t} + B(-b-\sqrt{b^2-K^2})\,e^{(-b-\sqrt{b^2-K^2})t}$$

پھر چونکہ $t = 0$ پر $I = 0$

$$\therefore \quad A(-b+\sqrt{b^2-K^2}) + B(-b-\sqrt{b^2-K^2}) = 0$$

یا $\quad -b(A+B) + \sqrt{b^2-K^2}\,(A-B) = 0$

یا $\quad bQ_0 + \sqrt{b^2-K^2}\,(A-B) = 0$

$$\therefore \quad A - B = -\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\,Q_0$$

اور $\quad A + B = -Q_0$

$$\therefore \quad A = -\frac{Q_0}{2}\left(1+\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\right)$$

اور $\quad B = -\frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\right)$

$$\therefore \quad Q = Q_0 - \tfrac{1}{2}Q_0\left(1+\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\right)e^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t}$$

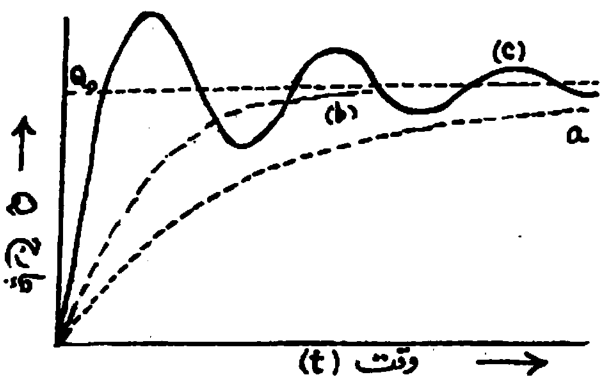
$$- \tfrac{1}{2}Q_0\left(1-\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\right)e^{(-b-\sqrt{b^2-K^2})t}$$ — مساوات 149

آئیے اب ہم مندرجہ ذیل حالات پر غور کریں۔

حالت I ۔ جب $b^2 > k^2$

یعنی $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$

ایسی حالت میں مساوات 149 کو Q کے لئے اور آسان نہیں بنایا جاسکتا۔
چارج مستقل بڑھتا جاتا ہے یہاں تک کہ وہ Q_0 کی قدر تک پہنچ جاتا ہے۔ [شکل 71 (a)]



شکل 71 - LCR سرکٹ میں چارج کرنے کے دوران وقت کیساتھ چارج میں تغیر

حالت II - جب $b^2 = k^2$

یہ ایک فاصل حالت ہے جبکہ چارج نہ تو اہتزازی ہوتا ہے اور نہ غیر اہتزازی ——
[شکل 71 b]

حالت III - جب $b^2 < k^2$

تو $b^2 - k^2$ منفی ہوگا اور $\sqrt{b^2 - k^2}$ خیالی ہوگا۔ اب

$$\sqrt{b^2 - k^2} = \sqrt{-1}\,\sqrt{k^2 - b^2} = j\sqrt{k^2 - b^2}$$

جہاں $j = \sqrt{-1}$ اس لئے

$$Q = Q_0 - \tfrac{1}{2}Q_0\left(1 + j\frac{b}{\sqrt{k^2-b^2}}\right)e^{(-b + j\sqrt{k^2-b^2})t}$$
$$- \tfrac{1}{2}Q_0\left(1 - j\frac{b}{\sqrt{k^2-b^2}}\right)e^{(-b - j\sqrt{k^2-b^2})t}$$

$$= Q_0\left\{1-e^{-bt}\left(\frac{e^{j\sqrt{K^2-b^2}\,t}+e^{-j\sqrt{K^2-b^2}\,t}}{2}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{b}{\sqrt{K^2-b^2}}\left(\frac{e^{j\sqrt{K^2-b^2}\,t}+e^{-j\sqrt{K^2-b^2}\,t}}{2j}\right)\right\}$$

$$= Q_0\left[1-\frac{Ke^{-bt}}{\sqrt{K^2-b^2}}\left\{\frac{\sqrt{K^2-b^2}}{K}\cos\sqrt{K^2-b^2}\,t+\frac{b}{K}\sin\sqrt{K^2-b^2}\,t\right\}\right]$$

$$= Q_0\left[1-\frac{K}{\sqrt{K^2-b^2}}\,e^{-bt}\cos.\left(\sqrt{K^2-b^2}\,t-\theta\right)\right] \quad \text{——} 150$$

جہاں $\tan\theta = \frac{b}{\sqrt{K^2-b^2}}$

مساوات 150 ایک قصری اہتزازی چارج کو ظاہر کرتا ہے جس میں چارج قائم حالت سے آنے سے پہلے تبادل طور پر Q_0 سے کم اور زیادہ ہوتا رہتا ہے۔ [شکل (C) 71] اس میں ارتعاش کی وسعت $\frac{K}{\sqrt{K^2-b^2}}\,e^{-bt} = \frac{K}{\sqrt{K^2-b^2}}\,e^{-\frac{R}{2L}t}$ ہے۔ کم مزاحمت والے سرکٹ میں وسعت دھیرے دھیرے کم ہوتی جائے گی اور جب $R=0$ تو وسعت مستقل ہو جاتی ہے اور اہتزاز سادہ ہارمونی ہو جاتا ہے۔ یہ بات دیکھی جاسکتی ہے کہ بیش ترین چارج قائم چارج Q_0 سے بہت بڑا ہے اور یہ کنڈنسر کی پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق اتنا بڑھا سکتا ہے کہ جز ٹوٹ سکتا ہے۔ اسے روکنے کے لئے سرکٹ میں ایک مزاحمہ شروع میں لگادیتے ہیں جسے بعد میں نکال لیا جاتا ہے لیکن اس سے اہتزاز میں قصر پیدا ہو جائے گا۔

کرنٹ :-

سرکٹ میں کسی بھی لمحہ کرنٹ، چارج کی عبارت کو تفرق کر کے معلوم کرسکتے ہیں۔

$$I = \frac{dQ}{dt} = Q_0 K e^{-bt}\sin\left(\sqrt{K^2-b^2}\,t-\theta\right)$$

$$+ Q_0\frac{Kb}{\sqrt{K^2-b^2}}\,e^{-bt}\cos\left(\sqrt{K^2-b^2}\,t-\theta\right)$$

$$= \frac{Q_0 k^2 e^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}} \left[\frac{\sqrt{k^2-b^2}}{k} \sin\left(\sqrt{k^2-b^2}\, t - \theta\right) + \frac{b}{k} \cos\left(\sqrt{k^2-b^2}\, t - \theta\right) \right]$$

$$= \frac{Q_0 k^2 e^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}} \sin\left(\sqrt{k^2-b^2}\, t\right) \Big] \text{ ——— } 151$$

جہاں $\tan\theta = \frac{b}{\sqrt{k^2-b^2}}$

اہتزاز کا دَور

چونکہ چارج اور کرنٹ کی عبارت میں سائن اور کوسائن فنکشن ہیں جن کی قدر 2π ہیئت تبدیلی کے بعد پھر وہی ہو جاتی ہے ۔ اس لئے دور

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2-b^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \text{ ------ } 152$$

جب R صفر کے برابر ہوتا ہے تو

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \text{ --------- } 153$$

اور تواتر

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ --------- } 154$$

(8) ڈسچارج کرنا

[شکل 7a] میں بیٹری کا کنکشن توڑ دینے کے بعد ای۔ایم۔ایف مساوات کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$L\frac{dI}{dt} + RI + Q/C = 0 \text{ ——— } 155$$

$$\text{or } L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + Q/C = 0$$

یا $$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = 0$$

یا $$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2b\frac{dQ}{dt} + K^2Q = 0 \text{ ——— } 156$$

جہاں $2b = \frac{R}{L}$ اور $K^2 = \frac{1}{LC}$

مساوات 156 کا بھی عمومی حل جیسا کہ کنڈنسر کو چارج کرنے کے سلسلہ میں پڑھ چکے ہیں مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$Q = Ae^{(-b+\sqrt{b^2-K^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-K^2})t}$$

یہاں $t=0$ پر $Q=Q_0$ اس لئے

$$Q_0 = A + B \text{ ——— } 157$$

اور $t=0$ پر کرنٹ $I = \frac{dQ}{dt} = 0$ اس لئے

$$0 = A(-b+\sqrt{b^2-K^2}) + B(-b-\sqrt{b^2-K^2})$$

$$= -b(A+B) + (A-B)\sqrt{b^2-K^2}$$

$$= -bQ_0 + (A-B)\sqrt{b^2-K^2}$$

$$\therefore \quad A-B = \frac{Q_0}{\sqrt{b^2-K^2}} \text{ ——— } 158$$

مساوات 157 اور 158 کو حل کرنے پر

$$A = \frac{1}{2}Q_0\left(1+\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\right)$$

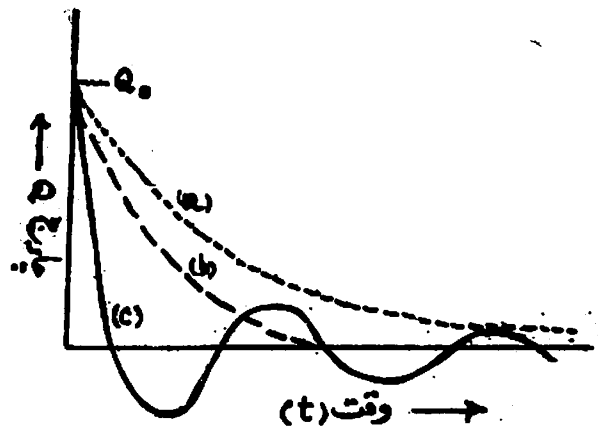
اور

$$B = \frac{1}{2}Q_0\left(1-\frac{b}{\sqrt{b^2-K^2}}\right)$$

$$\therefore Q = \frac{1}{2} Q_0 \left[\left(1 + \frac{b}{\sqrt{b^2 - K^2}}\right) e^{(-b + \sqrt{b^2 - K^2})t} + \left(1 - \frac{b}{\sqrt{b^2 - K^2}}\right) e^{(-b - \sqrt{b^2 - K^2})t} \right] \quad \text{— 159 مساوات}$$

ڈسچارج کے سلسلہ میں بھی مندرجہ ذیل تین حالتوں پر غور کریں گے۔

حالت I ۔ جب $b^2 > K^2$، مساوات 159 کو Q کے لئے اور زیادہ آسان نہیں بنایا جاسکتا اور چارج کم ہوتا جائے گا جب تک کہ بالآخر یہ صفر نہ ہو جائے۔ [شکل 72 (a)]



شکل 72 ڈسچارج کے دوران وقت کیساتھ چارج کا تغیر

حالت II ۔ جب $b^2 = K^2$، یہ ایک فاصل حالت ہے جس میں ڈسچارج نہ تو اہتزازی ہوتا ہے اور نہ غیر اہتزازی۔ [شکل 72 (b)]

حالت III ۔ جب $b^2 < K^2$ تو $b^2 - K^2$ منفی ہوگا اور $\sqrt{b^2 - K^2}$ خیالی ہوگا۔

$$\sqrt{b^2 - K^2} = \sqrt{-1}\,\sqrt{K^2 - b^2} = j\sqrt{K^2 - b^2}$$

جس میں $j = \sqrt{-1}$، اس لئے

$$Q = Q_0 \left\{ \tfrac{1}{2}\left(1 + j\frac{b}{\sqrt{K^2 - b^2}}\right) e^{(-b + j\sqrt{K^2 - b^2})t} + \tfrac{1}{2}\left(1 - j\frac{b}{\sqrt{K^2 - b^2}}\right) e^{(-b - j\sqrt{K^2 - b^2})t} \right\}$$

$$= Q_o e^{-bt}\left[\left(\frac{e^{j\sqrt{K^2-b^2}\,t}+e^{-j\sqrt{K^2-b^2}\,t}}{2}\right)+\frac{b}{\sqrt{K^2-b^2}}\left(\frac{e^{j\sqrt{K^2-b^2}\,t}-e^{-j\sqrt{K^2-b^2}\,t}}{2j}\right)\right]$$

$$= Q_o e^{-bt}\left[\cos\sqrt{K^2-b^2}\,t+\frac{b}{\sqrt{K^2-b^2}}\sin\sqrt{K^2-b^2}\,t\right]$$

$$= \frac{Q_o K e^{-bt}}{\sqrt{K^2-b^2}}\left[\frac{\sqrt{K^2-b^2}}{K}\cos\sqrt{K^2-b^2}\,t+\frac{b}{K}\sin\sqrt{K^2-b^2}\,t\right]$$

$\frac{b}{K}=\cos\theta$ اور $\frac{\sqrt{K^2-b^2}}{K}=\sin\theta$ رکھنے پر

$$Q=\frac{Q_o K e^{-bt}}{\sqrt{K^2-b^2}}\cos\left(\sqrt{K^2-b^2}\,t-\theta\right) \qquad 160$$

جہاں $\tan\theta=\frac{b}{\sqrt{K^2-b^2}}$ $\qquad$ $\tan\theta=\frac{b}{\sqrt{K^2-b^2}}$

یہ مساوات تقصری اہتزازی ڈسچارج کا مساوات ہے اور شکل 72 (C) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ ڈسچارج سادہ ہارمونی قسم کا ہے جس کی وسعت گھٹتی جاتی ہے اور کچھ وقت کے بعد مستقل ہو جاتی ہے۔ اس سرکٹ کا اہتزازی دور بھی مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{K^2-b^2}}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}$$

جب $R=0$ $\qquad$ $T=2\pi\sqrt{LC}$

اور سرکٹ کا اہتزازی تواتر

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$$

جب $R=0$ تو تواتر

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

اس ساری بحث سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ :-

(i) جب $R^2 > \frac{4L}{C}$ تو ڈسچارج غیر اہتزازی ہوتا ہے۔

(ii) جب $R^2 = \frac{4L}{C}$ تو ڈسچارج فصلی طور پر تقصیر شدہ ہوتا ہے۔

(iii) جب $R^2 < \frac{4L}{C}$ تو ڈسچارج اہتزازی ہوتا ہے اور اہتزازہ کا تواتر

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

ہوتا ہے۔

مثال :- ایک سرکٹ میں R، L اور C سلسلہ وار جڑے ہیں ان کی قدریں مندرجہ ذیل ہیں۔

$C = 0.1\,\mu F,\ L = 10$ millihenry, $R = 200\,\Omega$

کیا یہ سرکٹ اہتزازی ہے ؟ اہتزاز کا تواتر معلوم کیجئے۔

حل :-

اس سوال میں

$$C = 0.1\,\mu F$$
$$= 0.1\times10^{-6}\ \text{Farad}$$
$$L = 10\times10^{-3}\ \text{Henry}$$
$$R = 200\ \text{ohms}$$
$$\therefore\quad R^2 = (200)^2 = 4\times10^4$$

اور $\frac{4L}{C} = \frac{4\times10\times10^{-3}}{.1\times10^{-6}} = 4\times10^5$

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ $R^2 < \frac{4L}{C}$

اس لئے یہ سرکٹ اہتزازی ہے۔ اہتزازی تواتر مندرجہ ذیل فارمولے سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{10\times10^{-3}\times.1\times10^{-6}} - \frac{40000}{4\times(10\times10^{-3})^2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{10^9 - 10^8} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{9\times10^8} = \frac{3}{2\pi}\times10^4 = 4772.7\ \text{Cycles/Sec.}$$

*

حصّہ دوم

متبادل کرنٹ

باب ٦

متبادل وولٹیج اور کرنٹ : بنیادی تصورات

6.1 ۔ تمہید ۔

متبادل کرنٹ وہ کرنٹ ہے جس کی قدر اور سمت دونوں ہی وقت کے ساتھ بدلتی ہیں ۔ کسی سرکٹ میں متبادل کرنٹ بہنے کے لئے اس کے سروں کے درمیان متبادل وولٹیج عائد کرنا ضروری ہے ۔ متبادل وولٹیج اس وولٹیج کو کہتے ہیں جس کی وسعت اور قطبیت وقت کے ساتھ بدلتی رہتی ہے ۔

متبادل وولٹیج و کرنٹ کا بہت بڑے پیمانہ پر استعمال برقی طاقت کی تقسیم کے لئے کیا جاتا ہے ۔ سبھی الکٹرانی ترسیلی نظام، الکٹرانی کمپیوٹر اور الکٹرانی آلاتیاتی نظام کے لئے متبادل و راست کرنٹ اور وولٹیج کی ضرورت ہوتی ہے ۔ ہم جانتے ہیں کہ بیٹری مستقل ای ۔ ایم ۔ ایف کے ماخذ ہیں ۔ فلیش لائٹ اور سفری ریڈیو کے لئے بہت موزوں ہیں مگر مکانوں اور صنعت کے لئے زیادہ توانائی کی ضرورتوں کے پیش نظر بیٹری کا استعمال نفع بخش نہیں ہے ۔

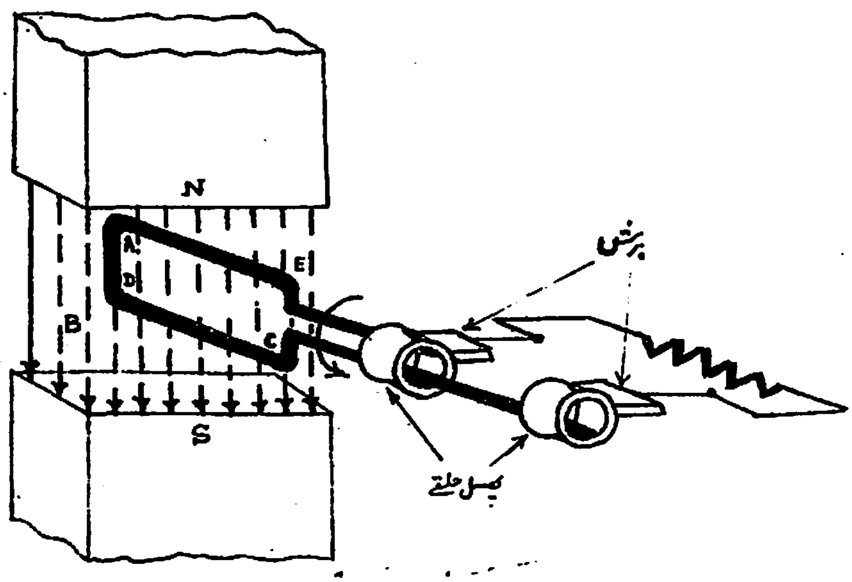
باب 5 میں ہم نے ای ۔ ایم ۔ ایف پیدا کرنے کے ایک دوسرے طریقہ کا مطالعہ کیا ہے جو فیراڈے کے برق مقناطیسی ترغیب قوانین پر مبنی ہے ۔ اس طریقہ سے ای ۔ ایم ۔ ایف پیدا کرنے کے لئے کسی بھی برقی چالک کی حرکت مقناطیسی میدان میں اس طرح ہونی چاہیئے کہ وہ مقناطیسی قوت خطوط کو قطع کرے ۔

متبادل وولٹیج و کرنٹ کو پیدا کرنے کے لئے الکٹرانی اختراعات کا بھی استعمال کیا جاتا ہے ۔ اس مقصد کے لئے اس سرکٹ کو جسے اہتزاز کار کہتے ہیں، استعمال کرتے ہیں ۔

اہتزاز کار ایک الکٹرانی سرکٹ ہے جو راست کرنٹ کو متبادل کرنٹ میں تبدیل کرتا ہے اہتزاز کار سے حاصل ہوئی اصل طاقت سرکٹ کے عناصر کے سائز، اہتزاز کار کی استعداد اور راست کرنٹ درآمد طاقت کی قدر پر منحصر ہوتی ہے۔ عملی طور پر اہتزاز کار کا برآمد کچھ ملی واٹ سے لے کر لاکھوں واٹ تک ہو سکتا ہے۔

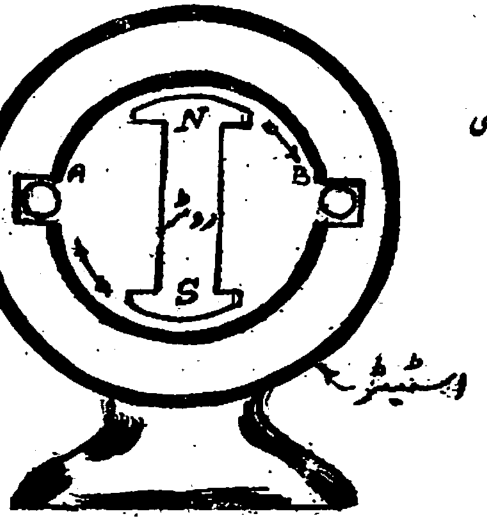
6.2۔ سادہ متبادل وولٹیج جنریٹر:

کسی کوائل کو مقناطیسی میدان میں گردش کراکر [شکل 73a] ______



[شکل 73a] ساکن میدان میں کوائل کی گردش۔

یا مقناطیسی میدان کو کسی ساکن کوائل کے اندر گردش کراکر [شکل 73b] متبادل وولٹیج کو پیدا کیا جا سکتا ہے۔



[شکل 73b]
ساکن کوائل کے اندر مقناطیسی میدان کی گردش۔

شکل (73a) میں مستطیل نما کوائل ABCD اپنے افقی سمتری محور کے چاروں طرف ایک B فلکس کثافت والے یکساں مقناطیسی میدان میں گھمائی جارہی ہے۔ مان لیا کہ قوت خطوط کی سمت عمودی ہے پھسل حلقوں اور برش کے جوڑوں کی مدد سے کوائل کے ساتھ برقی کنکشن قائم رکھا جاتا ہے۔ کوائل سے گزرتے والے فلکس میں تبدیلی کی وجہ سے ترغیبی ای۔ ایم۔ ایف پیدا ہوتا ہے۔ پیدا ہوئے وولٹیج کی قدر کوائل میں پھیروں کی تعداد، میدان کی شدت اور کوائل یا مقناطیسی میدان کی حرکت کی رفتار پر منحصر ہوتی ہے۔

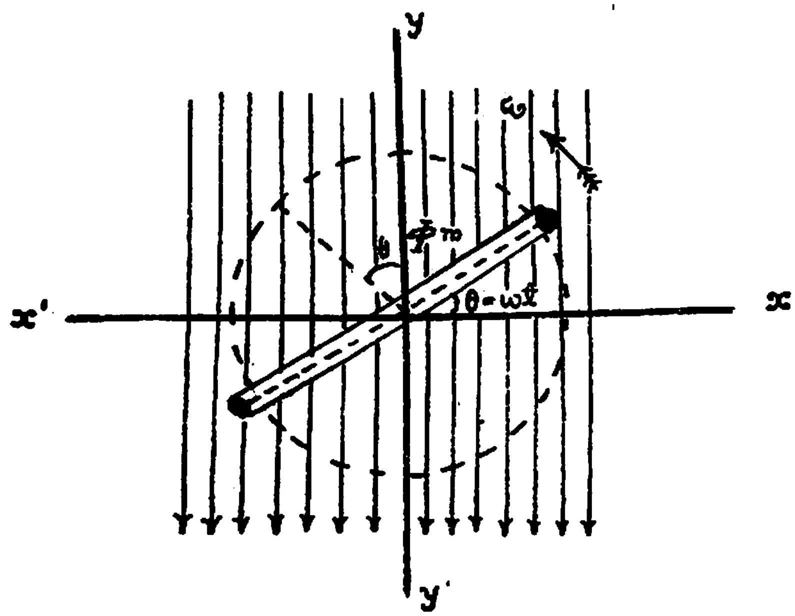
6.3۔ متبادل وولٹیج اور کرنٹ کے مساوات :

اگر کوائل میں پھیروں کی تعداد N اور اس کی زاویائی رفتار ω ریڈین فی سکنڈ ہے اور وقت کو اس لمحہ سے ناپیں جب کوائل کا مستوا X- محور سے منطبق ہو تو ایسی حالت میں کوائل سے بیش ترین فلکس Φ_m وابستہ ہوگا۔ t سکنڈ میں کوائل θ زاویہ سے گھوم جاتی ہے۔ (شکل 74) منفرج حالت میں کوائل کے مستوا کے عمودی فلکس کا جز

$$\phi = \Phi_m \cos \omega t$$

N پھیروں سے وابستہ کل فلکس

$$N\phi = N\phi_m \cos \omega t$$



<u>شکل 74۔ N پھیروں والی مستطیلی کوائل کی مقناطیسی میدان میں گردش</u>

فیراڈے کے برق مقناطیسی قوانین کے مطابق کوائل میں ترغیبی ای۔ایم۔ایف
اس میں فلکس کی تبدیلی کی شرح کے برابر ہوتا ہے۔ اس لئے جس لمحہ $\theta = \omega t$ ترغیبی ای۔
ایم۔ایف کی ساعتی قدر

$$e = -\frac{d}{dt}(N\phi)$$

$$= -N \cdot \frac{d}{dt}(\phi_m \cos \omega t)$$

$$= N\omega \Phi_m \sin \omega t$$

$$= N\omega \Phi_m \sin \theta \quad \text{-------} 164$$

جب $\theta = 90^\circ$ ، $\sin\theta = 1$ اس لئے ایسی حالت میں e کی قدر بیشترین (زیادہ) (E_m) ہوگی۔ اس لئے

$$E_m = N\omega \Phi_m$$

$$= N\omega B_m A$$

$$= 2\pi f \, N B_m A \quad \text{-----165}$$

جہاں

B_m = بیشترین فلکس کثافت (ویبر/میٹر² میں)

A = کوائل کا رقبہ (میٹر²) میں

f = کوائل کے گردش کا تواتر (گردش فی سکنڈ میں)

E_m کی قدر مساوات (164) میں رکھنے پر

$$e = E_m \sin\theta = E_m \sin\omega t \quad \text{----166}$$

اسی طرح اگر کوائل کو ایک مزاحمتی لوڈ سے جوڑ دیں تو اس میں ترغیبی متبادل کرنٹ کا مساوات مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$i = \frac{E_m}{R}\sin\omega t = I_m \sin\omega t \quad \text{----167}$$

چونکہ $2\pi f = \omega$ ، اس لئے وولٹیج اور کرنٹ کے مندرجہ بالا مساوات کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے

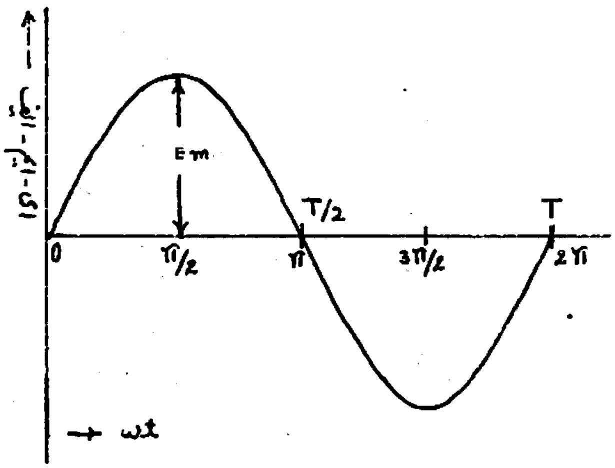
$$e = E_m \sin 2\pi f t = E_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right)t$$

$$i = I_m \sin 2\pi f t = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right)t$$

جس میں T متبادل وولٹیج یا کرنٹ کا "دور" ہے اور $T = \frac{1}{f}$

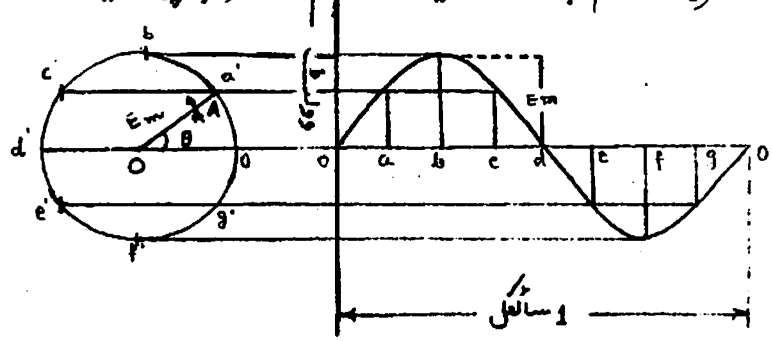
مساوات (166) اور (167) سے ظاہر ہے کہ متبادل وولٹیج اور کرنٹ زاویہ ωt

کے سائن نرکے ہوتے ہیں۔ وقت کے مقابلہ میں ای۔ایم ایف کا گراف کھینچنے پر شکل 75 جیسا خم حاصل ہوتا ہے۔ اس خم کو سائن خم کہتے ہیں اور جس



شکل 75 ۔ ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف کا گراف۔

ای۔ایم۔ایف میں تغیر اس خم کے مطابق ہوتا ہے اسے سائن خم نما ای۔ایم۔ایف کہتے ہیں۔ اس طرح کے سائن خم کو بآسانی شکل 76 میں دکھائے گئے طریقہ پر کھینچ سکتے ہیں۔ اس



شکل 76 ۔ سائن خم کو کھینچنے کا طریقہ

میں [illegible] کا ایک ویکٹر OA کھینچتے ہیں۔ یہ ویکٹر ساعت وار سمت میں ω ریڈین

فی سکنڈ کی رفتار سے گردش کر رہا ہے۔ ایک گردش پورا ہونے پر پیدا ہوئے دو لہچ کے دو لوپ یا ایک سائکل پورے ہو جاتے ہیں۔ t محور پر اس ویکٹر کا ظل ترغیب شدہ ای۔ایم ایف کی ساعتی قدر (یعنی $E_m \sin \omega t$) ہوتی ہے۔

خم کو کھینچنے کے لئے X محور پر oa، ab، bc وغیرہ مساوی زاویائی دوریاں گردشی ویکٹر کے موزوں زاویائی نقل کے مطابق کھینچتے ہیں۔ a، b، c.... وغیرہ نقطوں پر آرڈینیٹ کھینچ کر مساوی زاویائی نقل کے مقامات a'، b'، c' وغیرہ سے ویکٹر E_m کے آزاد سرے کا ظل متطابق آرڈینیٹ پر ڈالتے ہیں۔ پھر ان متقاطع نقطوں سے ہوتا ہوا خم کھینچتے ہیں جو مساوات 166 کی نمائندگی کرتا ہے (شکل 76)۔ اس کی شکل سائن لہر کی طرح ہے۔

مکمل ایک گردش یا ایک سائکل میں لگے ہوئے وقت کو "دور" (T) کہتے ہیں اور ایک سکنڈ میں سائکل کی تعداد کو تواتر (f) کہتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ

$$f = \frac{1}{T}$$

ایک سائکل میں ای۔ایم۔ایف یا کرنٹ کی بیش ترین قدر کو "وسعت" یا "فراز قدر" کہتے ہیں۔ مساوات 165 کے مطابق ای۔ایم۔ایف و کرنٹ کی بیش ترین (فراز) قدریں مندرجہ ذیل ہیں۔

$$E_m = \omega N B A$$

اور $$I_m = \omega NBA/R$$

زاویائی رفتار ω اور دور T کا حاصل ضرب $360°$ یا 2π ریڈین کے برابر ہوتا ہے۔ چنانچہ

$$\omega T = 2\pi$$

یا $$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{———— 168}$$

یا $$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{———— 169}$$

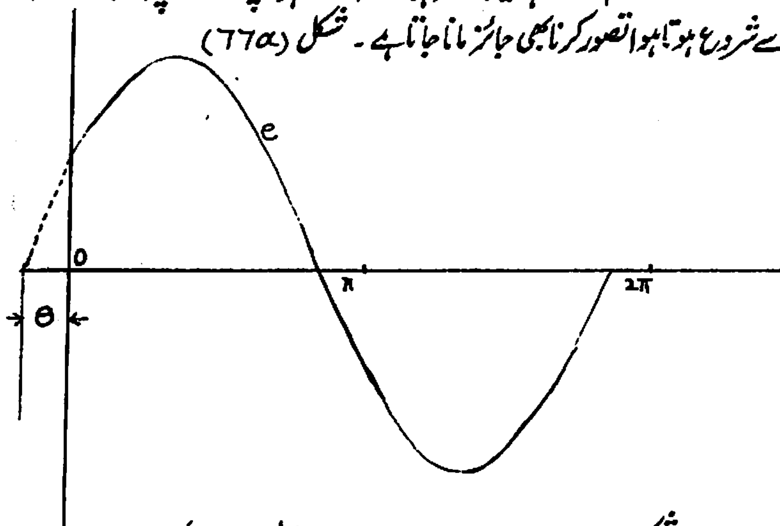
تواتر کو سائکل فی سکنڈ (c/sec) یا ہرٹز (Hertz) میں ناپتے ہیں۔

$$1\ C/s = 1\ HZ.$$

جدید اصطلاح میں گردشی ویکٹر OA کو فیزر کہتے ہیں اور محور X X´ کو حوالی محور کہتے ہیں۔

6.4۔ ہیئت اور ہیئت فرق :

سائن لہر کے مساوات (166، 167) میں وقت غیر منحصر متغیرہ ہوتا ہے۔ سائن لہر کو چاہے گراف کے ذریعہ ظاہر کریں یا فیزر کے ذریعہ، زاویائی ترقیم کو وقت کی جگہ استعمال کیا جانے لگا ہے۔ سائن لہر کے مساوات سے ظاہر ہے کہ سبھی سائن نمائی وسعت اس وقت صفر ہوتی ہے جب اس وقت کا مرادف زاویہ صفر ہوتا ہے۔ سائن لہر کا نقطہ آغاز 0° سے ماننے کا عام رواج ہے لیکن ساتھ ہی ساتھ سائن لہر کو اپنی سائکل پر کسی بھی نقطہ سے شروع ہوتا ہوا تصور کرنا بھی جائز مانا جاتا ہے۔ شکل (77a)



شکل (77a)۔ صفر سے نہ شروع ہونیوالی وولٹیج کی ایک سائن لہر

میں ایک ایسی سائن لہر کو دکھایا گیا ہے جو اپنی سائکل کے شروع ہونے پر صفر نہیں ہے۔

جب سائن لہر صفر کے علاوہ کسی دوسری قدر پر شروع ہو رہی ہو تو یہ بات لہر کے مساوات سے بھی ظاہر ہونی چاہیئے۔ لہر کا اپنی سائکل کے جس نقطہ سے آغاز تصور کرتے

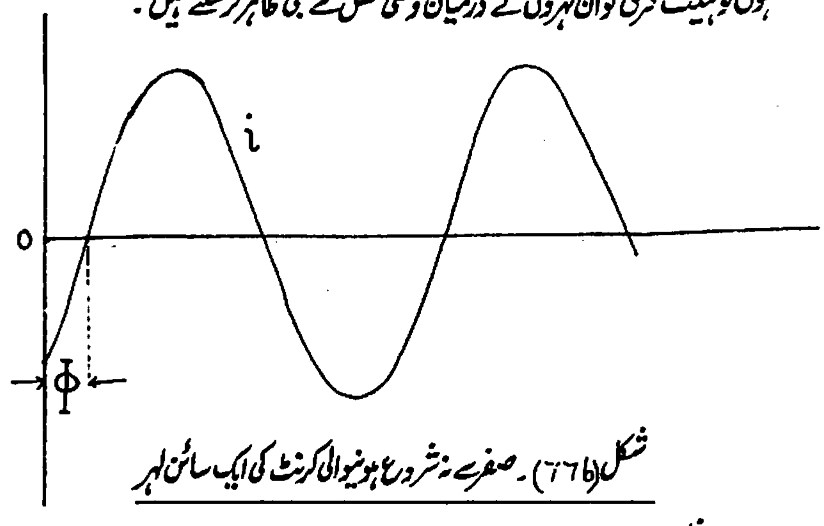
ہیں اس کا 0° سے زاویائی نقل ہیت زاویہ کہلاتا ہے ۔ مثال کے طور پر شکل (77a) میں θ ہیت زاویہ ہے چنانچہ اس لہر کے مساوات کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں ۔

$$e = E_m \sin(\omega t + \theta^\circ)$$

اسی طرح شکل (77b) ایک کرنٹ کی سائن لہر کو بتاتی ہے اس کا مساوات مندرجہ ذیل ہوگا

$$i = I_m \sin(\omega t - \phi^\circ)$$

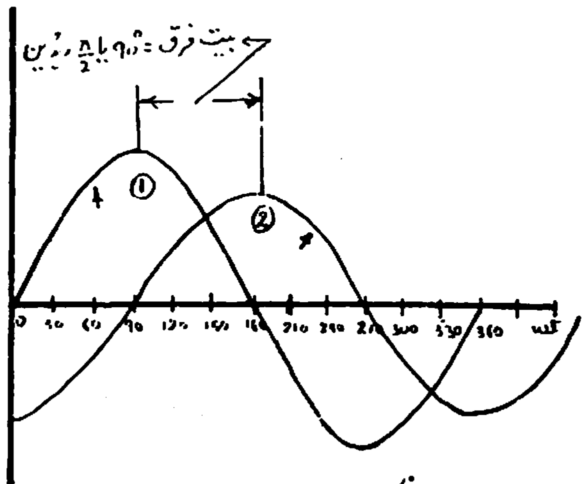
اگر کسی سرکٹ میں ترغیبیہ یا کپیسیٹر یا دونوں موجود ہوں تو کرنٹ اور وولٹیج کے ہیت زاویہ مختلف ہو سکتے ہیں ۔ یعنی سرکٹ میں کرنٹ اپنی بیشتر ترین یا کمتر ین قدر پر وولٹیج کے مقابلہ میں دوسرے اوقات پر پہنچ سکتی ہے ۔ ان متبادل مقداروں کے درمیان وقت کا یہ فرق ہیئت فرق کہلاتا ہے اسے ڈگری میں ظاہر کرتے ہیں ۔ اگر کسی سرکٹ میں مختلف تواتر کی لہریں موجود ہوں تو ہیت فرق کو ان لہروں کے درمیان وقتی نقل سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں ۔



شکل (77b) ۔ صفر سے نہ شروع ہونیوالی کرنٹ کی ایک سائن لہر

شکل (77c) میں دو متبادل وولٹیج کو بالترتیب خم (1) اور خم (2) سے دکھایا گیا ہے ۔ شکل سے ظاہر ہے ان دونوں خموں کی پاس کی مثبت یا منفی فراز قدریں ایک ہی وقت پر واقع نہیں ہو رہی ہیں ۔ ان کے درمیان کا وقفہ ہیت فرق ہے ۔ جس متبادل مقدار کا فراز پہلے واقع ہوتا ہے اسے دوسرے کے مقابلہ میں پیش قدم ملتے ہیں ۔ پیش قدم

کا برعکس پسس قدم ہے ۔ شکل (77C) میں خم (1) $\frac{T}{4}$ وقت سے خم (2) سے پیش قدم



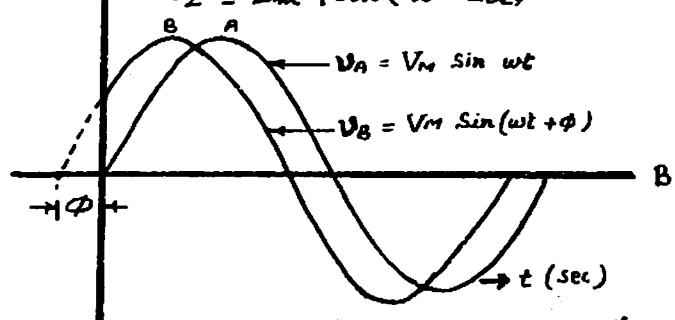
شکل (77C) ۔ ہیت فرق

ہے ۔ لہذا خم (1) اور (2) کے درمیان ہیت فرق $\frac{T}{4}$ سکنڈ ہے جسے زاویہ کی شکل میں $\frac{\pi}{2}$ ریڈین (یا 90°) سے ظاہر کرتے ہیں ۔

خم (1) اور (2) کے ای ۔ ایم ۔ الف مساوات مندرجہ ذیل ہوں گے ۔

$$e_1 = E_m \sin \omega t$$

$$e_2 = E_m' \sin (\omega t - \alpha)$$



شکل (77d) ۔ خم B خم A سے ϕ زاویہ سے پیش قدم ہے ۔

یہاں $\frac{\pi}{2}$ = ϕ شکل (77d) میں خم B خم A سے ϕ زاویہ سے پیش قدم ہے

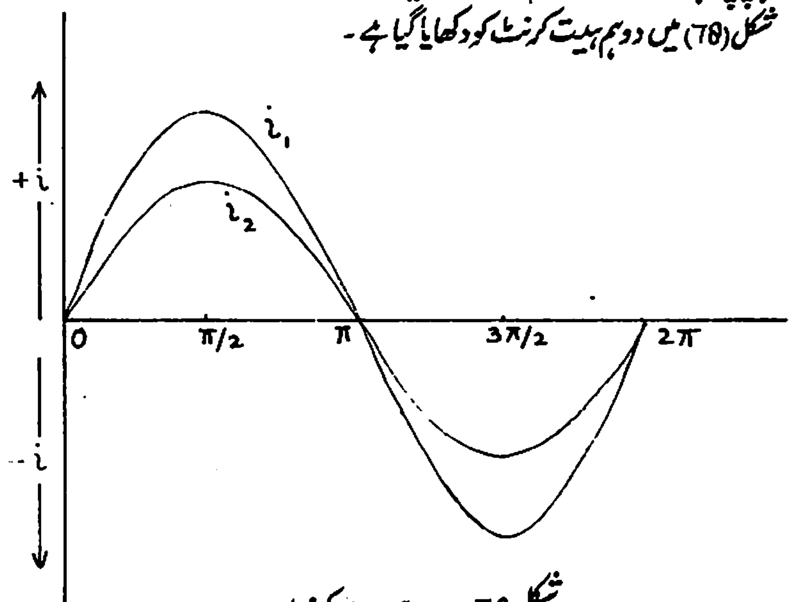
اس لئے ان کے مساوات کو مندرجہ ذیل طور پر لکھ سکتے ہیں۔

$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin (\omega t + \phi)$$

پیش قدمی کے لئے ہیت فرق کو مثبت (+) علامت سے اور پس قدمی کے لئے منفی (-) علامت سے ظاہر کرتے ہیں۔

اگر کسی سرکٹ میں ایک ہی تواتر کی دو متبادل مقداریں ایک ہی لمحہ پر اپنی فراز قدروں پر پہنچتی ہوں تو یہ مقداریں ہم ہیت کہلاتی ہیں۔ ان کے درمیان ہیت فرق صفر ہوتا ہے۔ شکل (78) میں دو ہم ہیت کرنٹ کو دکھایا گیا ہے۔

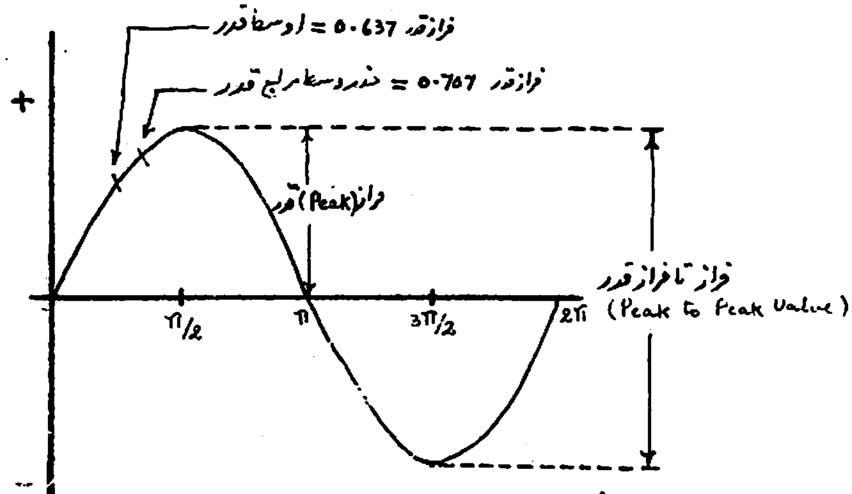


شکل 78 - دو ہم ہیت کرنٹ

6.5- وولٹیج و کرنٹ سائن لہروں کی مختلف قدریں:

چونکہ ایک سائکل میں متبادل کرنٹ یا وولٹیج کی سائن لہر کی بہت سی ساعتی قدریں ہوتی ہیں اس لئے ایک لہر کا دوسری لہر سے مقابلہ کرنے کے لئے چند مخصوص قدروں کی تعریف

[illegible] (٦٩) [illegible] دکھائی گئی فراز، اوسط اور جذر وسط مربع قدروں کی تعریف



شکل (٦٩) - متبادل مقداروں کی مختلف قدریں

مندرجہ ذیل طریقہ پر کرتے ہیں۔

فراز قدر :

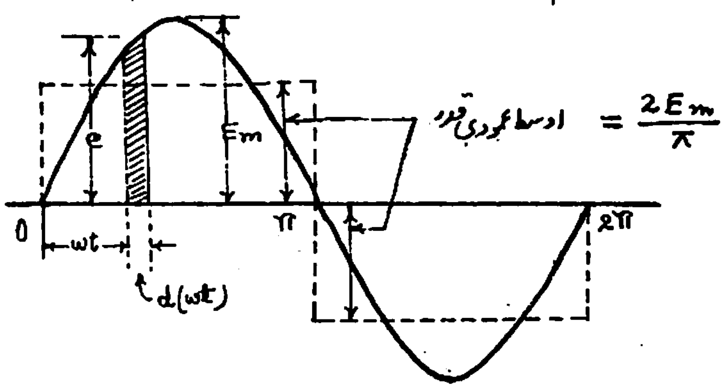
ایک سائکل میں وولٹیج یا کرنٹ کی بیشتر ترین قدر کو فراز قدر کہتے ہیں۔ اسے عموماً E_m یا I_m حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ فراز قدر سے مراد مثبت یا منفی کوئی بھی فراز ہو سکتی ہے کیونکہ دونوں ہی فراز متشاکل ہوتے ہیں حالانکہ ایک سائکل میں یہ دونوں ایک ہی وقت میں واقع نہیں ہوتے۔

اوسط قدر :

کسی بھی سائن لہر میں ایک تبادل یعنی نصف سائکل کے لئے سبھی قدروں کے حسابی اوسط کو اوسط قدر کہتے ہیں۔ نصف سائکل کے استعمال کی وجہ صرف یہ ہے کہ پوری سائکل کے لئے اوسط قدر صفر کے برابر ہوتی ہے۔ اس لئے مقابلہ کے نقطہ نظر سے پورے

سائکل کی کوئی اہمیت نہیں ہے۔

ریاضیاتی طور پر کسی بھی خم کی اوسط عمودی قدر اس خم سے محدود رقبہ کو اس کے قاعدے (base) سے تقسیم کر کے معلوم کرتے ہیں۔ شکل (80) میں سائن خم کی اوسط عمودی قدر



شکل 80 ۔ ایک سائن لوپ کی اوسط قدر

کو بیشس ترین قدر کی شکل میں آسانی سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ مساوات 166 کے مطابق

$$e = E_m \sin \omega t$$

اوسط قدر کی اوپر دی گئی تعریف کے مطابق e کی اوسط قدر

$$E_{av} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e \; d(\omega t)$$

$$= \frac{E_m}{\pi}\int_0^{\pi} \sin \omega t \; d(\omega t)$$

$$= \frac{E_m}{\pi}\Big[-\cos \omega t\Big]_0^{\pi}$$

$$= \frac{2E_m}{\pi} \quad \text{--------170}$$

$$= 0.636\, E_m \quad \text{------171}$$

یعنی اوسط قدر = 0.636 x بیشس ترین قدر

پوری سائکل کے لئے خم کی اوسط قدر بین طور پر صفر ہو گی کیونکہ منفی لوپ کا رقبہ مثبت لوپ کے رقبہ کو رد کر دے گا۔ اسی طرح سے

$$I_{av} = 0.636\ I_m \qquad ------172$$

موثر قدر یا جذر وسط مربع قدر :

کسی متبادل کرنٹ کی موثر قدر اس راست کرنٹ کے برابر ہوتی ہے جو ایک دیے ہوئے مزاحمہ میں اتنی ہی اوسط حراری اثر پیدا کرتی ہے جتنی کہ وہ متبادل کرنٹ۔

جب ایک ای۔ایم۔ایف کی سائن لہر کسی مزاحمہ کے سروں کے درمیان لگائی جاتی ہے تو اس میں بہنے والی کرنٹ ہر وقت وولٹیج کے متناسب ہوتی ہے۔ اس لئے کرنٹ کی لہر بھی سائن لہر ہوتی ہے۔ اوہم قانون کے مطابق

$$i = \frac{e}{R} = \frac{E_m}{R}\ \sin\omega t = I_m \sin\omega t \quad ---173$$

جس میں کرنٹ کی بیش ترین قدر $I_m = \frac{E_m}{R}$ ہے۔

مزاحمہ میں خرچ ہوئی ساعتی طاقت

$$p = R i^2 \qquad ----------174$$

مساوات (173) اور (174) کی مدد سے

$$p = R I_m^2 \sin^2\omega t \qquad --------175$$

شکل (181) میں i اور i^2 کے خمول کو دکھایا گیا ہے۔ سرکٹ میں خرچ ہوئی اوسط طاقت (P_{av}) مزاحمہ R اور i^2 کے اوسط عمودی قدر کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔ لہذا

$$P_{av} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} R \times i^2\ d(\omega t)$$

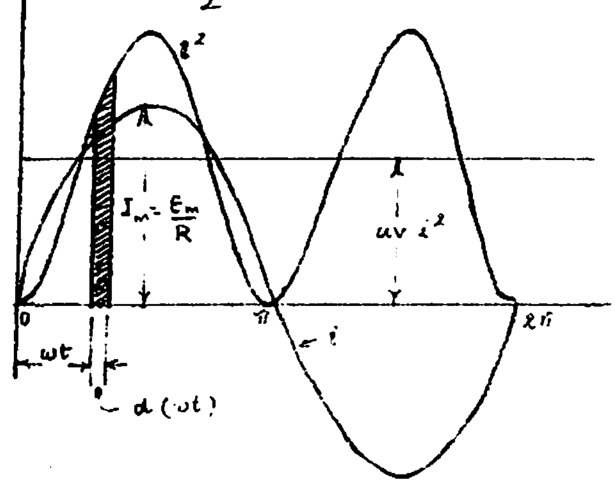
$$= \frac{R}{\pi}\int_0^{\pi} I_m^2 \sin^2\omega t\ d(\omega t)$$

$$= \frac{R I_m^2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{1-\cos 2\omega t}{2}\ d(\omega t)$$

$$= \frac{RI_m^2}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\omega t\right) d(\omega t)$$

$$= \frac{RI_m^2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{RI_m^2}{2} \quad \text{-----------} 176$$



شکل (81)۔ ایک سائن لہر کی موثر قدر

یعنی کسی متبادل کرنٹ کے ذریعہ کسی مزاحمہ R میں حرارت کی شکل میں خرچ ہوئی او ط طاقت مزاحمت اور بیش ترین کرنٹ کے مربع کے حاصل ضرب کی آدھی ہوتی ہے۔

اب مان لیجیے کہ اس مزاحمہ (R) کو ایک راست کرنٹ سرکٹ میں لگاتے ہیں اور کرنٹ کو اتنا بڑھاتے ہیں کہ مزاحمہ میں طاقت خسارہ P اتنا ہی ہوتا ہے جتنا کہ پہلے ہوا تھا یعنی $P = P_{av}$ ۔ اگر اس حالت میں راست کرنٹ I ایمپیر ہو تو مزاحمہ میں طاقت خسارہ RI^2 ہوگا۔ یہ خسارہ مفروضہ کے مطابق P_{av} کے برابر ہے۔ اس لیے

$$RI^2 = \frac{1}{2} RI_m^2$$

یا

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, I_m \text{...} 177$$

اس سے یہ بات ثابت ہوتی ہے کہ بیش ترین قدر I_m والی متبادل کرنٹ کسی مزاحمہ میں اتنی ہی اوسط حراری اثر پیدا کرتی ہے جتنی کہ $0.707 I_m$ قدر والی قائم کرنٹ پیدا کرتی ہے ۔ دوسرے لفظوں میں $0.707 I_m$ متبادل کرنٹ کی موثر قدر ہے ۔
اسی طرح وولٹیج خم کو بھی استعمال کر کے ہم موثر وولٹیج معلوم کر سکتے ہیں ۔ چنانچہ

$$p = \frac{e^2}{R} = \frac{E_m^2}{R} \sin^2 \omega t$$

یعنی $E_{eff} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0.707\ E_m$ -----178

موثر قدر کو وسط جذر مربع قدر بھی کہتے ہیں اور اسے I_{rms} یا E_{rms} لکھ کر ظاہر کرتے ہیں ۔ اس طرح

$$I_{eff} = I_{rms} = 0.707\ I_m$$

اور

$$E_{eff} = E_{rms} = 0.707\ E_m$$

یعنی موثر قدر = بیش ترین قدر × 0.707

شکل جز :

کسی بھی متبادل کرنٹ (یا وولٹیج) کی موثر قدر اور اوسط قدر کی نسبت کو شکل جز کہتے ہیں ۔ سائن نما خم کے لئے

شکل جز = موثر قدر / اوسط قدر

$$= \frac{0.707 I_m}{0.637 I_m}$$

$$= 1.1$$ -------179

متبادل وولٹ اور ایمپیر

وولٹیج اور کرنٹ کی موثر قدروں کو استعمال کر کے متبادل کرنٹ سرکٹ کے

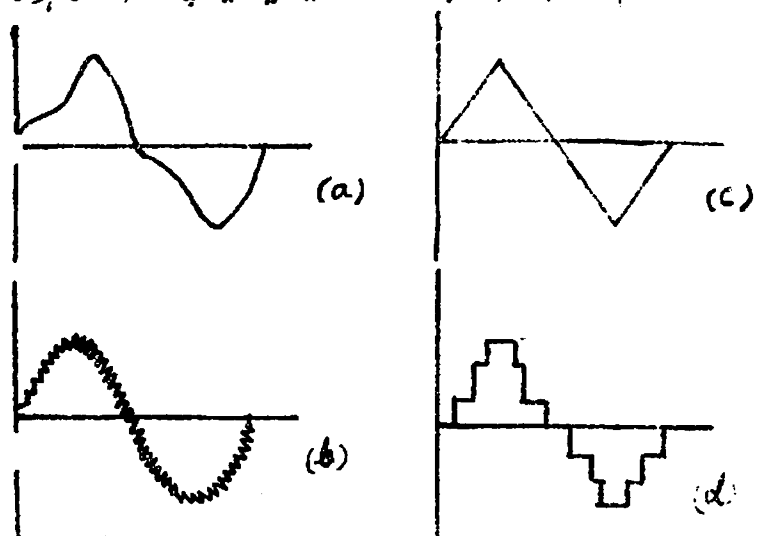
حسابات آسانی سے کئے جا سکتے ہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ یہ قدریں در اصل مرادف راست کرنٹ قدریں ہیں۔ ایک ایمپیر متبادل کرنٹ (موثر قدر) کی تعریف اس طرح سے کی جا سکتی ہے کہ یہ وہ وسط جذر مربع (rms) متبادل کرنٹ ہے جو کسی مزاحمہ میں دئے گئے وقت میں بہنے پر اتنی ہی حراری توانائی پیدا کرتی ہے جتنی حرارت کہ ایک ایمپیر راست کرنٹ اسی مزاحمہ میں اتنے ہی وقت تک بہ کر پیدا کرتی ہے۔

اس تعریف میں بہرحال یہ فرض کر لیا گیا ہے کہ بھنور کرنٹ خسارہ یا پسماندگی خسارہ موجود نہیں ہے۔

متبادل کرنٹ امیٹر اور وولٹ میٹر موثر قدروں کو ناپتے ہیں اور اوسیلوگراف ساعتی قدروں کو پڑھتا ہے۔

6.6۔ کرنٹ و وولٹیج لہروں کی مختلف شکلیں:۔

عام طور سے متبادل کرنٹ یا وولٹیج اسے کہتے ہیں جس کی سمت باقاعدہ متوالی وقفوں پر الٹتی رہتی ہے اگر کرنٹ یا وولٹیج کی ساعتی قدروں کو عمودی قدر اور وقت کو افقی قدر مان کر گراف کھینچیں تو اس طرح حاصل خم کی شکل لہر شکل کہلاتی ہے۔ متبادل کرنٹ یا وولٹیج ہمیشہ چکنے اور متشاکل لہر کی



شکل 82۔ کرنٹ اور وولٹیج کی مختلف آسان شکلیں

شکل اختیار نہیں کرتے۔ شکل 82 میں دکھائی گئی ساری لہراشکال متبادل لہروں کو ظاہر کرتی ہیں۔ پھر بھی سائن لہروں کو ہی معیاری مانا جاتا ہے اور جنریٹر یا آلٹرنیٹر کی ڈیزائن ایسی بنانے کی کوشش کی جاتی ہے تاکہ وہ حتی الامکان سائن لہروں کو پیدا کریں۔

باب ۷

متبادل مقداروں کو ویکٹرز کے ذریعہ ظاہر کرنا

7.1 اسکیلر (غیر سمتیہ) اور ویکٹر (سمتیہ) مقداریں :

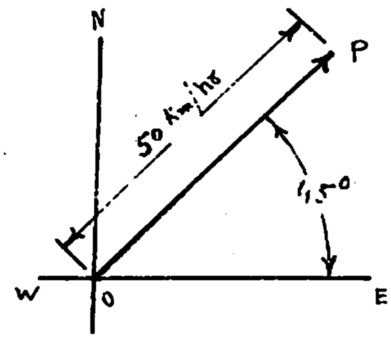
ایسی مقدار جس میں صرف قدر ہوتی ہے اسکیلر کہلاتی ہے۔ مثلاً 50 یکجرڈ، 30 منٹ، 15 کلوواٹ گھنٹہ وغیرہ وغیرہ۔

ایک ہی قسم کے اسکیلر عام نمبروں کی طرح الجبرائی طور پر جوڑے جا سکتے ہیں۔

ویکٹر وہ مقدار ہے جس میں قدر اور سمت دونوں ہوتی ہے اور اسے مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے ان دونوں خصوصیات کا دیا ہونا ضروری ہے۔ قوت اور رفتار وغیرہ ویکٹر کی عام مثالیں ہیں۔

گرافی طور پر ویکٹر کو ایک خط مستقیم کے قطعہ سے ظاہر کرتے ہیں جس پر مبدا اور منتہا دکھائے گئے ہوں چنانچہ ویکٹر کا اظہار بہت اچھی طرح سے ایک تیر کے ذریعہ کیا جا سکتا ہے۔ تیر کی نوک کو منتہا کی جگہ اور دوسرے سرے کو مبدا کی جگہ تصور کیا جا سکتا ہے۔ تیر کی لمبائی ویکٹر کی قدر کو ظاہر کرے گی اور خط کا ڈھال سمت کو بتائے گا۔ اگر ایک کار 50 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے شمال مشرق کی سمت جا رہی ہو تو اس کار رفتار ویکٹر تیر OP ہو گا۔ [شکل 83] جس کی لمبائی 50 اکائی کے برابر ہو گی اور جو مشرق مغرب محور سے 45° پر جھکا ہو گا۔

اس طرح ویکٹر دو جسامتی مقداریں ہیں جو ایک مستوی میں سمتی خطوط کے ذریعہ ظاہر کئے جاتے ہیں۔ اس مستوی میں افقی اور عمودی محوروں پر ان خطوط کے ظل کے ذریعہ



شکل 83 ۔ کار کی رفتار کو تیر OP سے ظاہر کرنا

ہی ان ویکٹروں کو بیان کیا جا سکتا ہے ۔

دو جسامتی مقداروں کے علاوہ ایسی بھی مقداریں ہیں جن کی سمتیں خلا میں تین جسامتی ہیں ۔ ان مقداروں کو بھی ویکٹر کہتے ہیں ۔ اس طرح کی مقداریں قوت، رفتار، میدان شدت، نقل وغیرہ ہیں ۔ یہ مقداریں جن قوانین کی پابند ہیں ان کا مطالعہ ہم ریاضیات کی مخصوص شاخ "ویکٹر تشریح" میں کرتے ہیں ۔

فیزر :۔

دو جسامتی اور تین جسامتی مقداروں کے درمیان مغالطہ پیدا ہو سکتا ہے اس لئے امریکی اسٹینڈرس ایسوسی ایشن نے یہ سفارش کی ہے کہ لفظ فیزر کا استعمال دو جسامتی مقداروں کے لئے ہونا چاہیئے ۔ یعنی فیزر کا استعمال ان خطوط کے لئے کرنا چاہیئے جن کی کسی حوالہ کے لحاظ سے ایک سمت ہوتی ہے اور جو سائن نما فنکشن کی جگہ استعمال کئے جاتے ہیں ۔

7.2۔ سائن لہروں کی نمائندگی کے طریقے

شکل 76 میں یہ دکھایا گیا ہے کہ کسی سائن خم کی عمودی قدروں کو معلوم کرنے کے لئے ایک گردش کرتے ہوئے تیر (فیزر) کا تصور کرتے ہیں جس کی لمبائی سائن خم کی بیش ترین عمودی قدر کے برابر ہو ۔ مختلف اوقات پر تیر کے Y۔ محور پر ظل سائن خم کی عمودی

قدروں کو ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح لہر کی نمائندگی تین مختلف طریقوں سے کی جاسکتی ہے۔

(1) گرافی طریقہ سے ، سائن نا خم کے ذریعہ

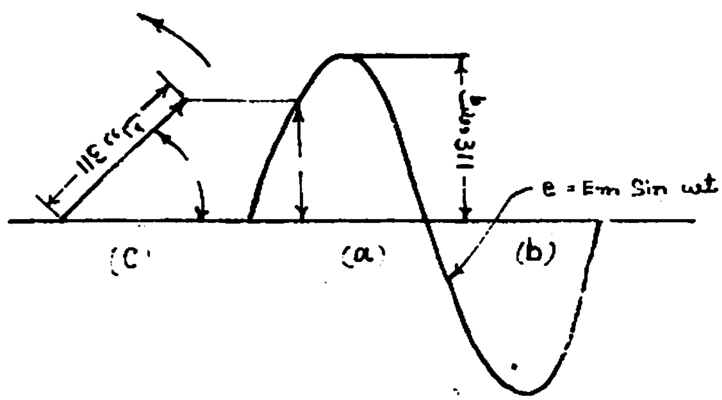
(2) ریاضیاتی طور پر ، خم کے مساوات کے ذریعہ

(3) علاماتی طور پر ، گردشی فیزر کے ذریعہ جو خم کو جنریٹ کرتا ہے۔

اس بیان کی وضاحت کے لئے 220 وولٹ موثر قدر والے اے۔سی۔ایم۔ایف کی ایک سائن لہر پر غور کیجئے۔[شکل 84] مساوات 178 کے مطابق بیش ترین قدر

$$E_m = 220 \times \sqrt{2} = 311$$ وولٹ

اگر وقت کو اس پلہ سے شمار کریں جب خم صفر سے گزرتا ہوا اوپر کو جاتا ہے تو شکل 84 کا



شکل (84)۔ سائن لہروں کو ظاہر کرنے کا طریقہ

سائن خم صحیح طور پر وولٹیج کی نمائندگی طریقہ (1) کے مطابق کرتا ہے۔ جبکہ مساوات

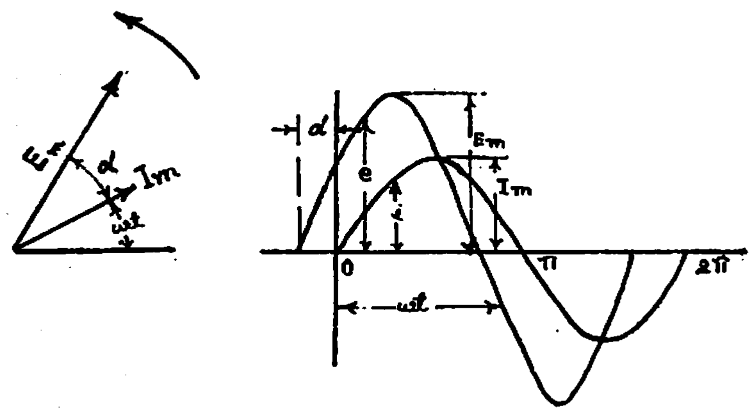
$$e = E_m \sin wt$$

اسکی نمائندگی ریاضیاتی طور پر کرتا ہے۔ وولٹیج کو طریقہ (3) کے مطابق ظاہر کرنے کے لئے پیمانہ کے مطابق ایک فیزر اتنی لمبائی کا کھینچتے ہیں تاکہ وہ 311 وولٹ کو ظاہر کرے۔ اس کی گردش کو ضد ساعت وار سمت میں wt زاویہ سے ظاہر کرتے ہیں جو مثبت زاویہ ناپنے کا ایک عام تسلیم شدہ طریقہ ہے۔ اس طرح ان تینوں طریقوں سے ہر سائن

لہروں کو ظاہر کر سکتے ہیں ۔

ایک ہی تواتر کی سائن لہروں کے فیزرڈائیگرام :-

ایک ہی تواتر کی سائن لہروں کو ایک ہی ڈائیگرام پر دکھایا جا سکتا ہے کیونکہ مختلف لہروں کی نمائندگی کرنے والے فیزر ایک جیسی رفتار سے ضد ساعت وار گردش کرتے ہیں اور اس طرح ان کا مقام ایک دوسرے کے مقابلہ میں معین ہوتا ہے ۔ یہ بات شکل 85 میں



شکل 85 ۔ ایک ہی تواتر کی سائن لہریں

واضح کی گئی ہے جس میں ایک ہی تواتر کے وولٹیج e اور کرنٹ i کو دکھایا گیا ہے ۔ یہ فرض کر لیا گیا ہے کہ کرنٹ i صفر مقام سے ہو کر اوپر کی طرف $t = 0$ وقت پر جاتی ہے جبکہ اسی لمحہ وولٹیج لہر اپنی صفر قدر سے α زاویہ پہلے ہی آگے جا چکی تھی ۔ چنانچہ کرنٹ لہر کو مساوات

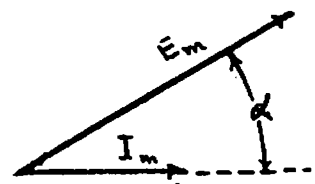
$$i = I_m \sin \omega t$$

سے ظاہر کریں گے اور وولٹیج لہر کو مندرجہ ذیل مساوات سے

$$e = E_m \sin (\omega t + \alpha)$$

چونکہ ωt کی سبھی قدروں کے لئے وولٹیج فیزر کرنٹ فیزر سے α ریڈین

آگے ہے اس لئے $\omega t = 0$ لمحہ پر ڈائیگرام اور زیادہ آسان بن جائے گا جیسا کہ شکل (86a) میں



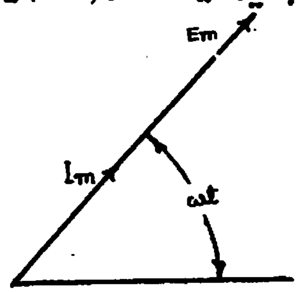
(a)

شکل (86a)۔ ہیئت زاویہ

دکھایا گیا ہے۔ اس طرح زاویہ ωt کو شکل میں دکھانے کی ضرورت نہیں پڑتی۔

ہیئت فرق :-

شکل 85 میں وولٹیج لہر ایک دی ہوئی سمت میں اپنی صفر قدر سے کرنٹ لہر کے مقابلہ میں پہلے گزرتی ہے اس لئے ہم کہتے ہیں کہ وولٹیج کرنٹ سے پیش قدم ہے اور کرنٹ وولٹیج سے پس قدم ہے۔ پس قدمی یا پیش قدمی کو لہروں کی نمائندگی کرنے والے فیزر کے درمیان زاویہ کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ اوپر کی مثال میں کرنٹ وولٹیج کے مقابلہ میں α ڈگری سے پس قدم ہے۔ α کو ہیئت فرق کا زاویہ یا صرف وولٹیج کے لحاظ سے کرنٹ کا ہیئت زاویہ کہتے ہیں۔ جب دو لہروں کے درمیان ہیئت زاویہ صفر ہوتا ہے تو ہم ان لہروں کو ہم ہیئتی کہتے ہیں۔ جیسا کہ شکل (86b) میں دکھایا گیا ہے۔

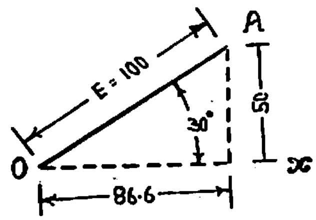


(b)

شکل (86b)۔ ہم ہیئتی فیزر

7.3۔ فیزر کا ریاضیاتی اظہار :۔

فرض کیجئے OA ایک گردشی فیزر ہے جو ۱۰۰ وولٹ بیشی ترین وسعت والی ایک سائن لہر کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 87 میں اس کا مقام حوالی محور OX کے لحاظ سے اس لمحہ دکھایا گیا ہے جب $\omega t = 30^\circ$



شکل 87 ۔ فیزر کے جزو

اگر ہم کوئی ایسی علامت یا عبارت معلوم کر سکیں جو اس فیزر کی لمبائی اور ڈھال سے متعلق معلومات بہم پہنچائے تو وہ علامت یا عبارت اس فیزر کا ریاضیاتی اظہار ہوگی۔

مستطیلی قدروں کو استعمال کرنے پر فیزر کو X اور Y محور پر اس کے ظل کی مدد سے متعین کیا جا سکتا ہے۔ اس کام کو صحیح طور سے کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ :۔

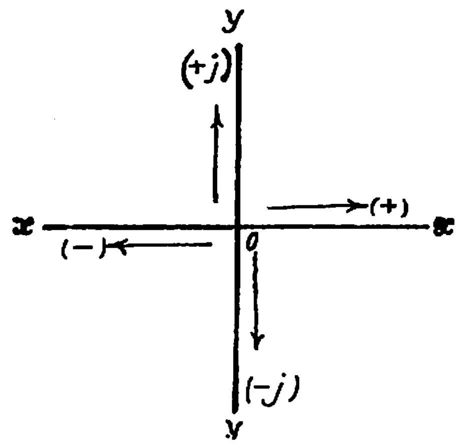
(i) ہر ایک محور $X'X$ اور $Y'Y$ پر من مانی طور پر مثبت (+) اور منفی (-) سمتیں متعین کی جائیں۔

(ii) Y محور ظل کو X محور ظل سے شناخت کرنے کے لئے کسی خاص علامت کا استعمال کیا جائے۔

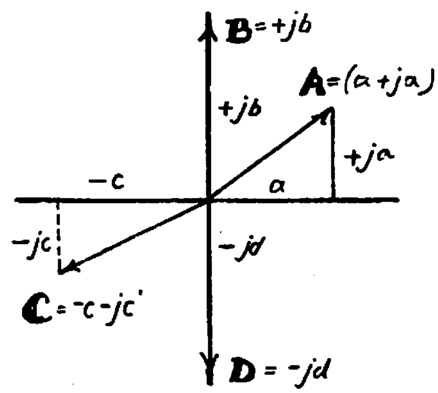
شکل (88 a) میں عام طور سے مستعمل قدروں کے نظام کو دکھایا گیا ہے جس میں X محوری ظل کو (+) اور (-) مقداروں سے اور Y محوری ظل کو (+j) اور (-j) مقداروں سے موسوم کیا گیا ہے۔ شکل (88 b) میں چار فیزر کھینچے گئے ہیں۔ جن کی پہچان اس نظام کے تحت اس طرح کی جاتی ہے۔

$$\vec{A} = a + j a'$$

$$\vec{C} = -c - j c'$$



شکل (88 a) ۔ سمتی قدریں اور ان کی شناختی علامات



شکل (88 b) ۔ باقاعدہ شناخت کئے گئے چار فیزر

فیزر $\vec{A}$ اور $\vec{C}$ پہلے اور تیسرے رُبعات میں واقع ہیں۔ اور فیزر

$$\vec{B} = +jb'$$

$$\vec{D} = -jd'$$

Y محور پر واقع ہیں۔

A، B وغیرہ پر تیر کا نشان (→) لگانے کا مطلب یہ ہے کہ یہ فیزر

مقداریں ہیں۔ عددی مثال کے لئے شکل 87 میں دکھائے گئے فیزر OA کے X اور Y ظل بالترتیب

$$100 \cos 30^\circ = 86.6 \quad \text{وولٹ}$$

$$100 \sin 30^\circ = 50 \quad \text{وولٹ}$$

ہیں۔ اس لئے مستطیلی قدروں میں اس فیزر کی مکمل عبارت یہ ہوگی

$$\vec{E} = 86.6 + j\,50 \quad \text{------}180$$

علامت j کی مزید وضاحت آگے کی جائے گی۔ مساوات 180 سے فیزر کی لمبائی معلوم کرنے کے لئے ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر کا حساب لگاتے ہیں جس کے دو اضلاع 50 اور 86.6 ہیں۔ لہٰذا

$$E = \sqrt{86.6^2 + 50^2} = 100 \quad \text{وولٹ} \quad \text{----}181$$

مساوات 181 میں E ایک اسکیلر ہے۔ اس کے اوپر تیر کا نشان (→) نہیں لگاتے ہیں۔ فیزر کا ڈھال مبدا O پر بنے زاویہ کے ٹینجنٹ سے نکالتے ہیں۔ چنانچہ

$$\tan\theta = \frac{50}{86.6}$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \quad \text{--------}182$$

کبھی کبھی فیزر کو قطبی شکل میں ظاہر کرنے میں زیادہ سہولت ہوتی ہے۔ اس عبارت میں لمبائی اور ڈھال دونوں اس طرح جڑے ہوتے ہیں۔

$$\vec{E} = 100 \angle 30^\circ \quad \text{-------}183$$

مساوات 183 کا مطلب یہ ہے کہ $\vec{E}$ ایک فیزر ہے جس کی لمبائی 100 اکائی ہے اور جس کا ڈھال 30° ہے۔

$\angle 30$ یا عام طور سے $\angle\theta$ مثبت زاویہ کو ظاہر کرتے ہیں۔ منفی زاویہ کے لئے

نشان $\underline{\theta}$ یا $\overline{\theta}$ کا استعمال کرتے ہیں۔

قطبی شکل سے مستطیلی شکل میں یا اسکے برعکس تبدیلی۔

فیزر کی عبارات کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ اگر 10 ایمپیر لمبائی کا ایک کرنٹ فیزر ہو جس کا ڈھال °60 ہو تو قطبی شکل میں اس کو اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں

$$\vec{I} = 10 \angle 60^\circ$$

مستطیلی شکل میں مطابق عبارت مندرجہ ذیل ہوگی

$$\vec{I} = 10 \cos 60 + j\, 10 \sin 60$$

$$= 5 + j\, 8.66 \text{ ———— } 184$$

مساوات 184 کو دوبارہ قطبی شکل میں بدلا جاسکتا ہے جیسا کہ مساوات 181 اور 182 میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا

لہیمپیر $10 = \sqrt{5^2 + (8.66)^2} = I =$ لمبائی

اور $\theta = \tan^{-1} \frac{8.66}{5} = 60^\circ$

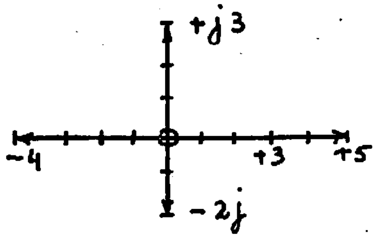
اس لئے $\vec{I} = 10 \angle 60^\circ$

علامت j کا مطلب۔

اپنی 90 - محوری اہمیت کے علاوہ، علامت j کی ایک دوسری خصوصیت یہ ہے کہ یہ ایک آپریٹر کی طرح کام کرتا ہے۔ جس طرح علامات +، -، ×، ÷، √، ∫ وغیرہ کو مختلف اعداد کے ساتھ استعمال کرنے سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ان اعداد پر کچھ آپریشن کئے جاتے ہیں۔ اسی طرح j کو کسی فیزر پر آپریٹ کرنے کا (یعنی ضرب کرنے کا)

مطلب اس فیزر کو ساعت وار سمت میں 90° سے گھمانا ہے ۔

مخلوط ترقیم میں 3، 4، 5 وغیرہ اعداد حقیقی اعداد کہلاتے ہیں اور X محور مبدا سے کھینچے گئے فیزر کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں۔ اگر یہ مثبت ہیں تو مبدا کے داہنی طرف اور منفی ہونے کی حالت میں بائیں طرف کھینچے ہیں [شکل 89]



شکل 89 ۔ حقیقی اور خیالی مقداریں

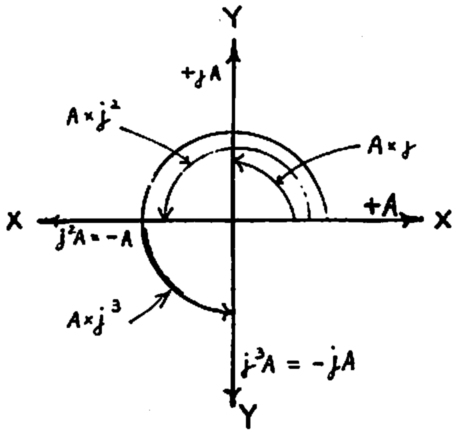
مثبت حقیقی اعداد سے پہلے علامت j لگانے کا اثر یہ ہوتا ہے کہ وہ X + سمت سے 90 ڈگری گھوم جاتے ہیں۔ یہ گردش مثبت قدروں (j+) کے لئے ضد ساعت وار سمت میں اور منفی قدروں (j-) کے لئے ساعت وار سمت میں ہوتی ہے۔ جن اعداد سے پہلے آپریٹر j لگا ہوتا ہے ان کو 'خیالی' یا تربیع اعداد کہتے ہیں۔ بالعموم فیزر میں حقیقی و خیالی دونوں اجزا ہوتے ہیں۔

اگر کسی فیزر $\vec{A}$ پر j آپریٹ کرے تو 90° سے گردش کر جاتا ہے ۔
اگر فیزر jA پر j مزید آپریٹ کرے تو وہ مزید 90° سے گردش کر جائیگا اور $j \times jA = j^2 A$ ہو جائے گا۔ لیکن شکل [90] کے مطابق

$$j^2 A = -A$$

اس کا مطلب یہ ہے کہ j کی ریاضیاتی قدر $\sqrt{-1}$ ہے کیونکہ

$$j^2 = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = -1$$



شکل ۹۰ ۔ فیزر A پر j کا متواتر آپریشن فیزر کو ہر بار °۹۰ سے ساعت وار گھما دیتا ہے

اگر فیزر $j^2 A$ کو j سے مزید ضرب کریں تو یہ $-jA$ کے برابر ہو جاتا ہے اور مزید °۹۰ سے گردش کر جاتا ہے اور بالآخر $-jA$ پر j کے آپریشن سے فیزر اپنے ابتدائی مقام پر لوٹ آتا ہے کیونکہ

$$-jA \times j = -j^2 A = +A$$

اسی طرح کسی فیزر پر j کے مکرر آپریشن کے نتائج کو مندرجہ ذیل طور سے لکھ سکتے ہیں۔

$j =$ ضد ساعت وار سمت میں °۹۰ کی گردش $= \sqrt{-1}$

$j^2 =$ 〃 180° 〃 〃 $= (\sqrt{-1})^2 = -1$

$j^3 =$ 〃 270° 〃 〃 $= (\sqrt{-1})^3 = -\sqrt{-1} = -j$

$j^4 =$ 〃 360° 〃 〃 $= (\sqrt{-1})^4 = +1$

اس کے علاوہ j کا مقلوب

$$\frac{1}{j} = \frac{j}{j^2} = \frac{j}{-1} = -j$$

یہ بات قابل غور ہے کہ $j=\sqrt{-1}$ ریاضیاتی طور پر ایک خیالی عدد ہے کیونکہ حقیقی عدد کا مربع (چاہے مثبت ہو یا منفی) کبھی بھی منفی نہیں ہو سکتا۔ اس سے یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ j محور ان قدروں کا حامل ہے جو خیالی یا غیر حقیقی ہیں۔ یہ ایک ایسی صورت حال ہے جو برقی طور پر حقائق سے مطابقت نہیں رکھتی۔ لہٰذا j کی ریاضیاتی اہمیت عمودی اجزا رکھنے والی مقداروں کی طبعی اصلیت کو نہیں بدلتی ہے۔

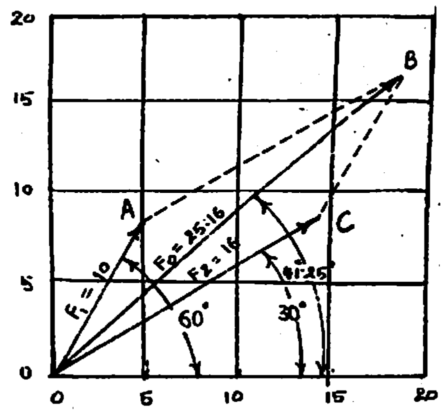
7.4۔ متبادل مقداروں پر مشتمل حسابات میں فیزر کا استعمال

راست کرنٹ سرکٹ سے متعلق حسابات کی طرح متبادل کرنٹ سرکٹ کے حسابات میں بھی کرنٹ اور وولٹیج کی جمع اور تفریق کرنی پڑتی ہے، کرنٹ اور وولٹیج کو ضرب کر کے طاقت نکالنی ہوتی ہے، وولٹیج کو سرکٹ مستقلوں (جیسے راست کرنٹ سرکٹ میں مزاحمت) سے تقسیم کر کے کرنٹ معلوم کرنی ہوتی ہے اور کبھی کبھی کرنٹ یا وولٹیج کے مربع یا جذر یا دوسرے ریاضیاتی آپریشن کرنے پڑتے ہیں۔ ہم مطالعہ کر چکے ہیں کہ کرنٹ یا وولٹیج کی سائن لہروں کو فیزر کی مدد سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ تجربے سے یہ بات ثابت ہو چکی ہے کہ متبادل مقداروں پر مشتمل متذکرہ بالا آپریشن فیزر کی مدد سے بآسانی کئے جا سکتے ہیں۔ اس کے علاوہ فیزر کی مدد سے راست کرنٹ سرکٹ نظریہ کے قوانین کا سمجھنا اور ان کا استعمال زیادہ آسان ہو جاتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ فیزر کے ذریعہ متبادل مقداروں کا اظہار بہت عام ہو گیا ہے۔

7.5۔ فیزر کی جمع

ایک مستوا میں واقع فیزر متوازی الاضلاع قانون کے مطابق جوڑے جا سکتے ہیں۔ یہ بات اس کے مرادف ہے کہ ان فیزر کے حقیقی اور خیالی اجزا کو الگ الگ جوڑ کر ان کے مربعوں کے جوڑ کا جذر معلوم کیا جائے۔ اس سے ہمیں وتر کی لمبائی معلوم ہو جائے گی۔ اس کی وضاحت کے لئے مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجئے۔

فرض کیجئے کہ دو قوتیں $\vec{F_1}$ اور $\vec{F_2}$ جو بالترتیب ۱۰ کلوگرام وزن اور 16 کلوگرام وزن کی ہیں O نقطہ پر رکھے ایک جسم پر ایک ہی وقت میں کام کر رہی ہیں [شکل ۹۱]



شکل (۹۱) - فیزر کی جمع

$\vec{F_1} = 10$ کلوگرام

اور یہ X- محور سے 60° پر کام کر رہی ہے اور

$\vec{F_2} = 16$ کلوگرام

اور یہ X محور سے 30° پر کام کر رہی ہے۔

ان قوتوں کی حاصل قوت (F_0) متوازی الاضلاع OABC کا وتر OB ہوگی جس کے $\vec{F_1}$ اور $\vec{F_2}$ اضلاع ہیں۔ اسی طرح F_0 قوت F_1 اور F_2 کا جوڑ ہوگی۔ شکل (۹۱) کے مطابق $F_0 = 25.16$ کلوگرام۔ $\vec{F_1}$ اور $\vec{F_2}$ کو قطبی شکل میں لکھنے پر

$$\vec{F_1} = 10 \angle 60$$

$$\vec{F_2} = 16 \angle 30$$

ان عبارات کو مستطیلی شکل میں تبدیل کرنے پر

$$\vec{F_1} = 10(\cos 60 + j \sin 60) = 5 + j\, 8.66 \text{ ----- } 185$$

$$\vec{F_2} = 16(\cos 30 + j \sin 30) = 13.86 + j\,8 \quad ----186$$

اوپر کے مساوات میں حقیقی اور خیالی اجزا کو الگ الگ جوڑنے پر

$$\vec{F_0} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = 18.86 + j\,16.66 \quad --------187$$

حاصل قوت $\vec{F_0}$ کی قدر مندرجہ ذیل ہوگی

$$F_0 = \sqrt{(18.86)^2 + (16.66)^2} = 25.16 \text{ کلوگرام} \quad ------188$$

اور اس کا ہیئت زاویہ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{16.66}{18.86} = 41^\circ 25' \quad -----189$$

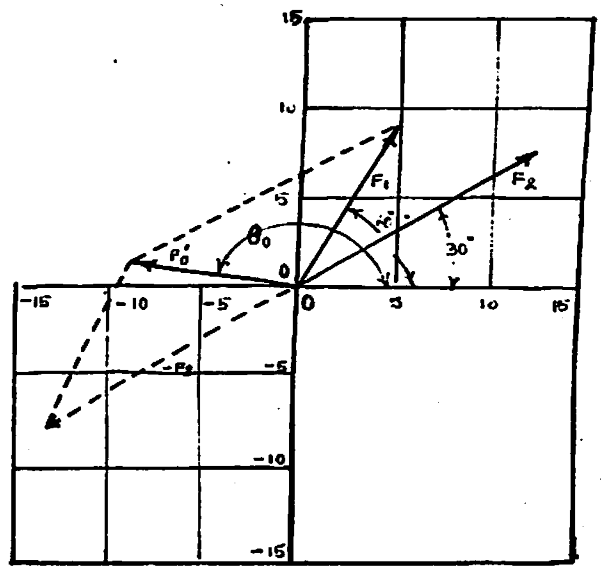
یہ بات قابل غور ہے کہ یہ قدریں ان قدروں سے مطابقت رکھتی ہیں جنھیں گراف کی مدد سے شکل (۹۱) میں حاصل کیا گیا ہے۔ اس سے یہ ظاہر ہے کہ فیزر کو جمع کرنے کے لئے ان کے حقیقی اور خیالی اجزا کو الگ الگ جوڑنا چاہیئے۔

7.6 - فیزر کی تفریق:-

فرض کیجئے کہ شکل ۹۱ کی قوت $\vec{F_2}$ کو $\vec{F_1}$ میں سے گھٹانا ہے۔ اس بات کو ہم یوں سمجھ سکتے ہیں کہ O نقطہ پر $\vec{F_2}$ بجائے کھنچاؤ کے دھکے کا کام کر رہا ہے۔ اس کام کے لئے $\vec{F_2}$ کی سمت شکل ۹۱ میں دکھائی گئی سمت کے مخالف ہونی چاہیئے۔ اس مسئلہ سے مطابقت رکھتی ہوئی نئی شکل [۹۲] ہوگی۔ اس شکل کے مطابق $\vec{F_1}$ اور $\vec{F_2}$ کا حاصل $\vec{F_0}'$ ان دونوں قوتوں کی تفریق کو ظاہر کرے گا۔ دوسرے الفاظ میں یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ $\vec{F_2}$ کو گھٹانے کے لئے اس کے نشان کو بدل کر $\vec{F_1}$ میں جوڑ دیا جاتا ہے۔

مساوات (185) اور (186) کے مطابق

$$\vec{F_1} = 5.0 + j\,8.66$$
$$-\vec{F_2} = -13.86 - j\,8.0$$



شکل ۹۲۔ فیزر کی تفریق

اس لئے

$$\vec{F_0'} = \vec{F_1} + (-\vec{F_2}) = -8.86 + j0.66 \quad \text{---} 190$$

اس قوت کی قدر

$$F_0' = \sqrt{(8.86)^2 + (0.66)^2} \approx 8.88 \text{ کلوگرام} \quad \text{---} 191$$

اور اس کا ہیئت زاویہ

$$\tan \theta_0' = \frac{0.66}{-8.86} = -0.0745$$

یا $\theta' = 175°45'$ --------192

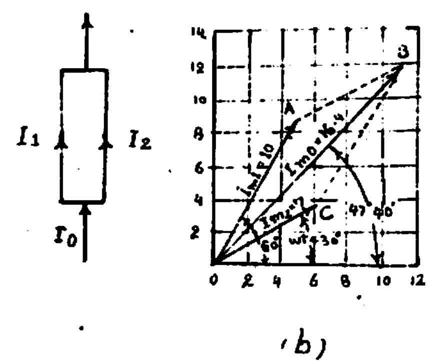
اس طرح دو فیزر کا فرق نکالنے کے لئے جس فیزر کو گھٹانا ہوتا ہے اس کے نشان کو الٹ دیتے ہیں اور پھر جمع کا عمل کرتے ہیں۔

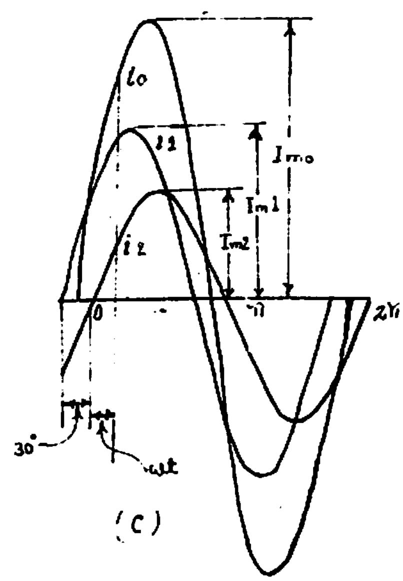
7.7۔ متبادل کرنٹ پر فیزر کا استعمال

متبادل کرنٹ اور وولٹیج کے لئے فیزر کا استعمال مندرجہ ذیل مثالوں سے سمجھا جاسکتا ہے۔

(A) جمع

فرض کیجئے شکل [93] میں i_1 اور i_2 کرنٹ کی سائن لہریں ایک منقسم سرکٹ





شکل 93 - کرنٹ کی سائن لہروں کی جمع

کی دو برانچوں کی کرنٹ ہیں جو مل کر i_0 کرنٹ بناتی ہیں۔ اگر ان جز لہروں کی بیش ترین قدریں (I_{m1} اور I_{m2}) بالترتیب 10 اور 7 ایمپیر ہوں اور ان کی ہیئت میں رشتہ شکل میں دکھائے گئے طریقہ پر ہو تو ہمیں i_0 لہر کی بیش ترین اور موثر قدر نکالنی ہے اور اس کا ہیئت زاویہ معلوم کرنا ہے۔

I_{m1} کے مستطیلی اجزا نکالنے پر

$$\text{حقیقی جز} = 10 \cos 60 = 5.0$$

خیالی جز $= 10 \sin 60 = 8.66$

اس لئے فیزر کی شکل میں ظاہر کرنے پر

$$\vec{I}_{m_1} = 5 + j\, 8.66 \quad ------ 193$$

اسی طرح سے

$$\vec{I}_{m_2} = 7(\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = 6.06 + j3.5 \quad -- 194$$

مساوات (193) اور (194) کے حقیقی و خیالی اجزا کو الگ الگ جوڑنے پر

$$\vec{I}_{m_0} = 11.06 + j\, 12.16 \quad ------- 195$$

مساوات 195 میں فیزر $\vec{I}_{m_0}$ ایک سائن لہر کو پیدا کرتا ہے جو دئے اور دو لہروں کا مجموعہ ہے۔ فیزر کی لمبائی

$$\vec{I}_{m_0} = \sqrt{(11.06)^2 + (12.16)^2} = 16.4 \text{ ایمپیر}$$

اور اس کا ہیئت زاویہ

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{12.16}{11.06} = 47^\circ 40'$$

مجموعی کرنٹ کی موثر قدر نکالنے پر

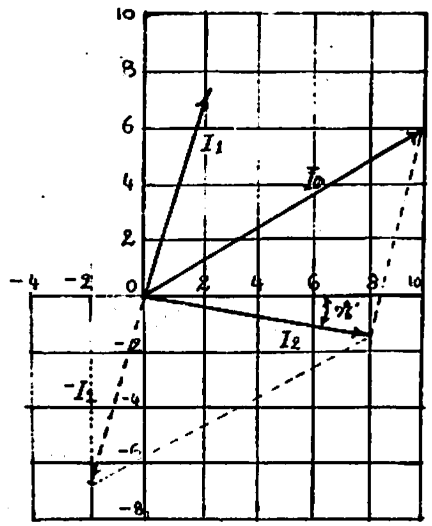
$$I_0 = \frac{I_{m_0}}{\sqrt{2}} = \frac{16.4}{\sqrt{2}} = 11.6 \text{ ایمپیر}$$

چونکہ بیش ترین قدر کو ایک مستقلے سے ضرب کرکے موثر قدر حاصل ہوتی ہے اس لئے فیزر ڈائیگرام کھینچنے کے لئے ہم فیزر کی لمبائی کرنٹ کی موثر قدر کے برابر بھی لے سکتے ہیں۔ ایسا کرنے پر I_{m_0} کی قدر I_0 کو $\sqrt{2}$ سے ضرب کرکے حاصل کی جاسکتی ہے۔ وولٹیج اور کرنٹ کے فیزر ڈائیگرام عام طور سے اسی طرح کھینچے جاتے ہیں کیونکہ حسابات کے نتائج

نکالنے میں موثر قدریں ہی درکار ہوتی ہیں ۔

(8) تفریق

شکل[94] میں فرض کیجیے کہ مجموعی کرنٹ $\vec{I}_o$ اور کسی ایک برانچ کی کرنٹ $\vec{I}_1$ کی



شکل 94 ۔فیزر کرنٹ کی تفریق

عبارات مندرجہ ذیل ہیں ۔

$$\vec{I}_o = 10 + j6 \qquad \text{-------} \; 196$$

$$\vec{I}_1 = 2 + j7 \qquad \text{-------} \; 197$$

مان لیجیے ہمیں دوسری برانچ کی کرنٹ $\vec{I}_2$ معلوم کرنی ہے ۔

چونکہ . $\vec{I}_o = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$

اس لئے $\vec{I}_2 = \vec{I}_o - \vec{I}_1$

مساوات 196 میں سے 197 کو گھٹانے پر

$$\vec{I}_2 = 8 - j1 \quad \text{----- -----} 198$$

$$\therefore \quad I_2 = \sqrt{8^2 + 1^2} = 8.06 \text{ ایمپیر}$$

اور اس کا ہیت زاویہ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-1}{8} = -7°6'$$

کرنٹ کی بیش ترین قدر موثر قدر کی $\sqrt{2}$ گنا ہوگی۔

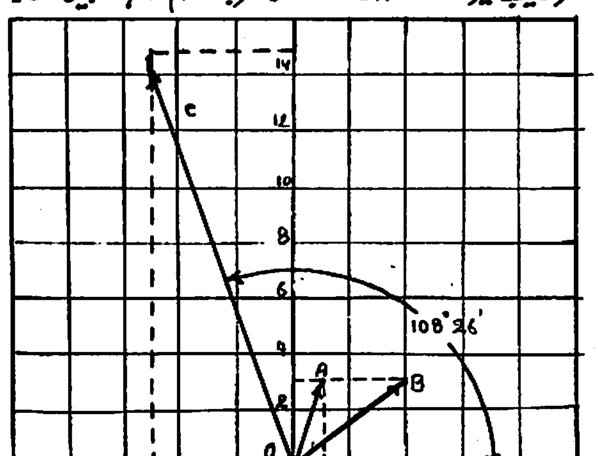
$$\therefore \quad I_{m2} = 8.06 \times \sqrt{2} = 11.35 \text{ ایمپیر}$$

فیزر $\vec{I}_{m2}$ ایک لہر کو پیدا کرتا ہے اور $\vec{I}_{m0}$ سے پیدا ہوئی لہر اور $\vec{I}_{m1}$ کے ذریعہ پیدا ہوئی لہر کے فرق کے برابر ہے۔ ان لہروں کو شکل 94 میں دکھایا نہیں گیا ہے۔

7.8- فیزر کا ضرب

(A) مستطیلی شکل :

فرض کیجیے فیزر $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا حاصل ضرب معلوم کرنا ہے جنہیں شکل [95] میں



شکل 95۔ مستطیلی شکل میں دکھائے گئے دو فیزر کا حاصل ضرب

دکھایا گیا ہے۔ مستطیلی قدروں میں ظاہر کرنے پر

$$\vec{A} = 1+3j$$

$$B = 4+3j$$

اگر $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا حاصل ضرب $\vec{C}$ ہو تو

$$\vec{C} = \vec{A}\vec{B} = (1+3j)(4+3j)$$

$$= 4+j15-9$$

$$= -5+j15 \text{ ------ } 199$$

$$\therefore C = \sqrt{5^2+15^2} = 15.8 \text{ ----- } 200$$

اور $\theta = \tan^{-1}\frac{15}{-5} = 108^\circ 26' \text{ ---- } 201$

قطبی شکل میں حاصل ضرب اس طرح لکھا جا سکتا ہے

$$\vec{C} = 15.8 \angle 108^\circ 26' \text{ -------- } 202$$

[B] قطبی شکل :

اگر فیزرشر درج میں قطبی شکل میں دے ہوئے ہوں تو ان کو ضرب کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ فرض کیجئے

$$\vec{A} = A \angle \alpha$$

$$B = B \angle \beta$$

اس لئے ان کا حاصل ضرب

$$\vec{C} = \vec{A}\vec{B} = A\angle\alpha \times B\angle\beta$$

$$= A(\cos\alpha + j\sin\alpha) \times B(\cos\beta + j\sin\beta)$$

$$= AB\left[\cos\alpha\cos\beta + \alpha\sin\alpha\cos\beta + T\cos\alpha\sin\beta + j^2\sin\alpha\sin\beta\right]$$

$$= AB\left[\cos(\alpha + B) + j\sin(\alpha + B)\right]$$

$$= AB \angle \alpha + B \qquad \text{---------203}$$

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ دو فیزر $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا حاصل ضرب ایک تیسرا فیزر ہوتا ہے جس کی لمبائی $A \times B$ کے برابر ہوتی ہے اور جس کا ڈھال یا ہئیت زاویہ $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کے ہئیت زاویوں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

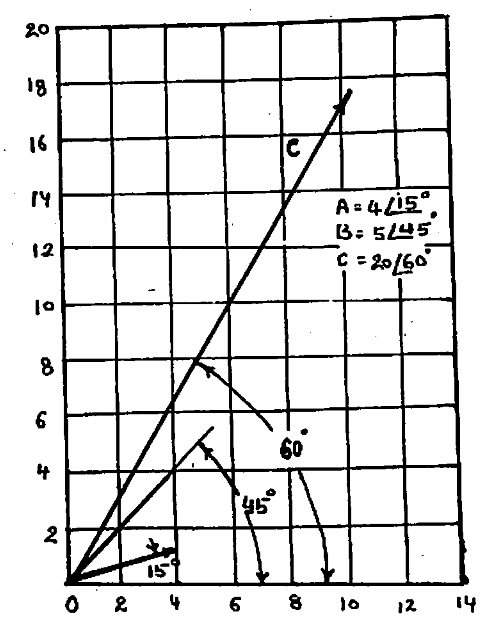
مثال کے طور پر شکل [96] میں دکھائے گئے دو فیزر کی قطبی عبارت مندرجہ ذیل ہے۔

$$\vec{A} = 4 \angle 15^\circ$$

$$B = 5 \angle 45^\circ$$

اور ان کا حاصل ضرب

$$\vec{C} = 20 \angle 60^\circ$$



شکل 96 ۔ قطبی شکل میں دکھائے گئے دو فیزر کا حاصل ضرب

7.9- فیزر کی تقسیم

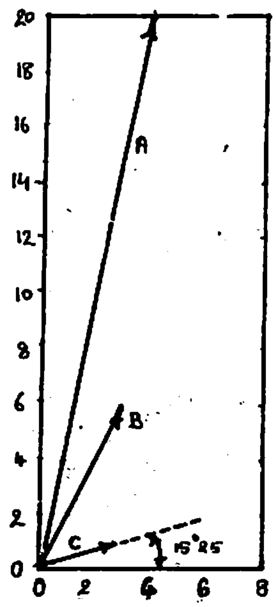
[A] مستطیلی شکل۔

فرض کیجیے فیزر $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ مستطیلی شکل میں ظاہر کرنے پر

$$\vec{A} = 4 + j\,20$$

$$\vec{B} = 3 + j\,6$$

ہمیں ان کا خارج قسمت $\vec{A} \div \vec{B}$ معلوم کرنا ہے [شکل ۹۷] ۔ اگر یہ تقسیم عام طریقہ سے



شکل ۹۷ ۔ دو فیزر کا خارج قسمت

کی جائے تو خارج قسمت مندرجہ ذیل ہوگا۔

$$\vec{C} = \frac{4 + j\,20}{3 + j\,6} \qquad \text{---------} 204$$

مساوات 204 میں داہنی طرف کی کسر کے نسب نما کو اس کے زوج $(3 - j6)$ سے ضرب کر کے نارمل بناتے ہیں۔ اس طرح

$$\vec{C} = \frac{(4 + j20)(3 - j6)}{(3 + j6)(3 - j6)}$$

$$= \frac{12 + j60 - j24 - j^2 120}{9 - j^2 36}$$

$$= \frac{132 + j36}{45}$$

$$= 2.9 + j\,0.8 \quad \text{--------205}$$

$\vec{C}$ کی لمبائی معلوم کرنے پر

$$C = \sqrt{2.9^2 + (0.8)^2} = 3 \quad \text{------206}$$

اور اس کی ہیئت

$$\theta = \tan^{-1} \frac{0.8}{2.9} = 15^\circ 25' \quad \text{------207}$$

[B] قطبی شکل۔

چونکہ ضرب اور تقسیم ایک دوسرے کے مقلوب عمل ہیں اس لئے یہ بات قابل قیاس ہے کہ اگر فیزر کو قطبی شکل میں رکھا جائے تو تقسیم کا عمل بھی آسان ہوگا۔ ضرب کے عمل کو الٹنے پر $\vec{A} \div \vec{B}$ کا خارج قسمت $\vec{C}$ ہوگا جس کی لمبائی $A \div B$ ہوگی اور جس کا ڈھال یعنی ہیئت زاویہ $\vec{A}$ کے زاویہ میں سے $\vec{B}$ کے زاویہ کو گھٹانے سے حاصل ہوگا۔

مثال۔ شکل [96] میں فرض کیجیے کہ $\vec{C} \div \vec{B}$ کا خارج قسمت معلوم کرنا ہے۔ چونکہ

$$\vec{C} = 20 \angle 60^\circ$$

$$\vec{B} = 5 \angle 45^\circ$$

اس لئے اوپر دئے گئے طریقہ کے مطابق تقسیم کا عمل کرنے پر

$$\vec{A} = \vec{C} \div \vec{B} = 20 \div 5 \angle 60 - 45$$

$$= 4 \angle 15^\circ \quad \text{---------}208$$

7.10- کسی فیزر کا مقلوب نکالنا۔

$$\text{فیزر کا مقلوب} = \frac{1}{\text{فیزر}}$$

مثال کے طور پر فرض کیجیے کہ ہمیں $\vec{A} = 5\angle 30^\circ$ کا مقلوب معلوم کرنا ہے۔

$$\text{مقلوب} = \vec{C} = \frac{1}{5\angle 30} = 0.2 \angle -30^\circ \quad \text{----}209$$

مستطیلی شکل میں بدلنے پر

$$\vec{C} = 0.2\,(\cos 30 - j \sin 30$$

$$= .1732 - j\,0.1 \quad \text{-------}210$$

فیزر $\vec{A}$ کو اگر ہم مستطیلی شکل میں رکھیں تو بھی نتیجہ (210) پر پہنچ سکتے ہیں۔

$$\vec{A} = 5\,(\cos 30 + j \sin 30)$$

$$= 4.33 + j\,2.5$$

$$\therefore \quad \text{مقلوب} = \vec{C} = \frac{1}{\vec{A}} = \frac{1}{4.33 + j\,2.5}$$

$$= \frac{4.33 - j\,2.5}{(4.33 + j\,2.5)(4.33 - j\,2.5)}$$

$$= \frac{4.33 - j\,2.5}{4.33^2 + 2.5^2}$$

$$= \frac{4.33 - j\,2.5}{25}$$

$$= 0.1732 - j\,0.1$$

اسی طرح فیزر کی مستطیلی یا قطبی شکلوں کو استعمال کر کے اس کا زوج، مد، اور جذر وغیرہ بھی نکال سکتے ہیں۔

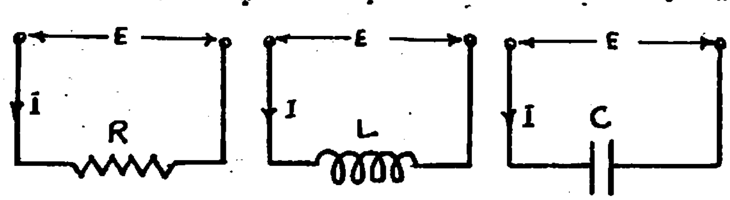
باب ۸

متبادل کرنٹ سرکٹ

عام طور سے متبادل کرنٹ اور وولٹیج کی لہر شکلیں سائن خم نما ہوتی ہیں۔ ان کا سائن خم سے انحراف اگر کبھی ہوا بھی تو برائے نام ہوتا ہے۔ اس کے علاوہ سبھی غیر سائن خم نما شکلیں سائن خم نما شکلوں میں الگ کی جاسکتی ہیں۔ اس لئے وولٹیج اور کرنٹ سے متعلق سبھی بحثوں میں ہم انہیں سائن خم نما تصور کریں گے اور اسی بنیاد پر ریاضیاتی تشریح کریں گے۔

8.1۔ سرکٹ کی بنیادی قسمیں :-

کسی سرکٹ کے بنیادی اجزا مزاحمہ، ترغیبیہ اور کپیسیٹر ہیں۔ اس لئے بنیادی طور پر سرکٹ تین قسم کے ہوتے ہیں جنہیں شکل [98] میں دکھایا گیا ہے۔ ان میں وولٹیج E (سائن خم نما لہر کی موثر قدر) کو مزاحمہ R، ترغیبیہ L اور کپیسیٹر C کے درمیان عائد کیا گیا ہے۔ ہر ایک سرکٹ کے لئے وولٹیج اور کرنٹ کے درمیان ہیئت رشتہ پر ہم غور کریں گے۔ اس کے بعد ان بنیادی اجزا کی سلسلہ وار اور متوازی ترکیبوں پر مشتمل سرکٹ پر بھی غور کریں گے۔



شکل ۹۸ ۔ تین بنیادی سرکٹ

8.2۔ خالص مزاحمتی سرکٹ

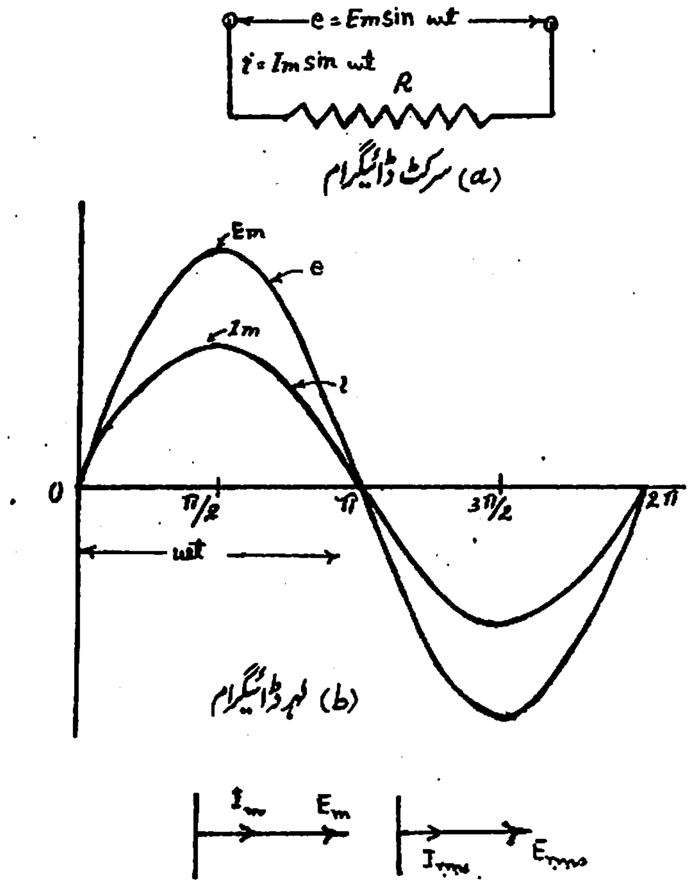
فرض کیجئے کہ مزاحمہ R کے سروں کے درمیان ایک سائن خم نما وولٹیج $e = E_m \sin \omega t$ عائد کیا گیا ہے [شکل 99]۔ اوم قانون کا استعمال کرنے پر کسی بھی لمحہ سرکٹ میں کرنٹ

$$i = \frac{e}{R} = \frac{E_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

جہاں $I_m = \frac{E_m}{R}$ سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ کی بیش ترین قدر ہے۔

وولٹیج اور کرنٹ مساوات کے موازنہ سے یہ بات ظاہر ہے کہ وولٹیج اور کرنٹ ایک دوسرے کی ہم ہیئت ہیں۔ یعنی e اور i ایک ہی وقت میں صفر ہیں، ایک ہی سمت میں بڑھتے ہیں اور ان کی مطابق مثبت اور منفی قدریں ایک ساتھ واقع ہوتی ہیں۔ شکل 99 c میں دو فیزر ڈائیگرام کھینچے گئے ہیں جن میں کرنٹ اور وولٹیج کا ہم ہیئت ہونا دکھایا گیا ہے۔ ایک میں کرنٹ اور وولٹیج فیزر بیش قدروں کو ظاہر کرتے ہیں اور دوسرے میں موثر قدروں کو۔ چونکہ گردشی فیزر سائن خم نما کو ظاہر کرتے ہیں اس لئے بیش ترین قدروں کا استعمال زیادہ موزوں ہے لیکن عملی طور پر موثر قدروں کا فیزر کھینچنے میں زیادہ سہولت ہے کیونکہ متبادل کرنٹ میٹر بھی انہیں قدروں کو پڑھتے ہیں۔

اوم قانون کرنٹ اور وولٹیج کی سبھی قدروں کے لئے لاگو ہے۔ لہٰذا خالص مزاحمتی سرکٹ کے لئے اوم قانون مندرجہ ذیل تین طرح سے لکھا جا سکتا ہے۔



(C) فیزر ڈائیگرام

شکل ۹۹ ۔خالص مزاحمتی سرکٹ کے حالات کو واضح کرنے والے ڈائیگرام۔

ساعتی قدریں : $e = iR$

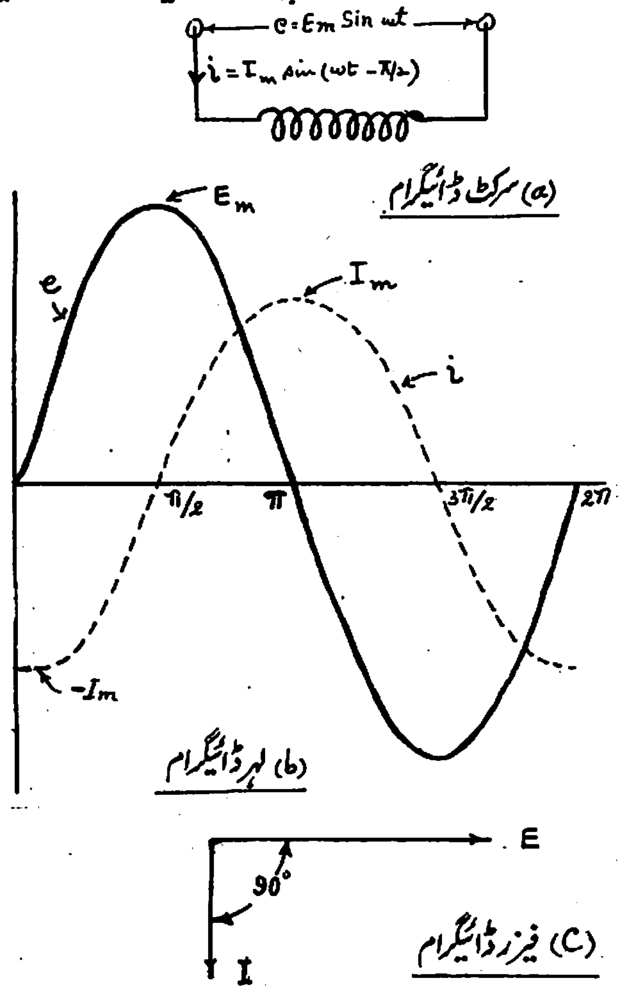
فرازقدریں : $E_m = I_m R$

موثر قدریں : $E_{rms} = I_{rms} R$

یہ تینوں مساوات مزاحموں پر مشتمل متبادل کرنٹ سرکٹ کے سوالات کو حل کرنے میں استعمال کئے جاتے ہیں۔

8.3- خالص ترغیبی سرکٹ

جب سائن خم نما وولٹیج کو خالص ترغیبیہ L (جس کی مزاحمت صفر ہو) کے سروں پر عائد کرتے ہیں۔ [شکل 100] تو سرکٹ کی اپنی کرنٹ میں تغیر کی وجہ سے خود ترغیب



شکل 100 ۔ خالص ترغیبی سرکٹ کے حالات کو واضح کرنے والے ڈائیگرام۔

ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے جو کرنٹ میں تبدیلی کی مخالفت کرتا ہے۔ اس ای۔ایم۔ایف کی قدر

$\frac{di}{dt}$ ـا ہوتی ہے۔ اسے مخالف ای۔ایم۔ایف کہتے ہیں۔ اس لئے ترغیبیہ میں متبادل کرنٹ کو قائم رکھنے کے لئے عائد وولٹیج کو ہر وقت خود ترغیب ای۔ایم۔ایف کے برابر اور اس کی مخالف سمت میں ہونا چاہیئے۔

ایسے سرکٹ کے لئے ای۔ایم۔ایف مساوات اس طرح لکھا جا سکتا ہے

$$e = E_m \sin \omega t = L \frac{di}{dt} \quad \text{-------} 211$$

چونکہ $\sin$ سنہ کی قدر اس وقت بیش ترین ہوتی ہے جب $\omega t = \pi/2$ ، اس لئے مندرجہ بالا مساوات $\frac{\pi}{2}$ ریڈین پر اسی وقت مکمل اترے گا جب $\frac{di}{dt}$ بیش ترین ہو یا جب کرنٹ i صفر کے برابر ہو (کیونکہ کرنٹ میں تبدیلی بیش ترین اس وقت ہوتی ہے جب یہ صفر سے گزرتی ہے) اس کا مطلب یہ ہے کہ جب i صفر ہوتی ہے تو e بیش ترین ہوتا ہے اور جب i بیش ترین ہوتی ہے تو e صفر ہوتا ہے، دوسرے الفاظ میں وولٹیج اور کرنٹ ایک دوسرے سے $90°$ یا $\frac{\pi}{2}$ ریڈین سے مختلف ہیئتہ ہوتے ہیں۔

مساوات 211 کو کرنٹ تبدیلی کی شکل میں لکھنے پر

$$di = \frac{E_m}{L} \sin \omega t \, dt$$

دونوں جانب کی تکمیل کرنے پر

$$i = -\frac{E_m}{\omega L} \cos \omega t \quad \text{--------} 212$$

لیکن

$$-\cos \omega t = \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$\therefore \quad i = \frac{E_m}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2) \quad \text{------} 213$$

ترغیبیہ سرکٹ کے لئے مساوات 213 ایک بنیادی فارمولا ہے جو صرف یہی نہیں بتاتا کہ کرنٹ وولٹیج کے مقابلہ میں $\frac{\pi}{2}$ ریڈین سے مختلف ہیئتہ ہے بلکہ $\frac{\pi}{2}$ سے پہلے منفی نشان یہ بھی بتاتا ہے کہ کرنٹ وولٹیج کے مقابلہ میں پس قدم ہے۔ شکل [100b] میں e اور i کا یہ رشتہ بخوبی دکھایا گیا ہے۔

شکل (100C) کرنٹ I کے وولٹیج E سے پس قدم ہونے کے فیزر ڈائیگرام کو ظاہر کرتا ہے ۔

مساوات 213 سے ظاہر ہے کہ

$$I_m = \frac{E_m}{\omega L}$$

$$\text{یا} \quad \omega L = \frac{E_m}{I_m} \quad \text{---------} 214$$

چونکہ وولٹ اور ایمپیر کی نسبت سے ہمیں کرنٹ کے لئے مزاحمت 'اوم' میں ملتی ہے ۔ اس لئے ωL کو اوم میں ناپتے ہیں ۔ ωL کو ہم ترغیبی نا اہلیت کہتے ہیں اور اسے علامت X_L سے ظاہر کرتے ہیں ۔

$$\therefore \; X_L = \omega L = 2\pi f L \quad \text{اوم} \quad \text{-----} 215$$

مساوات 215 سے ظاہر ہے کہ ترغیبی نا اہلیت تواتر پر منحصر ہوتی ہے اور تواتر بڑھنے سے وہ بھی بڑھتی ہے ۔

کرنٹ اور عائد وولٹیج کا فیزر ڈائیگرام کھینچتے وقت اگر کرنٹ فیزر کو حوالی فیزر تصور کریں یعنی اگر اسے X محور پر کھینچیں تو عائد وولٹیج Y محور پر ہوگا اور عائد وولٹیج کا فیزر مساوات مندرجہ ذیل ہوگا

$$\vec{E_L} = j X_L \vec{I} \quad \text{--------} 216$$

اگر مساوات 214 میں $E_m = \sqrt{2}\, E_{rms}$ اور $I_m = \sqrt{2}\, I_{rms}$ کے برابر رکھیں تو ہم دیکھتے ہیں کہ موثر وولٹیج اور موثر کرنٹ کی نسبت بھی ترغیبی نا اہلیت کے برابر ہوتی ہے

$$X_L = \omega L = \frac{E_m}{I_m} = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} \quad \text{-----} 217$$

ترغیبی نا اہلیت کا مقلوب ترغیبی اہلیت ہوتی ہے اور اس کی اکائی "مہو" (mho)

ہے۔ اسے علامت B_L سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہٰذا

$$B_L = \frac{1}{X_L}$$

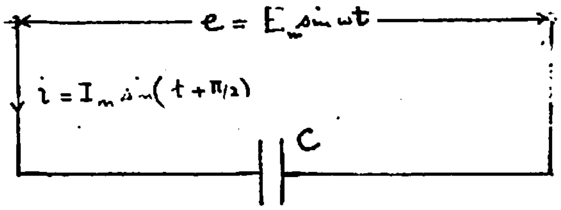
$$= \frac{1}{2\pi f L} \quad \text{مہو} \quad \text{-----} 21B$$

8.4۔ خالص صلاحیتی سرکٹ

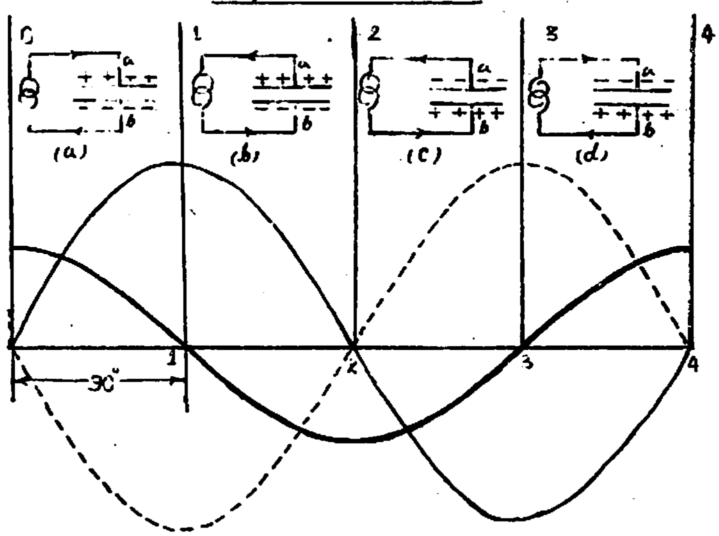
راست کرنٹ سرکٹ میں جس وقت سرکٹ کو بند کرتے ہیں یا توڑتے ہیں تو لمحاتی کرنٹ (نقل کرنٹ) کپیسیٹر میں ہو کر بہتی ہے اس کے علاوہ باقی اوقات میں کنڈنسر ایک کھلے سرکٹ کے طور پر کام کرتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ چارجنگ کرنٹ صرف اس وقت بہتی ہے جب کنڈنسر کی پلیٹوں کے درمیان وولٹیج بدل رہا ہو۔ کرنٹ کی وجہ سے چارج پلیٹوں پر جمع ہوتا ہے اور ان کے درمیان مضمر فرق پیدا ہو جاتا ہے جو عائد وولٹیج کو بدلنے سے روکتا ہے اس لئے چارج کی وجہ سے کنڈنسر پر پیدا ہوا مضمر فرق عائد وولٹیج کے نقطہ نظر سے ایک مخالف ای۔ایم۔ایف کا کام کرتا ہے۔ [شکل 101] چونکہ عائد وولٹیج لگاتار بدلتا رہتا ہے اس لئے کسی متبادل کرنٹ سرکٹ میں جس میں ایک کنڈنسر لگا ہو، کرچاف کے وولٹیج قانون کے مطابق ہر لمحہ کنڈنسر کی پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق اس لمحہ عائد وولٹیج کے برابر ہوتا ہے ($e_c = e$) لیکن کنڈنسر کی پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق بدلتے رہنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ کنڈنسر چارج اور ڈسچارج ہو۔ لہٰذا کنڈنسر کی پلیٹوں کے درمیان سائن لہر وولٹیج عائد کرنے پر چارج اور ڈسچارج کرنٹ کی سائکل پیدا ہوتی ہے اور پلیٹوں کی قطبیت میں دوری تبدیلی ہوتی ہے۔ شکل (101 b) میں عائد وولٹیج، کپیسیٹر وولٹیج اور کپیسیٹر کرنٹ کو دکھایا گیا ہے۔ شکل سے ظاہر ہے کہ کپیسیٹر کرنٹ عائد وولٹیج یا کپیسیٹر وولٹیج سے 90° مختلف ہیئت ہے۔

فرض کیجئے کہ عائد وولٹیج

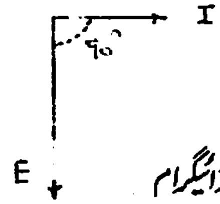
$$e = E_m \sin \omega t$$



شکل [101(a)] - کپیسیٹر سرکٹ



(b) لہر ڈائیگرام



(c) فیزر ڈائیگرام

شکل 101 - خالص صلاحیتی سرکٹ کے حالات کو واضح کرنے والے ڈائیگرام

اس لئے کپیسیٹر وولٹیج

$$e_c = - E_m \sin \omega t$$

چونکہ کسی بھی کپیسیٹر کے لئے

$$q = CV$$

جس میں C کپیسیٹر کی صلاحیت، V پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق اور q پلیٹ پر چارج کو بتاتا ہے۔ اس لئے

$$\frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt}$$

لیکن

$$i = \frac{dq}{dt}$$

اس لئے کپیسیٹر کرنٹ

$$i_c = C\frac{dv}{dt}$$

$$= -C\frac{de_c}{dt} \quad \text{-------} \; 2.19$$

چارجنگ کرنٹ کی سمت ہمیشہ ایسی ہوتی ہے کہ اس کی وجہ سے پلیٹوں پر جمع ہونے والا چارج پلیٹوں کے درمیان پیدا ہوئے مضمر فرق کو عائد وولٹیج کے برابر کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ دوسرے الفاظ میں یہ سپلائی وولٹیج کو بدلنے سے روکتا ہے۔ مساوات 2.19 میں نفی کا نشان اسی بات کو ظاہر کرتا ہے۔ اس لئے

$$i_c = -C\frac{d}{dt}(-E_m \sin \omega t)$$

$$= \omega C E_m \cos \omega t \qquad (\text{چونکہ } e = -e_c)$$

$$= \omega C E_m \sin(\omega t + \pi/2) \text{----} \; 2.20$$

مساوات 2.20 سے ظاہر ہے کہ کپیسیٹر کرنٹ بھی سائن خم نما اور عائد وولٹیج یا کپیسیٹر وولٹیج سے 90° پیش قدم ہے۔ i_c کا e_c (یا e) سے پیش قدم ہونے کا فیز ڈائیگرام شکل [(c,a) 101] میں دکھایا گیا ہے۔

کرنٹ کی بیش ترین قدر

$$I_m = \omega C E_m \quad \text{---------} \; 2.21$$

$$\text{یا} \quad \frac{1}{\omega C} = \frac{E_m}{I_m} \quad \text{---------} 222$$

چونکہ وولٹ اور ایمپیر کی نسبت "اوم" ہوتی ہے اس لئے مقدار $\frac{1}{\omega C}$ کی اکائی 'اوم' ہوگی۔ مقدار $\frac{1}{\omega C}$ کو صلاحیتی نااہلیت کہتے ہیں اور اسے X_C سے ظاہر کرتے ہیں۔ چنانچہ

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad \text{اوم} \quad \text{-----} 223$$

مساوات 223 سے ظاہر ہے کہ صلاحیتی نااہلیت تواتر کے مقلوب تناسب میں ہوتی ہے۔

X_L کی طرح X_C بھی وولٹیج اور کرنٹ کی موثر قدروں کی نسبت کے برابر ہوگی۔ چنانچہ

$$X_C = \frac{E_m}{I_m} = \frac{E_m/\sqrt{2}}{I_m/\sqrt{2}} = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} \quad \text{اوم}$$

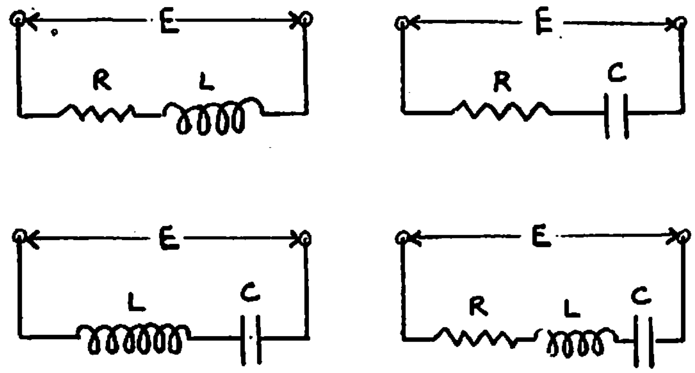
صلاحیتی نااہلیت کے مقلوب کو صلاحیتی اہلیت کہتے ہیں اور اسے B_C سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس کی اکائی 'مہو' ہوتی ہے۔ لہذا

$$B_C = \frac{1}{X_C}$$
$$= 2\pi f C \quad \text{--------} 224$$

مساوات 224 میں C کو فیرڈ اور f کو ہرٹز میں ناپتے ہیں۔

8.5۔ سلسلہ سرکٹ :

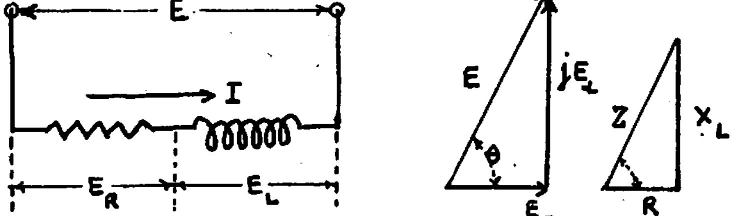
R، L اور C کے سلسلہ وار جوڑ پر مشتمل چار طرح کے سرکٹ ممکن ہیں۔ جنہیں شکل [102] میں دکھایا گیا ہے۔ اگر سرکٹ عناصر کو مثالی تصور کیا جائے تو ایسے سرکٹ میں سائن لہر وولٹیج عائد کرنے پر کرنٹ بھی سائن خم نما ہوگی۔



شکل 102۔ چار بنیادی سلسلہ سرکٹ

سلسلہ R-L سرکٹ :

فرض کیجیے کہ مزاحمت (R) اور ترغیبیہ (L) کے سلسلہ وار جوڑ پر ایک سائن خم نما ای۔ایم۔ایف عائد کیا جاتا ہے۔ [شکل 103] اس سرکٹ سے متعلق مندرجہ ذیل باتیں



(a) سرکٹ ڈائیگرام (b) وولٹیج مثلث (c) مقاومت مثلث

شکل 103۔ سلسلہ R-L سرکٹ

قابل غور ہوں گی۔

(i) سرکٹ کے سبھی اجزا میں سے مشترک کرنٹ بہے گی۔ جو سائن خم نما ہوگی اور عائد وولٹیج کے ہم ہیئت نہیں ہوگی۔

(ii) مزاحمہ کے سروں کے درمیان وولٹیج گراؤ E_R (یعنی IR گراؤ) کرنٹ کے ہم ہیئت ہوگا۔

(iii) ترغیبیہ کے سروں کے درمیان وولٹیج گراؤ E_L (یعنی IX_L گراؤ) کرنٹ سے $90°$ پیش قدم ہوگا۔

(iv) کرچاف وولٹیج قانون کے مطابق عائد وولٹیج $\vec{E}$ ان دونوں وولٹیج اجزا $\vec{E_R}$ اور $\vec{E_L}$ کے مجموعہ کے برابر ہوگا۔ یعنی $\vec{E} = \vec{ER} + \vec{E_L}$

سلسلہ سرکٹ میں کرنٹ کو حوالی فیزر مانتے ہیں۔ اس طرح فیزر ترمیم میں یہ تمام وولٹیج مندرجہ ذیل طریقہ پر ظاہر کئے جاتے ہیں۔

$$\vec{E_R} = R\vec{I} \qquad \text{(کرنٹ کے ہم ہیت)} \quad \text{------}225$$

$$\vec{E_L} = jx_L\vec{I} \qquad \text{(کرنٹ کے 90° پیش قدم)} \quad \text{-----}226$$

$$\therefore \vec{E} = \vec{I}(R + jx_L)$$

$$= \vec{I}\vec{Z} \quad \text{------}227$$

شکل (103b) ان سبھی وولٹیج کی موثر قدروں کا فیزر ڈائیگرام ہے۔

فیزر $\vec{Z} = R + jx_L$ کو سرکٹ کا فیزر مقاومت کہتے ہیں۔

عائد وولٹیج کرنٹ سے $\theta°$ سے پیش قدم ہوتا ہے۔ θ کو ہیت زاویہ کہتے ہیں اور اسے ٹینجینٹ کی شکل میں مندرجہ ذیل طور پر ظاہر کرتے ہیں۔

$$\tan\theta = \frac{E_L}{E_R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\text{ناالیت}}{\text{مزاحمت}} \quad \text{------}228$$

عائد وولٹیج کی قدر اس قائمہ زاویہ مثلث کا وتر ہوتی ہے جس کے $\vec{E_R}$ اور $\vec{E_L}$ اضلاع ہیں۔ یعنی

$$E = \sqrt{(RI)^2 + (X_L I)^2}$$

$$= I\sqrt{R^2 + X_L^2} \quad \text{---------} 229$$

$$= IZ \quad \text{-------} 230$$

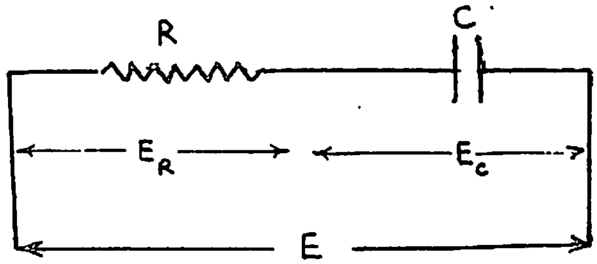
جہاں $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ سرکٹ کی مقاومت ہے جسے اوم میں ناپتے ہیں۔ وولٹیج مثلث (شکل (103 b) کے ہر ضلع کو اگر کرنٹ سے تقسیم کریں تو ہمیں شکل (103C) میں دکھایا گیا مثلث ملتا ہے۔ اس مثلث کو مقاومت مثلث کہتے ہیں۔ جس میں پیمانہ کے مطابق قاعدہ کی لمبائی مزاحمت (اوم میں) ہوتی ہے۔ متصل ضلع کی لمبائی اوم میں نااہلیت ہوتی ہے اور وتر کی لمبائی سرکٹ کی مقاومت (اوم میں) ہوتی ہے۔ اس طرح

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

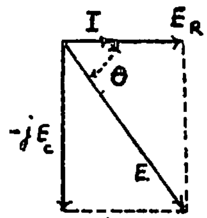
(مقاومت)^2 = (مزاحمت)^2 + (نااہلیت)^2

سلسلہ R_C سرکٹ :۔

اگر ایک مزاحمہ (R) اور کپیسیٹر (C) سلسلہ وار جُڑے ہوں [شکل (a)104] تو



(a) سرکٹ ڈائیگرام



(b) فیزر ڈائیگرام

<u>شکل 104 ۔ سلسلہ R_C سرکٹ</u>

اس ترکیب کے سروں پر متبادل وولٹیج عائد کرنے پر دونوں میں سے ایک ہی کرنٹ بہتی ہے۔ اگر کرنٹ کو حوالی فیزر مان لیں تو عائد وولٹیج $\vec{E}$ کے دو جز $\vec{E_R}$ اور $\vec{E_c}$ ایسے ہوں گے کہ

$$\vec{E_R} = \vec{I}R \qquad \text{(کرنٹ کے ہم ہیئت)}$$

$$\vec{E_c} = jX_c\vec{I} \qquad \text{(کرنٹ سے °90 پس قدم)}$$

جبکہ $\vec{E_R}$ مزاحمت R کے سروں کے درمیان مضمر فرق اور $\vec{E_c}$ کپیسیٹر کی پلیٹوں کے درمیان مضمر فرق ہے۔ چنانچہ کرچاف قانون کے مطابق

$$\vec{E} = R\vec{I} - jX_c\vec{I}$$

$$= \vec{I}(R - jX_c) = \vec{I}.\vec{Z} \quad \text{------} 231$$

جہاں x_c جز R سرکٹ کی فیز رمقاومت ہے۔ عائد وولٹیج کرنٹ سے θ° پس قدم ہوگا۔ ہیت زاویہ θ کی قدر مندرجہ ذیل عبارت سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$\tan\theta = \frac{-E_c}{E_R} = \frac{-X_c}{R} \quad ------232$$

وولٹیج اور کرنٹ کے اس ہیت رشتہ کو فیزر ڈائیگرام [شکل (b) 104] میں دکھایا گیا ہے۔ عائد وولٹیج کی قدر $\vec{E_c}$ اور $\vec{E_R}$ ضلع والے قائمہ زاویہ مثلث کا وتر ہوگی۔ لہذا

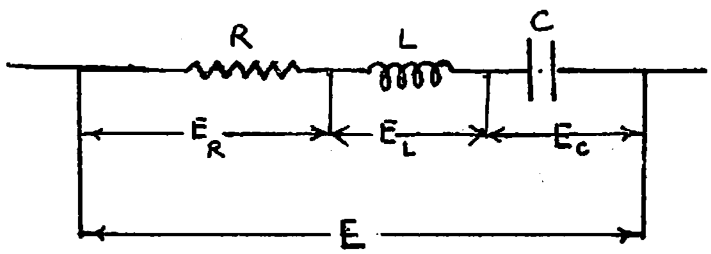
$$E = I\sqrt{R^2+X_c^2} \quad -------232$$

$$= IZ \quad -------234$$

جس میں $Z = \sqrt{R^2+X_c^2}$ سرکٹ کی مقاومت ہے۔

سلسلہ R_L_C سرکٹ:

ایک ایسے سرکٹ پر غور کیجئے، جس میں مزاحمت، ترغیبیہ اور کپیسیٹر سلسلہ وار جڑے ہوں۔



(a) سرکٹ ڈائیگرام

شکل 105۔ سلسلہ R_L_C سرکٹ

سلسلہ سرکٹ میں ہر حصہ کے لئے کرنٹ ایک سی ہوتی ہے۔ اس لئے کرنٹ کو X محور پر حوالی فیزر مان کر فیزر ڈائیگرام کھینچتے ہیں۔

جیسا کہ ہم دیگر سلسلہ سرکٹ میں پڑھ چکے ہیں۔ یہاں بھی عائد وولٹیج، مزاحمت، ترغیبیہ اور کپیسیٹر کے سروں کے درمیان وولٹیج گراوٹ کے مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اب چونکہ

$\vec{E}_R = R\vec{I}$ (کرنٹ کے ہم ہیت)

$\vec{E}_L = +jX_L\vec{I}$ (کرنٹ سے 90° پیش قدم)

$\vec{E}_C = -jX_C\vec{I}$ (کرنٹ سے 90° پس قدم)

اور چونکہ کل عائد وولٹیج ان سب کا فیزر مجموعہ ہوگا اس لئے

$$\vec{E} = \vec{I}\left[R + j(X_L - X_C)\right] \text{ ------ } 235$$

$$= \vec{I}(R + jX) \text{ ------ } 236$$

جہاں $X = X_L - X_C$ کے سرکٹ کی کل ناہلیت ہے اور یہ ترغیبی ناہلیت اور صلاحیتی ناہلیت کے الجبریائی جوڑ کے برابر ہوتی ہے اور

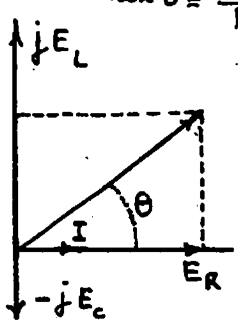
$$\vec{Z} = R + jX$$

اس کو سرکٹ کی فیزر معاوقت کہتے ہیں۔
مساوات 235 کے مطابق عائد وولٹیج کی قدر

$$E = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \text{ ------- } 237$$

اور ہیت زاویہ کا ٹینجینٹ

$$\tan\theta = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \text{ ---- } 238$$



شکل 105 (ط) فیزر ڈائیگرام R.L.C سرکٹ

سرکٹ میں مختلف وولٹیج اور کرنٹ کا فیزر ڈائیگرام شکل [105(ط)] میں دکھایا گیا ہے۔
اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ عائد وولٹیج سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ سے θ زاویہ سے

مختلف ہیئتہ ہے۔ یہ زاویہ پیش قدمی کا زاویہ ہوگا اگر $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ مثبت ہو یعنی

$$\omega L > \frac{1}{\omega C}$$

اور اگر $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ کا منفی ہو یعنی $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ تو وولٹیج کرنٹ سے پس قدم ہوگا۔
ایک تیسری دلچسپ حالت وہ ہے جب $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ایسی حالت میں برقی گمک واقع ہوتا ہے۔ جس کا بیان آگے کیا جائے گا۔

مساوات 236 ایک طرح سے اوم قانون کو فیزری شکل میں بیان کرتا ہے جبکہ مساوات 237 اسی کا مطابق اسکیلر مساوات ہے۔ اس مساوات کے مطابق سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ

$$I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad \text{---------} \; 239$$

مثال۔ ایک سرکٹ میں 80 اوم مزاحم، 0.3 ہنری ترغیبیہ اور $50\,\mu f$ کپیسیٹر سلسلہ وار لگے ہوئے ہیں۔ اگر سرکٹ پر 120 وولٹ 60 سائکل کا وولٹیج عائد کیا جائے تو۔

(i) ترغیبی نااہلیت (ii) صلاحیتی نااہلیت (iii) سرکٹ مقاومت (iv) کرنٹ (v) مختلف اجزا کے سروں کے درمیان وولٹیج گراؤ (vi) کرنٹ کی مناسبت سے عائد وولٹیج کا ہیئت زاویہ معلوم کیجئے۔

حل۔

(i) ترغیبی نااہلیت $= X_L = 2\pi f L$

$$= 2\pi \times 60 \times 0.3 = 113 \text{ اوم}$$

(ii) صلاحیتی نااہلیت $\frac{1}{2\pi f C} = X_C =$

$$= \frac{106}{2\pi \times 60 \times 50} = 53 \text{ اوم}$$

(iii) $$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{80^2 + (113 - 53)^2}$$

$= 100$ اوم

$I = \frac{E}{Z} = \frac{120}{100} = 1.2$ ایمپیر (iv)

$E_R = IR = 1.2 \times 80 = 96$ وولٹ (v)

$E_L = IX_L = 1.2 \times 113 = 135.6$ وولٹ

$E_C = IX_C = 1.2 \times 53 = 63.6$ وولٹ

(vi) فیز ترتیم میں عائد وولٹیج

$$\vec{E} = 80 + j(113 - 53)$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{60}{80} = \tan^{-1} 0.66 = 33^\circ 28'$$

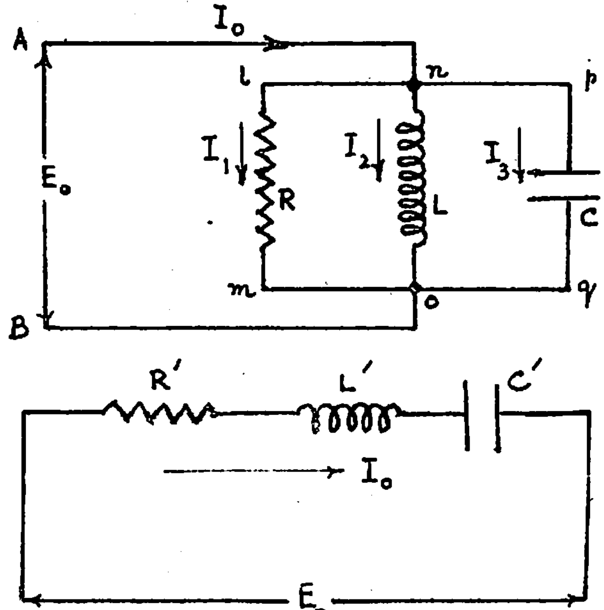
8.6۔ متوازی سرکٹ

متوازی سرکٹ ان سرکٹ کو کہتے ہیں جن میں دو یا زیادہ برانچوں پر ایک ہی عائد وولٹیج ہوتا ہے جیسا کہ شکل [106(a)] میں دکھایا گیا ہے۔ ایسے سرکٹ کو حل کرتے میں ایک ایسا واحد مرادف سلسلہ سرکٹ معلوم کرتے ہیں کہ جس کے سروں پر وہی وولٹیج عائد کرتے پر اس میں بہنے والی کرنٹ قدر اور ہیئت میں متوازی سرکٹ میں بہنے والی کل کرنٹ یعنی لائن کرنٹ (درآمد کرنٹ) کے برابر ہو۔

شکل [106(b)] شکل [106(a)] کا مرادف ہے۔ دونوں میں ایک دئے ہوئے عائد وولٹیج E_0 سے کل کرنٹ I_0 پیدا ہوتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ شکل (a) میں مختلف برانچوں کی کرنٹ کا فیز مجموعہ شکل (b) کے کرنٹ کے برابر ہوگا۔ ریاضیاتی طور پر

$$\vec{I_0} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$$

متوازی سرکٹ میں عائد وولٹیج سرکٹ کے سبھی عناصر کے لئے مشترک ہوتا ہے۔ جبکہ



(a) متوازی سرکٹ (b) متوازی سرکٹ کا مرادف سلسلہ سرکٹ

شکل ۱۰۶ ۔ متوازی سرکٹ اور اس کا مرادف سلسلہ سرکٹ

سلسلہ سرکٹ میں کرنٹ سبھی عناصر کے لئے مشترک ہوتی ہے۔ دونوں ہی حالتوں مشترک فیزر کو حوالی فیزر کے طور پر استعمال کر کے فیزر ڈائیگرام کھینچتے ہیں۔ سلسلہ سرکٹ میں کرنٹ کو حوالی فیزر لیتے ہیں اور متوازی سرکٹ میں عائد وولٹیج کو حوالی فیزر لیا جاتا ہے۔

کرچاف قوانین

راست کرنٹ سرکٹ میں وولٹیج اور کرنٹ اسکیلر مقداریں معمولی عدد ہوتی ہیں جبکہ متبادل کرنٹ سرکٹ میں وہ مخلوط اعداد ہوتی ہیں۔ متبادل کرنٹ سرکٹ جن قوانین کی پابندی کرتے ہیں وہ شکلاً راست کرنٹ سرکٹ قوانین کے مماثل ہوتے ہیں۔ فرق صرف یہ ہوتا ہے کہ متبادل کرنٹ مقداروں پر مختلف ریاضیاتی عمل فیزر الجبرا کے ذریعہ ہوتے ہیں جبکہ راست کرنٹ سرکٹ میں یہی ریاضیاتی اعمال اسکیلر مقداروں کے ساتھ ہوتے ہیں۔ دونوں طرح کے سرکٹ (a.c اور d.c) کے حل زیادہ تر اوم قانون اور کرچاف قوانین پر منحصر ہوتے ہیں۔ کرچاف قوانین جن کا اطلاق متبادل کرنٹ اور وولٹیج کی موثر قدروں کے لئے ہوتا ہے۔ مندرجہ ذیل طور پر بیان کئے جا سکتے ہیں۔

(۱) کسی ایک نقطہ تک بہنے والی سبھی کرنٹ کا فیزر مجموعہ صفر ہوتا ہے۔ علاماتی طور پر

$$\Sigma \vec{I} = 0 \qquad ------- 240$$

(2) کسی بھی بند سرکٹ میں سبھی ای۔ ایم۔ الیف کا فیزر مجموعہ صفر ہوتا ہے۔ سبھی ای۔ ایم۔ الیف سے مراد مقاومت میں جذب ہونے والے وولٹیج اور عائد و مخالف ای۔ ایم۔ الیف سے ہے۔ علاماتی زبان میں اس قانون کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$\Sigma \vec{E} = 0 \qquad -------241$$

ان قوانین کے استعمال کی وضاحت شکل [106 a] میں کی گئی ہے۔ اگر ہم n نقطہ پر غور کریں تو $\vec{I_0}$ نقطہ کی طرف جاری ہے جبکہ $\vec{I_1}$، $\vec{I_2}$ اور $\vec{I_3}$ اس نقطہ سے دور جاری ہیں۔ اس لیے پہلے قانون کے مطابق

$$\vec{I_0} - \vec{I_1} - \vec{I_2} - \vec{I_3} = 0$$

یا $\vec{I_0} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$

دوسرے قانون کو بند سرکٹ AnLmoB میں استعمال کرنے پر

$$\vec{E_0} - \vec{Z_1}\,\vec{I_1} = 0$$

یا $\vec{E_0} = \vec{Z_1}\,\vec{I_1}$

$$= \vec{Z_2}\,\vec{I_2}$$

$$= \vec{Z_3}\,\vec{I_3}$$

جس میں $\vec{Z_1}$، $\vec{Z_2}$ اور $\vec{Z_3}$ بالترتیب برانچ lm، no اور pq کے مقاومت ہیں۔ یہ قوانین متبادل کرنٹ سرکٹ سے متعلق سوالات حل کرنے میں بہت مفید ہیں۔ ان کی مدد سے برقی نظریہ اور برقی مشینوں کے کام کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔

متوازی سرکٹ سے متعلق چند اہم تعریفیں :-

مندرجہ ذیل تین مقداریں متوازی سرکٹ میں بہت اہم ہیں۔

(1) قبولیت جسے Y حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

(2) مفاہمت جسے G حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

(3) اہلیت جسے B حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

ان کی تعریفیں مندرجہ ذیل ہیں۔

مفاہمت :- کسی خالص مزاحمہ کی اپنے اندر سے کرنٹ گزارنے کی صلاحیت کی ناپ مفاہمت سے کی جاتی ہے۔ (اس کی تعریف مزاحمت کے مقلوب سے کی جاتی ہے) مفاہمت مزاحمت کا مقلوب ہوتا ہے۔ مفاہمت کو G سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{---------} 242$$

مفاہمت کی اکائی مہو (mho) ہے۔

قبولیت :- کسی سرکٹ کی اپنے سے ہو کر متبادل کرنٹ کو گزارنے کی مجموعی صلاحیت کو قبولیت کہتے ہیں۔ اسے Y حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مقاومت کا مقلوب ہوتا ہے۔ اسطرح

$$\vec{Y} = \frac{1}{\vec{Z}} \quad \text{---------} 243$$

اہلیت :- خالص ترغیبیہ یا کپیسیٹر کا متبادل کرنٹ کو گزارنے کی صلاحیت کو اس کی اہلیت کہتے ہیں۔ اسے B حرف سے ظاہر کرتے ہیں اور اس کی اکائی بھی مہو ہے۔ لہٰذا

$$B = \frac{1}{X} \quad \text{-------} 244$$

صلاحیتی اہلیت کو مثبت اور ترغیبی اہلیت کو منفی جانتے ہیں۔ جس طرح مقاومت Z کے دو جزو X اور R ہوتے ہیں۔ [شکل 107a] قبولیت Y کے بھی دو جزو G اور B ہوتے ہیں۔ جیسا کہ شکل [107(b)] میں دکھایا گیا ہے افقی جز مفاہمت (G) کہلاتا ہے اور عمودی جز اہلیت (B) کہلاتا ہے۔ شکل 107(b) سے ظاہر ہے کہ مفاہمت

$$G = Y \cos \phi$$

$$= \frac{1}{Z} \cdot \frac{R}{Z} = \frac{R}{Z^2} = \frac{R}{X^2 + R^2} \quad \text{مہو} \text{----}245$$

اسی طرح اہلیت

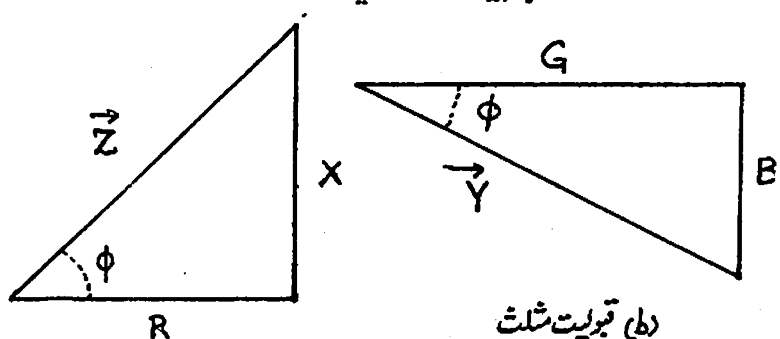
$$B = Y \sin \phi$$

$$= \frac{1}{Z} \cdot \frac{X}{Z} = \frac{X}{Z^2} = \frac{X}{R^2 + X^2} \quad \text{مہو} \text{-----}246$$

لہذا قبولیت

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad \text{-------------}247$$

صلاحیتی اہلیت کو مثبت اور ترغیبی اہلیت کو منفی مانتے ہیں۔



(a) مقاومت مثلث

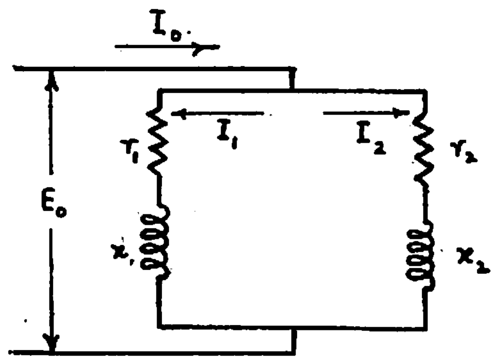
(b) قبولیت مثلث

شکل 107

متوازی جڑے مقاومت :۔

عام طور سے متوازی سرکٹ کے ہر برانچ کی کچھ مقاومت ہوتی ہے۔ یعنی ہر برانچ میں سلسلہ دار مزاحمہ اور ترغیبی نااہلیت یا مزاحمہ اور صلاحیتی نااہلیت یا سلسلہ دار مزاحمہ، ترغیبی نااہلیت اور صلاحیتی نااہلیت جڑے ہوئے ہو سکتے ہیں۔ چاہے جن عناصر سے کسی برانچ کی مقاومت بنتی ہو، مرادف سلسلہ سرکٹ معلوم کرنے کا طریقہ ہر حال میں ایک ہی ہے۔ کسی بھی برانچ میں

کرنٹ کا عائد وولٹیج سے پس قدم یا پیش قدم ہونا اس برانچ کی مقاومت کی فطرت پر منحصر ہوتا ہے۔
پس قدمی یا پیش قدمی کا زاویہ 90° سے -90° کے درمیان واقع ہوتا ہے۔
شکل [108] میں دکھائے گئے متوازی سرکٹ پر غور کیجیے جس میں دو برانچ ہیں۔



شکل 108 ۔ متوازی جڑے مقاومت

برانچ 1 میں مزاحمت r_1 ترغیبی نااہلیت X_1 کے سلسلہ وار جڑا ہے اور برانچ 2 میں مزاحمت r_2 کے سلسلہ وار ترغیبی نااہلیت X_2 ہے۔ ظاہر ہے کہ ہر برانچ میں کرنٹ عائد وولٹیج سے 90° سے کم پس قدم ہوگی۔ یہ زاویہ مندرجہ ذیل طریقہ سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$\tan\theta = \frac{x}{r}$$

مقاومت کو مخلوط ترقیم میں ظاہر کرنے پر۔

$$\vec{Z_1} = r_1 + jx_1$$

$$\vec{Z_2} = r_2 + jx_2$$

اوم قانون کے مطابق ہر برانچ میں کرنٹ مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$\vec{I_1} = \frac{\vec{E_o}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{E_o}}{r_1 + jx_1} \quad \text{-----}248$$

$$\vec{I_2} = \frac{\vec{E_o}}{\vec{Z_2}} = \frac{\vec{E_o}}{r_2 + jx_2} \quad \text{-----}249$$

کرنٹ مساوات کو ناطق بنانے پر (یعنی شمار کنندہ اور نسب نما کو نسب نما کے زوج سے ضرب کرنے پر)

$$\vec{I_1} = \frac{\vec{E_o}}{Y_1 + jX_1} \times \frac{Y_1 - jX_1}{Y_1 - jX_1} = \vec{E_o} \left(\frac{Y_1}{Y_1^2 + X_1^2} - j\frac{X_1}{Y_1^2 + X_1^2} \right)$$

$$= \vec{E_o} \, (g_1 - j b_1) \qquad \text{--------} 250$$

اور

$$\vec{I_2} = \frac{\vec{E_o}}{Y_2 + jX_2} \times \frac{Y_2 - jX_2}{Y_2 - jX_2} = \vec{E_o} \left(\frac{Y_2}{Y_2^2 + X_2^2} - j\frac{X_2}{Y_2^2 + X_2^2} \right)$$

$$= \vec{E_o} \, (g_2 - j b_2) \qquad \text{--------} 251$$

مساوات 250 اور 251 کو جوڑنے پر کل کرنٹ

$$\vec{I_o} = \vec{I_1} + \vec{I_2} = \vec{E_o} [g_1 + g_2 - j(b_1 + b_2)]$$

$$= \vec{E_o} [g_o - j b_o] \qquad \text{-------} 252$$

مندرجہ بالا عبارات میں

$$g_1 = \frac{Y_1}{Y_1^2 + X_1^2} = \text{برانچ 1 کی مفاہمت}$$

$$g_2 = \frac{Y_2}{Y_2^2 + X_2^2} = \text{برانچ 2 کی مفاہمت}$$

$$b_1 = \frac{X_1}{Y_1^2 + X_2^2} = \text{برانچ 1 کی اہلیت}$$

$$b_2 = \frac{X_2}{Y_2^2 + X_2^2} = \text{برانچ 2 کی اہلیت}$$

$$\vec{Y_1} = \frac{1}{\vec{Z_1}} = g_1 - j b_1 = \text{برانچ 1 کی فیزر قبولیت}$$

$$\vec{Y_2} = \frac{1}{\vec{Z_2}} = g_2 - j b_2 = \text{برانچ 2 کی فیزر قبولیت}$$

مکمل سرکٹ کے لئے مفاہمت g_o مختلف برانچوں کی مفاہمت کے جوڑ کے برابر ہوتی ہے اور اہلیت b_o مختلف برانچوں کی اہلیت کے جوڑ کے برابر ہوتی ہے۔ لہذا

$$g_o = g_1 + g_2 \qquad \text{---------} 253$$

$$b_0 = b_1 + b_2 \quad \text{---------} 254$$

اسی طرح سرکٹ کی کل قبولیت Y_0 مختلف برانچوں کی قبولیت کے جوڑ کے برابر ہوگی یعنی

$$\vec{Y_0} = \vec{Y_1} + \vec{Y_2} = g_0 - j\, b_0 \quad \text{-------} 255$$

قبولیت کی عددی قدر

$$Y = \sqrt{g_0^2 + b_0^2}$$

سرکٹ کی مرادف مقاومت مندرجہ ذیل ہوگی

$$\vec{Z_0} = \frac{\vec{E_0}}{\vec{I_0}}$$

مساوات 255 سے

$$\vec{Z_0} = \frac{1}{Y_0} = \frac{1}{g_0 - j b_0} \quad \text{-------} 256$$

مساوات 256 کو ناطق بنانے سے

$$= \frac{1}{g_0 - j b_0} \times \frac{g_0 + j b_0}{g_0 + j b_0}$$

$$= \frac{g_0}{g_0^2 + b_0^2} + j \frac{b_0}{g_0^2 + b_0^2}$$

$$= r_0 + j\, x_0 \quad \text{--------} 257$$

اس لئے سرکٹ کی مرادف مزاحمت

$$r_0 = \frac{g_0}{g_0^2 + b_0^2} \quad \text{--------} 258$$

اور سرکٹ کی مرادف ناالیت

$$X_0 = \frac{b_0}{g_0^2 + b_0^2} \quad \text{--------} 259$$

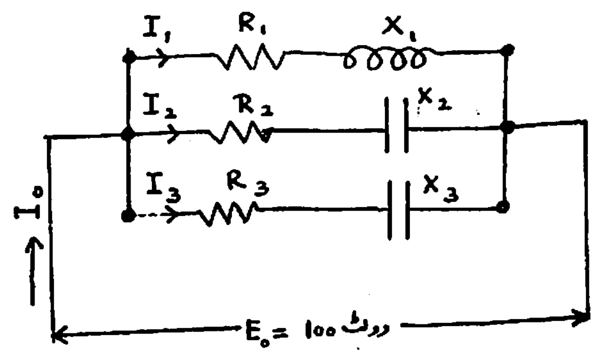
مساوات مقاومت کی عددی قدر

$$Z_0 = \sqrt{Y_0^2 + X_0^2} \qquad \text{---------} 260$$

یہ بات قابل غور ہے کہ مساوات 257 میں مرادف نااہلیت ترغیبی ہے کیونکہ X_0 سے پہلے j کا نشان مثبتی ہے۔

اگر مختلف برانچوں میں مزاحمت کے ساتھ ترغیبی نااہلیت کی بجائے صلاحیتی نااہلیت ہو تو ہر برانچ میں کرنٹ عائد وولٹیج سے 90° پیش قدم ہوگی اور کل کرنٹ بھی پیش قدم ہوگی۔ ایسے متوازی سرکٹ کی قبولیت، مرادف مقاومت، کرنٹ وغیرہ اسی طرح معلوم کی جا سکتی ہے جس طرح کہ ترغیبی سرکٹ کی۔

مثال۔ شکل [109] میں دکھائے گئے سرکٹ میں برانچ 1 ترغیبی اور برانچ 2 اور 3



شکل 109۔

صلاحیتی ہیں۔ اس میں مختلف عناصر کی قدریں مندرجہ ذیل ہیں

$R_1 = 3$ اوم

$R_2 = 4$ اوم

$R_3 = 2$ اوم

اور 60 سائکل پر نااہلیتوں کی قدریں بالترتیب $x_1 = 4$ ، $x_2 = 5$ اور $x_3 = 6$ اوم ہیں۔

۔اگر عائد وولٹیج 100 وولٹ 60 سائیکل ہو تو

(i) مرادف مقاومت (ii) درآمد کرنٹ (کل کرنٹ) (iii) مختلف برانچوں کی کرنٹ

اور (iv) سرکٹ کی قبولیت معلوم کیجئے۔

حل ۔ سوال کے مطابق

$$\vec{Z}_1 = 3 + j4$$

$$\vec{Z}_2 = 4 - j5$$

$$\vec{Z}_3 = 2 - j6$$

اس لئے

$$\vec{Y}_1 = \frac{1}{3+j4} = \frac{3}{25} - j\frac{4}{25} = 0.12 - j0.16$$

$$\vec{Y}_2 = \frac{1}{4-j5} = \frac{4}{41} + j\frac{5}{41} = 0.0976 + j0.122$$

$$\vec{Y}_3 = \frac{1}{2-j6} = \frac{2}{40} + j\frac{6}{40} = 0.050 + j0.150$$

$$\therefore \vec{Y}_0 = \vec{Y}_1 + \vec{Y}_2 + \vec{Y}_3 = 0.2676 + j0.112$$

∴ کل قبولیت $= Y_0 = \sqrt{(0.2676)^2 + (0.112)^2} = \sqrt{0.084} = 0.29$ مہو

چونکہ سرکٹ کی مرادف مقاومت کل قبولیت کی مقلوب ہوتی ہے اس لئے

$$\vec{Z}_0 = \frac{1}{\vec{Y}_0} = \frac{1}{0.2676 + j0.112}$$

$$= \frac{0.2676}{0.0840} - j\frac{0.112}{0.0840}$$

$$= 3.18 - j1.33$$

∴ سرکٹ کی کل مرادف مزاحمت $= Y_0 = 3.18$ اوہم

سرکٹ کی مرادف یا اہلیت $= X_0 = 1.33$ اوم

اسی لئے سرکٹ کی مرادف مقاومت

$$Z_0 = \sqrt{Y_0^2 + X_0^2}$$

$$= \sqrt{3.18^2 + 1.33^2}$$

$$= 3.45 \quad \text{اوم}$$

$\vec{I}_0 =$ درآمد کرنٹ (کل کرنٹ)

اب چونکہ

$$\vec{I}_0 = \vec{E}_0 \vec{Y}_0$$

$$= 100(0.2676 + j\,0.112)$$

$$= 26.8 + j\,11.2$$

$$\therefore \quad I_0 = \sqrt{(26.8)^2 + (11.2)^2}$$

$$= 29 \quad \text{ایمپیر}$$

اور $\tan\theta = \frac{11.2}{26.8} = 0.418$

$$\therefore \theta = 22^\circ\, 42'$$

لہذا کرنٹ وولٹیج سے $22^\circ 42'$ سے پیش قدم ہے۔

مختلف برانچوں کی کرنٹ مندرجہ ذیل ہوگی

$$\vec{I}_1 = \vec{E}_0 \vec{Y}_1 = 100(0.12 - j\,0.16) = 12 - j\,16.0$$

$$\vec{I}_2 = \vec{E}_0 \vec{Y}_2 = 100(0.0976 + j\,0.122) = 9.8 + j\,12.2$$

$$\vec{I_3} = \vec{E_0}\,\vec{Y_3} = 100(0.050 + j0.150) = 5.0 + j15.0$$

اس لئے ان کرنٹ کی قدریں

$I_1 = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ ایمپیر

$I_2 = \sqrt{9.8^2 + 12.2^2} = 9.27$ ایمپیر

$I_3 = \sqrt{5^2 + 15^2} = 1.6$ ایمپیر

——— ※ ——— ※ ——— ※ ———

باب ۹

برقی گمک

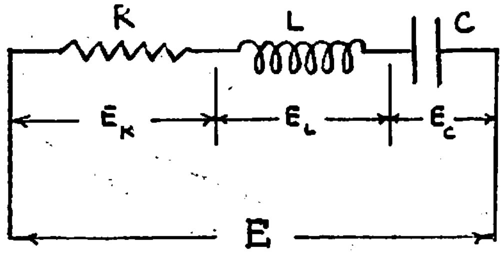
اب تک ہم نے جتنے سرکٹ کا ذکر کیا ہے ان میں ای۔ایم۔ایف کے ماخذ کا تواتر مستقل رہتا تھا۔ برقی پاور نظام میں یہ بات پائی جاتی ہے لیکن ریڈیو سرکٹ میں تواتر ایک اہم متغیرہ ہے۔ اس لئے اب ہم ایسے برقی سرکٹ کی فطرت کا مطالعہ کریں گے جس میں موثر وولٹیج تو مستقل رہتی ہے لیکن تواتر بدلتا ہے۔

اگر ایک تغیر پذیر تواتر ماخذ خالص مزاحمہ کے سروں پر لگایا جائے تو تواتر کی تبدیلی کا اثر کرنٹ کی قدر یا ہیئت پر ناقابل لحاظ ہوگا کیونکہ $I = E/R$ ۔ لیکن اگر یہی ماخذ ترغیبیہ کے سروں پر لگایا جائے تو چونکہ ترغیبی نااہلیت ($X_L = 2\pi f L$) تواتر کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے اس لئے تواتر کے بڑھنے سے ترغیبی نااہلیت بڑھے گی۔ اسی طرح کپیسیٹر کی نااہلیت ($X_C = \frac{1}{2\pi f C}$) تواتر کے بڑھنے سے گھٹتی ہے چونکہ یہ نااہلیت تواتر کے مقلوب تناسب میں ہوتی ہے۔

9.1۔ سلسلہ گمک :۔

اب ہم مزاحمہ، ترغیبیہ اور کپیسیٹر پر مشتمل ایک سلسلہ سرکٹ پر غور کریں گے۔ [شکل (a)110] جس میں ایک تغیر پذیر تواتر ماخذ لگا ہوا ہے جس کا موثر وولٹیج E ہے سرکٹ کی مقاومت مندرجہ ذیل عبارت سے معلوم ہو سکتی ہے۔

$$\vec{Z} = \left[\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\right] \tan^{-1} \angle (X_L - X_C)/R \quad \ldots\ldots 261$$



(a) سرکٹ ڈائیگرام

اگر سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ I ہو تو سرکٹ مقاومت کی قدر

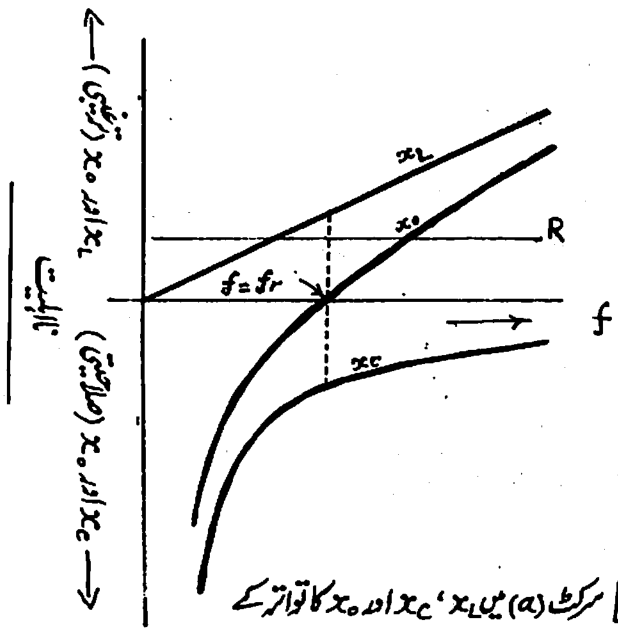
$$\frac{E}{I} = Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad \text{----------} 262$$

وولٹیج کی نسبت کرنٹ کا ہیئت زاویہ

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \qquad \text{------} 263$$

بہت کم تواتر پر X_L بہت کم اور X_C بہت زیادہ ہونے کی وجہ سے حاصل نااہلیت (X_0) صلاحیتی نااہلیت ہوگی اور کل مقاومت عملی طور پر X_C ہی کے برابر ہوگی۔ جیسے جیسے تواتر کو بڑھاتے ہیں X_L بڑھتا ہے اور X_C گھٹتا ہے یہاں تک کہ بہت زیادہ تواتر پر حاصل نااہلیت (X_0) ترغیبی رہ جاتی ہے۔ شکل [110 (b)] میں X_L، X_C اور R پر تواتر کی تبدیلی کے اثر کو دکھایا گیا ہے۔

شکل سے ظاہر ہے کہ مزاحمت پر تواتر کا اثر نہ ہونے سے اس کا گراف افقی خط مستقیم ہے۔ X_L تواتر کے سیدھے تناسب میں ہونے کی وجہ سے اس کا گراف ایک خط مستقیم ہے جو مبدا سے گزرتا ہے اور اس کا ڈھال کوائل کی ترغیبیہ کے متناسب ہوتا ہے۔ چونکہ حاصل نااہلیت معلوم کرنے کے لئے ہم X_L میں سے X_C کو گھٹاتے ہیں۔ اس بات کو ظاہر کرنے کے لئے X_C کو منفی Y محور پر کھینچا گیا ہے۔ اس کا گراف مستطیلی ہائپربولا ہے مرادف نااہلیت X_0 کم تواتر پر بہت منفی قدروں سے بدلتی ہوئی مثبت قدروں تک پہنچتی ہے جو بہت زیادہ تواتر پر تقریباً X_L کے برابر ہو جاتی ہے۔ جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے X_0 کا گراف بھی ہائپربولا ہے۔



شکل [110 (b)] سرکٹ (a) میں X_L، X_C اور X_0 کا تواتر کے ساتھ تبدیلی۔

شکل 110 - سلسلہ گمک

گراف سے ظاہر ہے کہ سرکٹ کی مرادف نااہلیت ایک مخصوص تواتر پر صفر کے برابر ہو جاتی ہے یعنی

$$X_0 = 0$$

یا $$X_L - X_C = 0$$

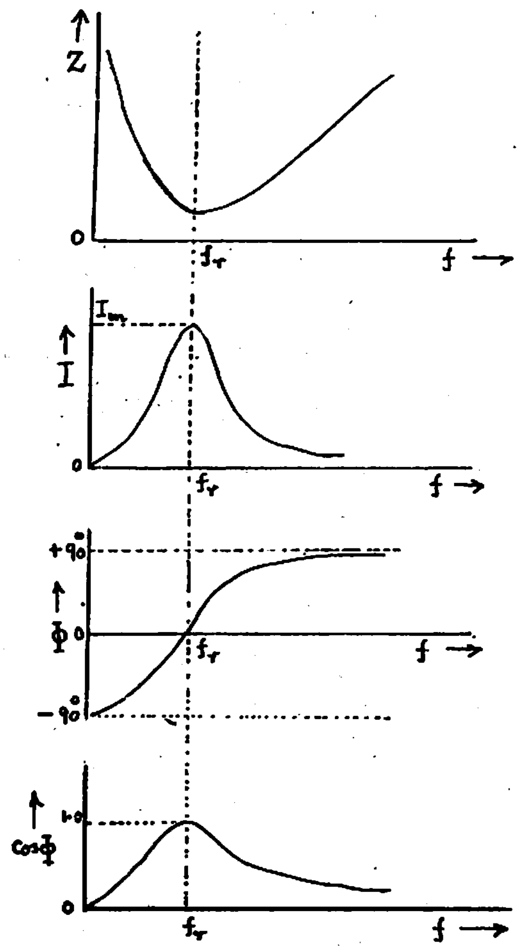
یا $$X_L = X_C$$

یا $$2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C}$$

$$\therefore \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{--------} \quad 264$$

اس حالت کو جب سرکٹ کی مرادف نااہلیت صفر ہو جاتی ہے برقی گمک کہتے ہیں۔

ایسے سرکٹ کو گمگی سرکٹ کہتے ہیں اور جس تواتر پر گمک واقع ہوتی ہے اسے گمگی تواتر f_r کہتے ہیں۔
مساوات 264 میں f_r ہرٹز میں، L ہنری میں اور C فیرڈ میں ناپے جاتے ہیں۔
مساوات 262 سے ظاہر ہے کہ گمک کی حالت میں سرکٹ مقاومت کمترین ہو جاتی ہے اور اس کی قدر صرف سرکٹ مزاحمت (R) کے برابر رہ جاتی ہے یعنی $Z = R$ ۔ ایسی حالت میں سرکٹ کرنٹ $I = E/R$ کی قدر بیشترین ہوتی ہے۔ شکل [111] میں مقاومت Z، کرنٹ کی وسعت، ہیئت زاویہ اور طاقت جزو ($\cos\phi$) پر تواتر کی تبدیلی کی اثر کو دکھایا گیا ہے۔



شکل 111 ۔ سلسلہ LCR سرکٹ کے تواتر خصوصیات

ان خموں کی شکلوں کو Z اور ϕ کی عبارات [مساوات 262 اور 263] سے مندرجہ ذیل طور پر اخذ کیا جاسکتا ہے۔

(i) اگر $f \to 0$ تو $\omega L \to 0$ اور $\frac{1}{\omega C} \to \infty$

لہذا $Z \to \infty$ ، $\phi \to (-90^\circ)$ اور $\cos\phi \to 0$ اور چونکہ $I \propto \frac{1}{Z}$ اسلئے $I \to 0$

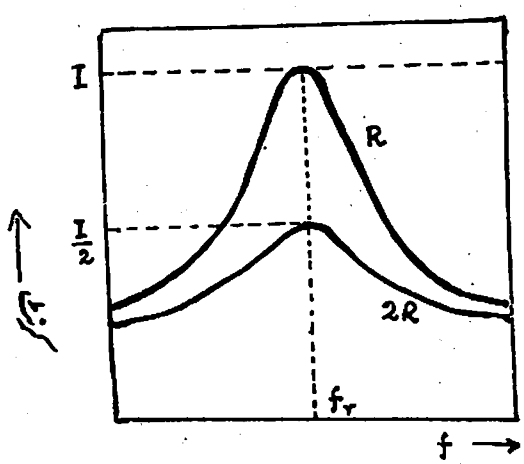
(ii) اگر $f \to \infty$ تو $\omega L \to \infty$ اور $\frac{1}{\omega C} \to 0$

لہذا $Z \to \infty$ ، $\phi \to (+90^\circ)$ اور $\cos\phi \to 0$ اور اسی طرح $I \to 0$

(iii) اگر $f \to f_r$ تو $\omega L - \frac{1}{\omega C} \to 0$

لہذا $Z \to R$ ، $\phi \to 0$ ، $\cos\phi \to 1$ اور $I \to I_m = \frac{E}{R}$ (بیش ترین کرنٹ)

چنانچہ گمک تواتر پر کرنٹ کی قدر بیش ترین ہوتی ہے اور یہ صرف سرکٹ مزاحمت پر منحصر ہوتی ہے گمک کی حالت میں سرکٹ مزاحمت کا کرنٹ پر اثر شکل [112] میں دکھایا گیا ہے۔

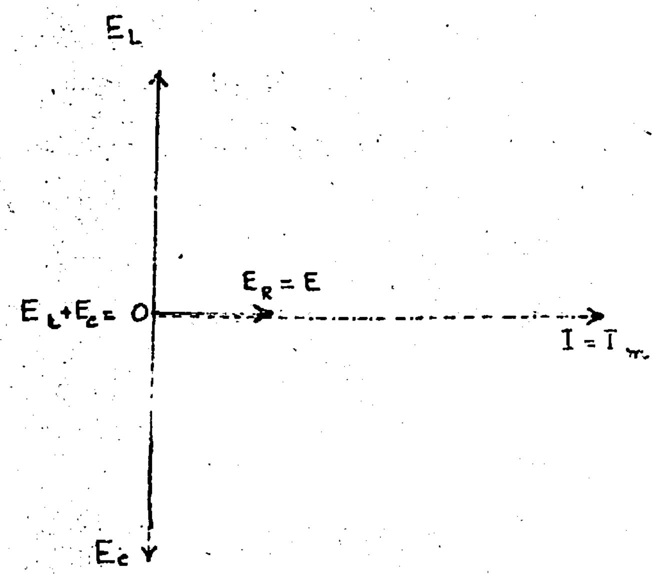


شکل 112۔ گمک کی تیزی پر مزاحمت کا اثر

ظاہر ہے کہ کم مزاحمت پر گمک زیادہ تیز (Sharp) ہوتی ہے اور زیادہ مزاحمت پر کرنٹ کا گراف زیادہ چپٹا ہوتا ہے۔ مزاحمت R سے 2R کرنے پر کرنٹ پہلے کے مقابلہ میں آدھی

رہ جاتی ہے۔

گمک کی حالت میں کرنٹ بیش ترین ہونے کی وجہ سے L اور C کے سروں پر بہت زیادہ وولٹیج پیدا ہو جاتی ہے جو عائد وولٹیج کی کئی گنا ہو سکتی ہے۔ اس سے سرکٹ جز ختم ہو سکتا ہے۔ وولٹیج E_L اور E_c ایک دوسرے کے برابر اور مخالف ہونے کی وجہ سے ایک دوسرے کو رد کر دیتے ہیں۔ اس طرح L اور C ایک ساتھ سرکٹ کا ایسا حصہ بناتے ہیں جس کے سروں پر کوئی وولٹیج نہیں پیدا ہوتی ہے چاہے کتنی ہی زیادہ کرنٹ کیوں نہ بہے۔ اس لئے سلسلہ گمک کو وولٹیج گمک بھی کہتے ہیں۔ L یا C کے سروں پر وولٹیج کے گمکی چڑھاؤ کو استعمال کرنے کے لئے برآمد (output) کو L یا C کے سروں کے درمیان جوڑنا چاہیئے۔ شکل (113) میں R، C اور L کے سروں پر وولٹیج اور سرکٹ



شکل 113 ۔ گمک پر سلسلہ LCR سرکٹ کا فیزر ڈائیگرام

کرنٹ کا فیزر ڈائیگرام دکھایا گیا ہے۔ چنانچہ گمک کی حالت میں

$$E_L = -E_c$$

اور $E = E_R$

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{اب چونکہ}$$

$$\therefore \quad E_L = I X_L = \frac{E}{R} . \omega_r L$$

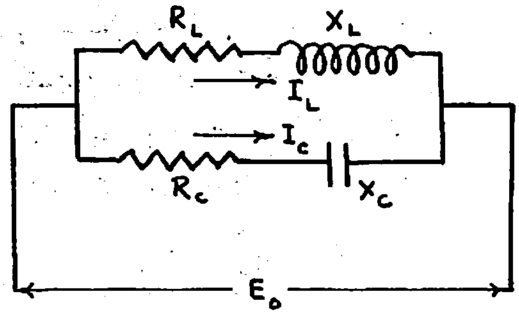
$$\text{یا} \quad \frac{E_L}{E} = \frac{\omega_r L}{R} = Q_o \quad \text{--------} 265$$

یہ نسبت گمک کی وجہ سے وولٹیج کی افزائش کو بتاتی ہے۔ اس کی قدر زیادہ تر کوائل کی ڈیزائن پر منحصر ہوتی ہے۔ اچھی طرح سے ڈیزائن کئے گئے کوائل سے گمک پر وولٹیج کی افزائش 200 یا اس سے زیادہ ہو سکتی ہے۔ اس نسبت کو کوائل کا Q ۔ جزو کہتے ہیں۔ چونکہ $E_L = E_C = Q_o E$ ، لہذا ایک سرکٹ جس کا گمک پہ Q جزو 100 ہو، کپیسیٹر یا ترغیبیہ کے سروں پر 100 μV پیدا کرے گا اگر عائد وولٹیج V_{rms} 1 μ ہو۔

سلسلہ گمکی سرکٹ انتخابیت کا مظاہرہ بھی کرتا ہے۔ اگر متبادل کرنٹ سپلائی کا تواتر تبدیل کیا جائے یا اگر سپلائی کے تواتر کے بہت سے اجزا ہیں (ریڈیو ایریل اس کی مثال ہے) تو سپلائی کے سروں سے جوڑے گئے سلسلہ R-L-C سرکٹ کا تاثر صرف اس تواتر کے لئے بیشترین ہوگا جو گمک تواتر کے نزدیک یا اس کے برابر ہو۔ یعنی اس سرکٹ میں سے بیشترین کرنٹ گزرے گی اور اس کے ترغیبیہ کے سروں پر بیشترین وولٹیج پیدا ہوگا۔ لہذا ایسے سرکٹ کو قبول کار سرکٹ کہتے ہیں۔

9.2۔ متوازی گمک :۔

ہم مطالعہ کر چکے ہیں کہ کسی ترغیبی کوائل کی نا اہلیت تواتر کے سیدھے تناسب میں ہوتی ہے۔ جبکہ کپیسیٹر کی نا اہلیت تواتر کے مقلوب تناسب میں ہوتی ہے۔ لہذا جب کسی ترغیبی سرکٹ کو کسی صلاحیتی سرکٹ کے متوازی جوڑا جاتا ہے جیسا کہ شکل 9.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اور عائد وولٹیج کے تواتر کو دھیرے دھیرے کم قدر سے زیادہ قدر کی طرف بڑھایا جاتا ہے تو ترغیبی برانچ کی مقاومت بڑھتی ہے لیکن صلاحیتی برانچ کی مقاومت گھٹتی ہے۔ اس طرح اگر عائد وولٹیج مستقل رہے تو تواتر بڑھنے کے ساتھ ترغیبی برانچ میں کرنٹ کم ہوتی جائے گی اور صلاحیتی برانچ میں کرنٹ بڑھتی جائے گی۔



شکل (a) 114۔ متوازی ٹنگ سرکٹ

ہر برانچ میں فیزر کرنٹ عائدہ وولٹیج اور اس برانچ کی قبولیت کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔ اس لئے اگر $\vec{I_L}$ اور $\vec{I_C}$ بالترتیب ترغیبی اور صلاحیتی برانچوں کی کرنٹ ہو تو۔

$$\vec{I_L} = \left(\frac{R_L}{R_L^2+X_L^2} - j\frac{X_L}{R_L^2+X_L^2}\right)\vec{E_o} = (g_1 - jb_1)\vec{E_o}$$

$$\vec{I_C} = \left(\frac{R_C}{R_C^2+X_C^2} + j\frac{X_C}{R_C^2+X_C^2}\right)\vec{E_o} = (g_2 + jb_2)\vec{E_o}$$

اور لائن کرنٹ

$$\vec{I_o} = \vec{I_L} + \vec{I_C}$$

$$= \left[g_1 + g_2 + j(b_2 - b_1)\right]\vec{E_o}$$

ترغیبی برانچ میں کرنٹ کا ناہل جز عائد وولٹیج سے 90° سے پس قدم ہے اور صلاحیتی برانچ میں کرنٹ کا ناہل جز عائد وولٹیج سے 90° سے پیش قدم ہے۔ یہ دونوں جز مندرجہ ذیل ہیں۔

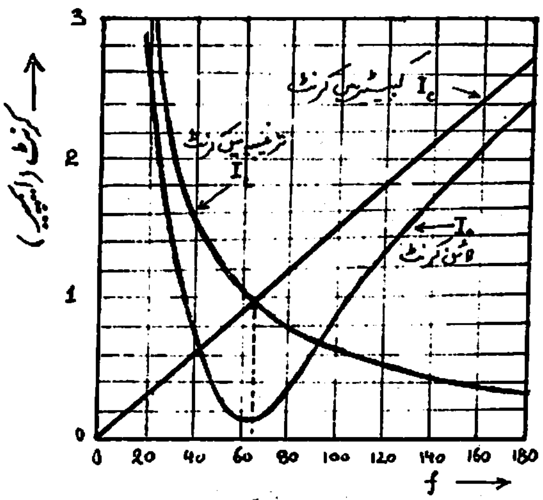
$$\vec{I}_{b(L)} = -jb_1\vec{E_o}$$

اور $$\vec{I}_{b(C)} = +jb_2\vec{E_o}$$

تواتر بڑھانے سے پہلا جز گھٹتا ہے اور دوسرا جز بڑھتا ہے اور کسی ایک تواتر پر دونوں اجزا کی قدریں ٹھیک برابر ہو جاتی ہیں۔ اس تواتر کو گمک تواتر کہتے ہیں۔ گمک تواتر پر کرنٹ کے نااہل اجزا کا جوڑ صفر کے برابر ہوتا ہے۔ درآمد یا لائن کرنٹ میں کوئی نااہل جز موجود نہیں ہوتا ہے۔ کیونکہ ایسی حالت میں لائن کرنٹ

$$\vec{I_0} = (g_1 + g_2)\ \vec{E_0}$$

اور اس طرح لائن کرنٹ اور وولٹیج فیزر ایک دوسرے کے ہم ہیئتی ہوتے ہیں۔ اگر سرکٹ کی مزاحمت نااہلیت کے مقابلہ میں کم ہو تو لائن کرنٹ گمک تواتر پر تقریباً صفر کے برابر ہوتی ہے۔ جیسا کہ شکل 114(ط) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 114(ط)۔ کرنٹ گمک

اسے ہم کرنٹ گمک کہتے ہیں۔ ہر حال میں گمک تواتر کے بہت قریب کسی تواتر پر لائن کرنٹ کی قدر کمترین ہوتی ہے۔

سرکٹ مستقلوں (R، L اور C) کی شکل میں گمک تواتر کو معلوم کیا جا سکتا ہے۔ گمک تواتر پر

$$\vec{I}_{b(L)} + I_{b(C)} = j\vec{E_0}(-b_1 + b_2) = 0$$

$$\therefore \; b_1 = b_2$$

یا $\dfrac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} = \dfrac{X_C}{R_C^2 + X_C^2}$

چونکہ $X_L = 2\pi f L$ اور $X_C = \dfrac{1}{2\pi f C}$ ، اس لئے

$$\frac{\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} = \frac{1/\omega C}{R_C^2 + 1/\omega^2 C^2} \text{------} 266$$

مساوات 266 کو حل کرکے ٹنگ تواتر نکالا جاسکتا ہے۔
اس کو حل کرنے پر۔

$$\frac{\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} = \frac{1}{\dfrac{\omega C(\omega^2 C^2 R_C^2 + 1)}{\omega^2 C^2}}$$

یا $\dfrac{\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} = \dfrac{\omega C}{\omega^2 C^2 R_C^2 + 1}$

یا $\omega^2 C^2 R_C^2 L + L = C R_L^2 + \omega^2 L^2 C$

یا $\omega^2 (C R_C^2 - L) LC = C R_L^2 - L$

یا $\omega^2 = \dfrac{C R_L^2 - L}{LC(C R_C^2 - L)}$

$$\therefore \; \omega = \sqrt{\frac{C R_L^2 - L}{LC(C R_C^2 - L)}}$$

$$\therefore \; f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{C R_L^2 - L}{C R_C^2 - L}} \text{-------} 267$$

اس طرح کے سرکٹ کو متوازی ٹنگ سرکٹ کہتے ہیں اور چونکہ یہ سرکٹ کرنٹ کے بہاؤ کو رد کرتا ہے (کرنٹ کو کمترین کر دیتا ہے) اس لئے اس کو ردکار سرکٹ بھی کہتے ہیں۔

——— ✳ ———

باب ۱۰

متبادل کرنٹ سرکٹ میں طاقت

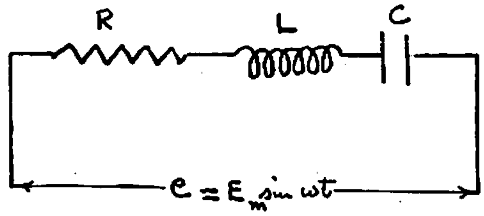
ہم یہ مطالعہ کر چکے ہیں کہ راست کرنٹ سرکٹ میں خرچ ہوئی طاقت کو عائد وولٹیج اور سرکٹ کرنٹ سے ضرب کر کے نکالا جاتا ہے۔ چنانچہ اگر 220 وولٹ سے کسی سرکٹ میں بہنے والی کرنٹ 5 ایمپیر ہے تو خرچ ہوئی طاقت 1100 = 220 x 5 واٹ ہوگی۔

متبادل کرنٹ سرکٹ میں طاقت وقت کے ساتھ بدلتی رہتی ہے کیونکہ لمحاتی کرنٹ اور وولٹیج دونوں کی قدریں بدلتی رہتی ہیں۔ بہرحال متبادل کرنٹ سرکٹ میں پیدا ہوئی لمحاتی طاقت کے علم کی بجائے ایک دیئے ہوئے وقت میں پیدا ہوئی اوسط طاقت کی جانکاری میں زیادہ دلچسپی ہوتی ہے۔ متبادل کرنٹ سرکٹ میں طاقت واٹ میٹر کے ذریعہ ناپی جاتی ہے جن کی بناوٹ اور پیمانہ بندی اس طرح کی جاتی ہے تاکہ وہ اوسط طاقت کو پڑھ سکیں۔ راست کرنٹ سرکٹ کی طرح متبادل کرنٹ سرکٹ میں بھی طاقت کو واٹ میں ناپا جاتا ہے۔

۱۰.۱ — پچھلے باب میں ہم یہ بھی مطالعہ کر چکے ہیں کہ جب ایک سائن لہر وولٹیج کسی سرکٹ پر عائد کرتے ہیں جس میں مستقل قدروں کے مزاحمہ، ترغیبیہ اور کپیسیٹر لگے ہوں یا ان کی کوئی ترکیب لگی ہو تو کرنٹ بھی سائن لہر ہوتی ہے۔ کرنٹ کا وولٹیج سے ہم ہیت، پس قدم یا پیش قدم ہونا اس بات پر منحصر ہوتا ہے کہ آیا سرکٹ خالص مزاحمتی ہے یا ترغیبی یا صلاحیتی۔

پہلے ہم مزاحمت اور نااہلیت پر مشتمل ایک عام سرکٹ پر غور کریں گے پھر اس کے بعد مخصوص سرکٹ کا تجزیہ کریں گے۔

فرض کیجیے کہ شکل [115a] میں دکھائے گئے سرکٹ پر کسی بھی لمحہ t پر عائد وولٹیج لہر کا مساوات مندرجہ ذیل ہے۔



شکل (a)115 سلسلہ RLC سرکٹ

$$e = E_m \sin \omega t$$

اگر سرکٹ کرنٹ کا ہیّت زاویہ وولٹیج کے لحاظ سے $\mp\theta$ ہو تو کرنٹ لہر کا مساوات

$$i = I_m \sin (\omega t \mp \theta)$$

ہوگا۔ اگر e اور i بالترتیب وولٹ اور ایمپیر میں دئے ہوئے ہوں تو واٹ میں لمحاتی طاقت کی عبارت مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$\text{لمحاتی طاقت} = p = ei = E_m \sin \omega t \times I_m \sin (\omega t \mp \theta)$$

$$= E_m I_m \sin \omega t (\sin \omega t \cos \theta \mp \cos \omega t \sin \theta)$$

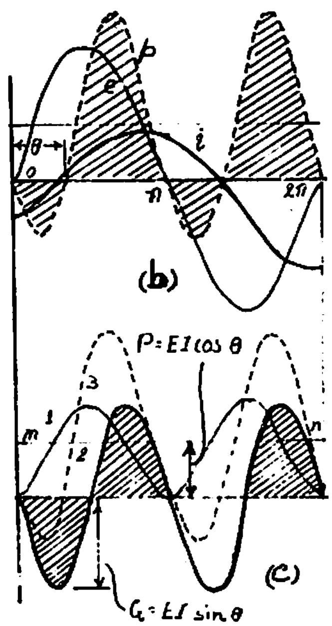
$$= \frac{E_m I_m}{2} \left[\cos \theta (1 - \cos 2\omega t) \mp \sin \theta \sin 2\omega t \right]$$

$$= \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \left[\cos \theta (1 - \cos 2\omega t) \mp \sin \theta \sin 2\omega t \right]$$

$$= E I \cos \theta (1 - \cos 2\omega t) \mp E I \sin \theta \sin 2\omega t \quad \ldots\ldots 268$$

جہاں E اور I وولٹیج اور کرنٹ کی موثر قدریں ہیں۔

مساوات 268 سے ظاہر ہے کہ لمحاتی طاقت دو رقموں کے مجموعہ پر مشتمل ہے۔
شکل [115b] میں e ، i اور p کے خموں کو دکھایا گیا ہے۔ شکل (115C) میں خم 1 اور 2 بالترتیب $E I \cos \theta (1 - \cos 2\omega t)$ اور $E I \sin \theta \sin 2\omega t$ کو



$1-p_r = EI\cos\theta(1-\cos 2\omega t)$

$2-q = EI\sin\theta\sin 2\omega t$

$3-p = p_r + q$

شکل (b,c) 115 ۔ عامل طاقت اور ناا ہل ، ولٹ ایمپیر

ظاہر کرتے ہیں۔ خم 1 اور 2 کا جوڑ خم 3 میں دکھایا گیا ہے جو شکل (115 b) کے طاقت خم p کے مماثل ہے۔ سبھی خم سائن خم نما ہیں۔ شکل سے ظاہر ہے کہ خم 1 پوری طرح سے X محور کے اوپر واقع ہے اور اس کا کوئی منفی حصہ نہیں ہے۔ اس خم کی اوسط قدر اس طاقت کو ظاہر کرتی ہے جو جنریٹر سے سرکٹ کی طرف بہتی ہے اور اس میں جذب ہو جاتی ہے مثلاً وہ مزاحمت میں حرارت کی شکل میں ظاہر ہوتی ہے یا موٹر کو چلانے میں خرچ ہوتی ہے۔ اس قسم کی طاقت کو عامل طاقت یا اصل طاقت کہتے ہیں۔ اوسط عامل طاقت سمتری محور mn کے اوپر یا نیچے خم 1 کی بلندی کے برابر ہوتی ہے۔

خم 1 کی بیشترین عمودی قدر عبارت $EI\cos\theta(1-\cos 2\omega t)$ کی وہ قدر ہے جب

$$\cos 2\omega t = -1$$

یعنی یہ $2EI\cdot\cos\theta$ کے برابر ہے۔ اس لئے سرکٹ کی اوسط عامل طاقت

$$P = EI\cos\theta \quad \text{.........} \quad 2.69$$

$\cos\theta$ کو طاقت جزو کہتے ہیں ۔

خم 2 کے ذریعہ ظاہر کی گئی طاقت چوتھائی سائکل میں جنریٹر سے سرکٹ کی طرف بہتی ہے اور دوسری چوتھائی سائکل میں سرکٹ سے جنریٹر کی طرف لوٹتی ہے ۔ یہ اس قسم کی طاقت ہے جسے جنریٹر کسی ترغیبیہ یا کپیسیٹر کو سپلائی کرتا ہے ۔ چوتھائی سائکل کے دوران سرکٹ کو سپلائی کی گئی توانائی جمع ہوتی ہے اور دوسری چوتھائی سائکل میں ماخذ کو واپس کردی جاتی ہے ۔

خم 2 میں بالکل ایک جیسے مثبت اور منفی لوپ اس بات کو واضح کرتے ہیں کہ جانے والی طاقت اور واپس لوٹنے والی طاقت آپس میں برابر ہیں اور کچھ بھی طاقت خرچ نہیں ہوئی ۔ اس قسم کی طاقت کو نااہل طاقت یا نااہل وولٹ ۔ ایمپیر کہتے ہیں ۔ یہ طاقت بھی سمتری محور کے اوپر یا نیچے خم کی بلندی سے ناپی جاتی ہے ۔ اس خم کا سمتری محور خود X محور ہے ۔

خم 2 کی بیشترین عمودی قدر عبارت $EI \sin\theta \sin 2\omega t$ کی وہ قدر ہے جب

$$\sin 2\omega t = 1$$

یعنی یہ $EI \sin\theta$ کے برابر ہے ۔ اگر اس طاقت کو Q سے ظاہر کریں تو نااہل طاقت

$$Q = EI \sin\theta \quad \text{----------} \quad 270$$

$\sin\theta$ کو نااہل جزو کہتے ہیں ۔

سرکٹ کے اندر کل خرچ ہوئی توانائی ریاضیاتی طور پر مساوات 268 کو پوری سائکل پر تکمیل کرکے بھی نکالی جاسکتی ہے جبکہ θ کی حدیں 0° سے 2π تک ہونگی چنانچہ

$$= EI \int_0^T \left[\cos\theta(1-\cos 2\omega t) \mp \sin\theta \sin 2\omega t\right] dt$$

$$= \frac{EI}{\omega} \cdot \left[\cos\theta\left(\omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2}\right) \pm \sin\theta \cdot \frac{\cos 2\omega t}{2}\right]_0^T$$

$$= \frac{EI}{\omega}\left[\cos\theta(\omega t - 0) \pm \sin\theta\,(1-1)\right]$$

$$= \frac{EI}{\omega} \cdot \omega T \cos\theta$$

$$= EIT \cdot \cos\theta$$

اسس لئے واٹ میں کام کرنے کی شرح یعنی طاقت

$$P = E I \cos\theta$$

اگر کسی متبادل کرنٹ سرکٹ میں موثر وولٹیج اور موثر کرنٹ الگ الگ ناپے جائیں تو حاصل ضرب $E I$ اصل طاقت کو ظاہر نہیں کرے گا (سوائے اس حالت کے جب $\cos\theta = 1$ ہو)۔ اس کے برخلاف راست کرنٹ سرکٹ میں حاصل ضرب $E I$ اصل طاقت کو بتاتا ہے۔

اگر $\cos\theta = 1$ یعنی $\theta \neq 0°$ تو ایسی حالت میں کرنٹ اور وولٹیج ہم ہیئتی ہوتے ہیں یعنی یہ ایک خالص مزاحمتی سرکٹ ہوگا۔ عام حالت میں جب $\theta \; 0$ تو سرکٹ میں مزاحمت کے ساتھ ساتھ ترغیبیہ یا کپیسیٹر یا دونوں موجود ہو سکتے ہیں۔ ایسی حالت میں حاصل ضرب $E I$ کو ظاہری طاقت یا سرکٹ کا وولٹ۔ ایمپیر کہتے ہیں۔ اس طرح سرکٹ میں خرچ ہوئی اصل طاقت مندرجہ ذیل رشتہ سے نکالی جاتی ہے۔

اصل طاقت = ظاہری طاقت × طاقت جزو --------271

مساوات 271 کے مطابق طاقت جزو کی تعریف اس طرح کی جاسکتی ہے کہ یہ وہ مقدار ہے کہ جس سے ظاہری طاقت کو ضرب کرنے سے سرکٹ کی اصل طاقت حاصل ہوتی ہے۔

10.2۔ مزاحمت میں خرچ ہوئی طاقت :۔

جب وولٹیج کی سائن لہر کو مزاحمہ کے سروں پر عائد کرتے ہیں تو کرنٹ اور وولٹیج ہم ہیئتی ہونے کی وجہ سے $\theta = 0$ اور $\cos\theta = 1$ لہذا طاقت جزو اکائی ہوتا ہے اس لئے مزاحمت میں خرچ ہوئی اوسط طاقت

$$P_r = E I \qquad -------272$$

جہاں E اور I وولٹیج اور کرنٹ کی موثر قدریں ہیں راست کرنٹ سرکٹ میں خرچ ہوئی طاقت کا بھی فارمولا ہے۔ مزاحمہ میں بہنے والی کرنٹ $I = E/R$ اور مزاحمت کے سروں پر وولٹیج $E = R I$ ہوتا ہے ان قدروں کو مساوات 272 میں رکھنے پر

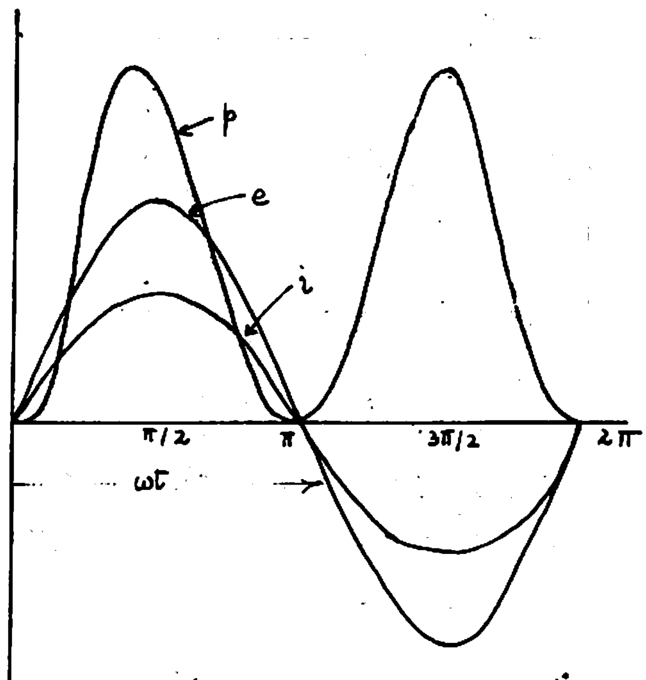
$$P_r = \frac{E^2}{R} \quad \text{-----------} 273a$$

$$= RI \quad \text{----------} 273b$$

وولٹیج کو $e = E_m \sin \omega t$ اور کرنٹ کو $i = I_m \sin \omega t$ سے ظاہر کرنے پر لمحاتی طاقت

$$p = \frac{E_m^2}{R} \sin^2 \omega t \quad \text{--------} 274$$

e، i اور p کے خموں کو شکل [116] میں دکھایا گیا ہے۔ شکل سے ظاہر ہے



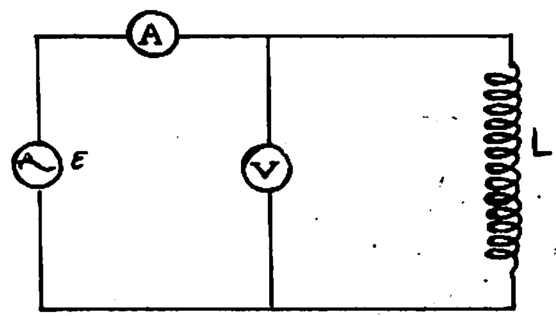
شکل 116 ۔ مزاحمت میں خرچ ہوئی طاقت (لائن دار حصہ)

کہ طاقت خم بالکل X محور کے اوپر واقع ہے اور طاقت کی منفی قدریں نہیں ہیں اس کا مطلب یہ ہے کہ ساری طاقت ماخذ سے باہر جاتی ہے اور اس کا کوئی حصہ واپس نہیں آتا یعنی پیدا ہوئی کل طاقت مزاحمہ میں حرارت کی شکل میں نمودار ہوتی ہے۔ مزاحمہ میں خرچ ہوئی طاقت کو

عامل طاقت کہتے ہیں اور راست کرنٹ سرکٹ کی طرح اسے واٹ اور کلو واٹ میں ظاہر کرتے ہیں۔

10.3۔ کسی خالص ترغیبیہ میں طاقت :۔

اگر کسی ترغیبیہ کے سروں پر جس کی مزاحمت تقریباً صفر ہو ایک وولٹیج کی سائن لہر کو عائد کیا جائے تو کرنٹ وولٹیج سے 90° پس قدم رہتی ہے۔ $(\theta = -90^\circ)$ کرنٹ اور وولٹیج کی موثر قدروں کو شکل [117(a)] میں لگے ہوئے میٹروں کے ذریعہ پڑھا جاسکتا ہے۔



شکل 117(a)۔ خالص ترغیبیہ سرکٹ

اس لئے اس سرکٹ کا طاقت جزو صفر ہوگا اور عامل طاقت $E\ I \cos\theta$ بھی صفر ہوگی۔ اگر عائد وولٹیج کو $e = E_m \sin \omega t$ سے ظاہر کریں تو اس میں کرنٹ $i = -I_m \cos \omega t$ ہوتی ہے اس لیے لمحاتی طاقت

$$p = -E_m I_m \sin \omega t \cos \omega t$$

$$\text{or } p = -\frac{E_m I_m}{2} \sin 2\omega t$$

$$= -\frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin 2\omega t$$

$$= -E\, I \sin 2\omega t \text{ ------- } 275$$

اس عبارت کی بیش ترین قدر اس وقت حاصل ہوتی ہے جب $\omega t = 45^\circ$

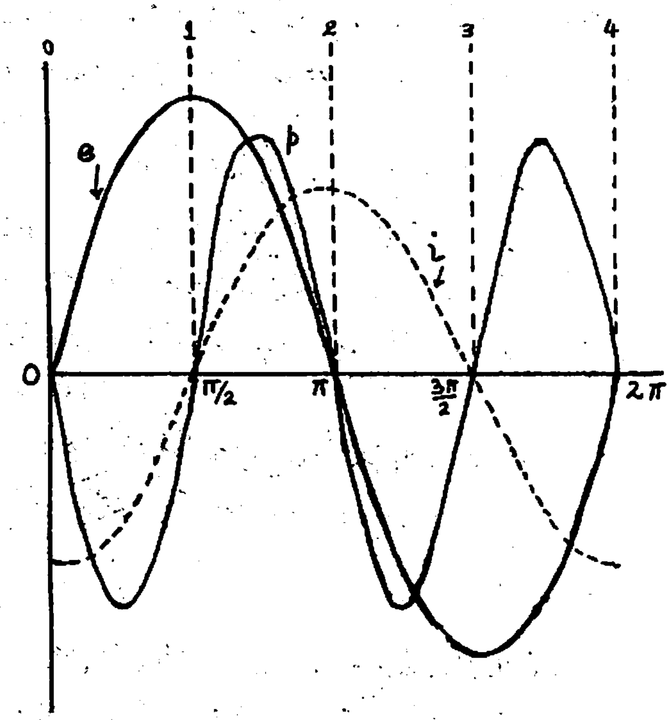
چنانچہ $P_m = E_L\ I$ 276

پوری سائکل کے لئے اوسط طاقت عبارت 275 کی تکمیل کرکے نکالی جاسکتی ہے

اس لئے

$$P_{av} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} - E_L I \sin 2\omega t = 0 \text{.....} 277$$

لہٰذا خالص ترغیبی سرکٹ میں اوسط طاقت صفر ہوتی ہے۔



شکل [117(b)] ۔ کسی ترغیبیہ میں پیدا ہوئی طاقت (لائن دار حصہ)

شکل [117b] میں e ، i اور p کے خموں کو دکھایا گیا ہے۔ شکل سے ظاہر ہے کہ طاقت خم بھی سائن نما خم ہے جس کا تواتر وولٹیج خم کے تواتر کا دوگنا ($2 \times \omega t$) ہے اور p کا سمیتری محور X ۔ محور ہے ہر نصف سائکل میں p کا ایک مثبت لوپ اور ایک

منفی لوپ ہے ۔ مثبت لوپ کا رقبہ منفی لوپ کے رقبہ کے برابر ہے اور اس طرح ان کا مجموعہ صفر کے برابر آتا ہے جس کا مطلب یہ ہے کہ اوسط طاقت صفر کے برابر ہے ۔ اس کی وضاحت مندرجہ ذیل طریقہ پر کی جاسکتی ہے ۔

شکل [117b] کے مطابق وقفہ 1 اور 2 کے دوران جبکہ کرنٹ مثبت سمت میں بڑھ رہی جنریٹر ترغیبیہ کو طاقت سپلائی کرتا ہے ۔ جہاں یہ توانائی مقناطیسی میدان میں اکٹھا ہوتی ہے ۔ وقفہ 2 سے 3 تک جب کرنٹ منفی سمت میں گھٹتی ہے ترغیبیہ اپنے اندر جمع ہوئی توانائی کو جنریٹر کو واپس کر دیتا ہے ۔ کرنٹ لہر کی منفی نصف سائکل میں متذکرہ بالا عمل دہرایا جاتا ہے ۔ چونکہ جنریٹر اور ترغیبیہ کے درمیان طاقت کا مبادلہ میعادی طور سے ہوتا ہے اور سرکٹ میں کچھ بھی طاقت خرچ نہیں ہوتی ہے ۔ اس لئے جنریٹر کی اوسط برآمد طاقت صفر ہوتی ہے ۔

اس لئے خالص ترغیبی سرکٹ میں اوسط یا اصل طاقت صفر ہوتی ہے شکل 117a میں لگے ہوئے میٹر ترغیبیہ سرکٹ میں وولٹیج اور کرنٹ کی موثر قدروں کو پڑھیں گے ۔ چونکہ ایسے سرکٹ میں اصل طاقت صفر ہوتی ہے اس لئے $E_l \, I$ اصل قوت کو ظاہر نہیں کرتا بلکہ جب کبھی بھی کرنٹ اپنی سمت بدلتی ہے تو یہ ترغیبیہ کے ذریعہ اکٹھا کی گئی اور واپس کی گئی توانائی کے متناسب ہوتا ہے ۔

اس لئے کسی خالص ترغیبیہ میں موثر وولٹیج اور کرنٹ کے حاصل ضرب کو ترغیبیہ کی نااہل طاقت کہتے ہیں اسے Q علامت سے ظاہر کرتے ہیں ۔

$$\therefore \quad Q = E_l \, I \qquad \text{———— } 278$$

اصل طاقت کی اکائی " واٹ " سے تفریق کرنے کے لئے نااہلیتی طاقت کی اکائی وولٹ ایمپیر (نااہلیتی) لی گئی ہے ۔ اس اکائی کو مخفف طور پر " وار " کہتے ہیں ۔

اب چونکہ

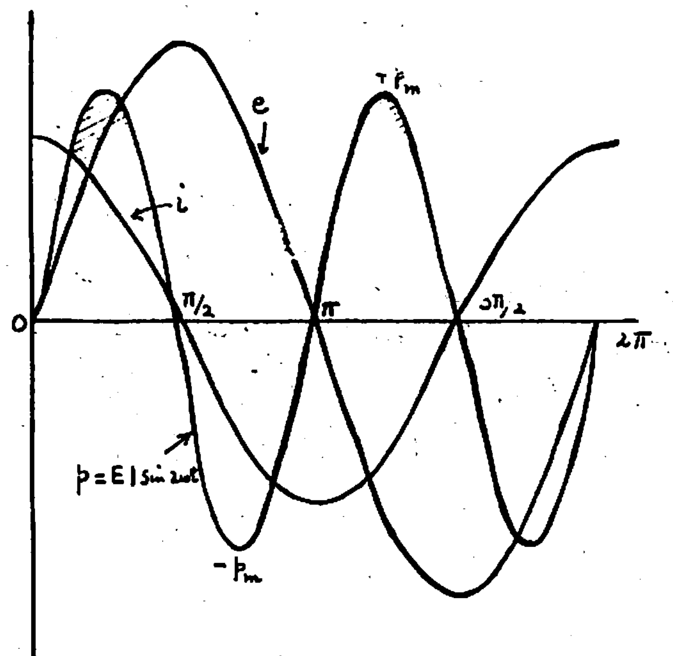
$$X_L = \frac{E_L}{I_L}$$

$$\therefore \quad Q_L = EI\sin\theta = E_L I = I_L^2 X_L = \frac{E_L^2}{X_L} \text{ وار } \text{---} 279$$

10.4۔ کسی خالص کپیسیٹر میں طاقت :۔

چونکہ خالص کپیسیٹر میں کرنٹ عائد وولٹیج سے 90° بیشں قدم ہوتی ہے اس لئے ترغیبیہ کی طرح اس حالت میں بھی طاقت گراف سائن لہر ہوگی جس کا تواتر عائد وولٹیج کے تواتر کا دوگنا ہوگا۔

شکل [118] سے ظاہر ہے کہ جب کپیسیٹر کے سروں پر وولٹیج بڑھ رہا ہے تو لمحاتی طاقت مثبت ہے یعنی کپیسیٹر جنریٹر سے توانائی حاصل کرتا ہے۔ جب کپیسیٹر کا وولٹیج



شکل 118 ۔ خالص کپیسیٹر میں طاقت (لائن دار حصہ)

گھٹنا شروع ہوتا ہے تو کپیسیٹر طاقت گراف منفی ہے اور کپیسیٹر اکٹھا ہوئی توانائی جنریٹر کو واپس کر رہا ہے۔ کپیسیٹر کا طاقت گراف ترغیبیہ کے طاقت گراف کے مماثل ہے۔ فرق صرف یہ ہے کہ دونوں گراف میں ایک دوسرے سے 180° کا نقل ہے۔ چونکہ جنریٹر اور کپیسیٹر کے درمیان طاقت کا مبادلہ میعادی طور سے ہوتا ہے اور کچھ بھی طاقت خرچ نہیں

ہوتی ہے اس لئے جنریٹر کی اوسط برآمد طاقت صفر ہوتی ہے اور اس طرح جنریٹر کے ذریعہ سپلائی کی گئی طاقت بالکل ناا ہل ہوتی ہے۔

ترغیبیہ کی طرح کپیسیٹر کے معاملہ میں بھی لمحاتی طاقت

$$p = \frac{1}{2} P_m \sin 2\omega t$$

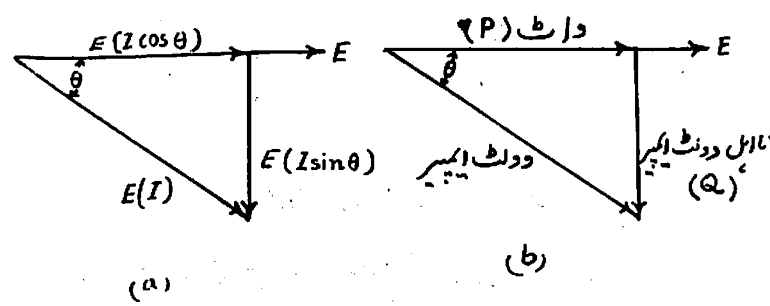
$$= \frac{1}{2} E_c I \sin 2\omega t$$

اور پوری سائکل کے لئے اوسط طاقت صفر آتی ہے۔ یہاں بھی $E_c I$ کپیسیٹر کی ناا ہل طاقت کو ظاہر کرتا ہے جس کی اکائی "وار" ہے اس طرح

$$\therefore Q_c = EI\sin\theta = E_c I = I^2 X_c = \frac{E_c^2}{X_c} \quad \text{وار} \qquad 280$$

10.5۔ طاقت مثلث :-

"وولٹ۔ایمپیر"، "واٹ" اور "ناا ہل وولٹ ایمپیر" میں رشتہ فیزر ڈائیگرام کی مدد سے آسانی سے سمجھا جا سکتا ہے۔ اگر واٹ ($P = EI\cos\theta$) کو افقی حوالی فیزر تصور کریں تو وولٹ ایمپیر فیزر ($EI = \frac{P}{\cos\theta}$) کو واٹ کی مناسبت سے پس قدم (یا پیش قدم) طاقت جزو کے زاویہ θ پر کھینچا جا سکتا ہے۔ [شکل 119] اس سے یہ بات ظاہر ہے کہ



شکل 119۔ طاقت مثلث

EI کا عمودی جزو $Q = EI\sin\theta$ ہوگا جسے "ناا ہل وولٹ ایمپیر" میں ظاہر کرتے ہیں۔

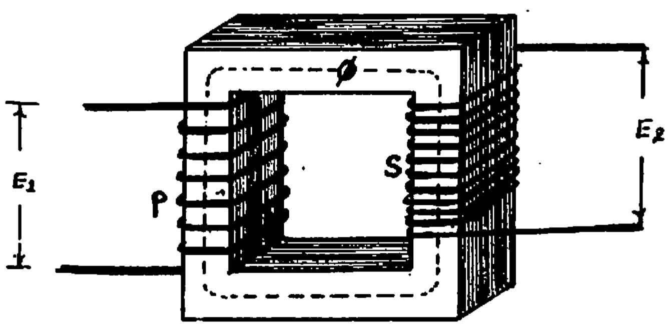
اسس طرح P اور Q ایک قائمہ زاویہ مثلث کے ضلعوں سے ظاہر کیے جا سکتے ہیں۔ جس کا وتر E I ہو۔ اس مثلث کو طاقت مثلث کہتے ہیں۔

نا اہل طاقت بیش قدم یا پس قدم کرنٹ سے وابستہ مانی جا سکتی ہے۔ اگر سرکٹ میں حاصل نا اہلیت صلاحیتی ہو تو کرنٹ بیش قدم ہوتی ہے اور Q کو نا اہل طاقت (کرنٹ پیش قدم) لکھتے ہیں۔ اگر حاصل صلاحیت ترغیبی ہو تو کرنٹ پس قدم ہوتی ہے اور ایسی حالت میں Q کو نا اہل طاقت (کرنٹ پس قدم) لکھتے ہیں۔

باب 11

ٹرانسفارمر

11.1۔ ٹرانسفارمر ایک ایسی ساکن اختراع ہے جس کی مدد سے ایک سرکٹ سے برقی طاقت دوسرے سرکٹ میں تواتر میں بغیر کسی تغیر کے تحویل کی جاتی ہے۔ دوسرے سرکٹ میں وولٹیج کم یا زیادہ ہو سکتی ہے اور اسی کے مطابق کرنٹ بھی کم یا زیادہ ہو سکتی ہے۔ ٹرانسفارمر کا فعل دونوں سرکٹ کے درمیان باہمی ترغیب پر منحصر ہوتا ہے۔ یہ سرکٹ مقناطیسی فلکس کے ذریعہ ایک دوسرے سے وابستہ ہوتے ہیں۔ اپنی آسان ترین شکل میں ٹرانسفارمر دو ترغیبیہ کوائل سے بنا ہوتا ہے جو برقی طور پر ایک دوسرے سے علیحدہ لیکن مقناطیسی طور پر کم مخالفت والے راستے کے ذریعہ وابستہ ہوتے ہیں۔



شکل 120۔ ٹرانسفارمر

دونوں کوائل کی باہمی ترغیب بہت زیادہ ہوتی ہے۔ جب ایک کوائل P کو متبادل

دو لٹیج ماخذ سے جوڑتے ہیں تو ورقہ دار کور میں متبادل فلکس قائم ہوتی ہے۔ جس کا بیشتر حصہ دوسرے کوائل S سے وابستہ ہوتا ہے۔ فیراڈے قانون کے مطابق کوائل S میں باہمی ترغیبی ای۔ایم۔ایف $e = M \frac{dI}{dt}$ پیدا ہوتا ہے۔ اگر کوائل S کو ایک لوڈ (مثلاً لیمپ موٹر وغیرہ) سے جوڑ دیا جائے تو برقی توانائی کا تبادلہ کوائل P سے کوائل S میں ہوتا ہے کوائل P کو جس میں برقی توانائی سپلائی کی جاتی ہے پرائمری کوائل کہتے ہیں۔ اور کوائل کو جس سے توانائی حاصل ہوتی ہے سکنڈری کوائل کہتے ہیں۔ مختصراً ٹرانسفارمر ایک ایسی اختراع ہے جس میں

(i) برقی توانائی کا تبادلہ ایک سرکٹ سے دوسرے سرکٹ میں ہوتا ہے۔

(ii) تبادلہ کا عمل بغیر تواتر کی تبدیلی کے ہوتا ہے۔

(iii) تبادلہ کا عمل برق مقناطیسی ترغیب کے ذریعہ مکمل ہوتا ہے۔

(iv) دو سرکٹ ایک دوسرے کے ساتھ باہمی ترغیبی اثر میں ہوتے ہیں۔

پرائمری کو سپلائی کی گئی وولٹیج E_1 سکنڈری کے لوڈ کو دی گئی وولٹیج E_2 سے مختلف ہو سکتی ہے۔ اگر پرائمری کو بیش وولٹیج کوائل اور سکنڈری کو کم وولٹیج کوائل رکھیں یعنی نسبت E_2/E_1 ایک سے چھوٹی ہو تو ایسے ٹرانسفارمر کو نزولی (اسٹیپ ڈاؤن) ٹرانسفارمر کہتے ہیں اور اگر اس کے برخلاف کنکشن استعمال کریں تو ایسا ٹرانسفارمر عروجی (اسٹیپ اپ) ٹرانسفارمر کہلاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کی قسمیں :-

ٹرانسفارمر کے بہت سے نام ان کے استعمال کی بنیاد پر رکھے گئے ہیں۔

(a) نیس تواتر ٹرانسفارمر

(b) سمعی تواتر ٹرانسفارمر

(c) ریڈیو تواتر ٹرانسفارمر

پہلی قسم کے ٹرانسفارمر میں ورقہ دار آہنی کور استعمال کیا جاتا ہے تاکہ بھنور کرنٹ سے نقصان نہ ہو یہ مختلف سائز کے ہوتے ہیں تجربہ گاہ میں استعمال ہونے والے چھوٹے ٹرانسفارمر سے لے کر بجلی گھروں کے بڑے بڑے ٹرانسفارمر اسی گروہ میں شامل ہیں متبادل کرنٹ کا تواتر عام طور سے 50 یا 60 سائکل فی سکنڈ ہوتا ہے۔

دوسری قسم کے ٹرانسفارمر خاص کر ریڈیو مواصلات اور الکٹرانی سرکٹ میں استعمال

ہوتے ہیں۔ ان میں بھی ورقہ دار آہنی کور ہوتا ہے تاکہ دونوں کوائل کے درمیان جفتگی بڑھ جائے۔ یہ ٹرانسفارمر 50 سے لے کر 20,000 سائکل فی سکنڈ کی حد میں کام کرتے ہیں۔

ریڈیو ٹرانسفارمر 50 KC/S سے لے کر 30 MC/S تواترکے ای۔ایم۔ایف کے لئے بنائے جاتے ہیں۔ ان میں ورقہ دار آہنی کور نہیں ہوتے کیونکہ زیادہ تواتر پر بھنور کرنٹ خسارہ زیادہ ہوتا ہے کوئی مادی کور نہ ہونے سے ان کو "ہوا کور" ٹرانسفارمر کہتے ہیں۔

2.11۔ ٹرانسفارمر میں نقصانات:۔

جب ٹرانسفارمر کے سکنڈری کو مزاحمتی بورڈ سے جوڑ دیتے ہیں تو برآمد طاقت درآمد طاقت سے کم ہوتی ہے۔ طاقت میں نقصانات ٹرانسفارمر کی ڈیزائن میں نقص کی وجہ سے ہوتا ہے نقصانات کئی طرح کے ہوسکتے ہیں۔

(1) تام نقصان:۔

یہ نقصان پرائمری اور سکنڈری لپیٹوں کی مزاحمت کی وجہ سے ہوتا ہے۔ جس کی وجہ سے ان کوائل میں حرارت (I^2R) پیدا ہوتی ہے۔ اور درآمد توانائی ضائع ہوتی ہے۔

(2) آہن نقصان:۔

یہ نقصان کور کے اندر ہوتا ہے۔ متبادل فلکس کی وجہ سے کور میں ترغیبی کرنٹ پیدا ہوتی ہے جسے بھنور کرنٹ کہتے ہیں۔ کور گرم ہوجاتا ہے اور برقی توانائی ضائع ہوتی ہے اس نقصان کو بھنور کرنٹ نقصان کہتے ہیں۔ اس کو کم کرنے کے لئے کور ورقہ دار بنایا جاتا ہے۔

تخلف نقصان:۔

یہ نقصان اس توانائی کی وجہ سے ہوتا ہے جو کور کو مقنانے کے لئے ضروری ہے اور کور میں حرارت کی شکل میں ظاہر ہوتی ہے۔ اس کو کم کرنے کے لئے کور ایسے مادے کا بنایا جاتا ہے جس کا تخلف لوپ بہت پتلا ہو۔

(3) مقناطیسی (لیکیج) رساو :-

اس کے دو حصے ہوتے ہیں۔ پرائمری رساؤ فلکس اور سکنڈری رساؤ فلکس ٹرانسفارمر کے سلسلہ میں یہ مان لیا گیا ہے کہ پرائمری میں پیدا ہوئی کل فلکس سکنڈری کو کاٹتی ہے لیکن یہ ممکن ہے کہ پرائمری کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہوئی کچھ مقناطیسی فلکس لائنیں سکنڈری کو نہ کاٹیں اور اسی طرح سکنڈری میں پیدا ہوئی مقناطیسی فلکس پرائمری کو نہ کاٹیں۔ اسے مقناطیسی رساؤ کہتے ہیں یہ بھی ایک طرح کا نقصان ہے۔

(4) پلیٹوں کی خود صلاحیت :-

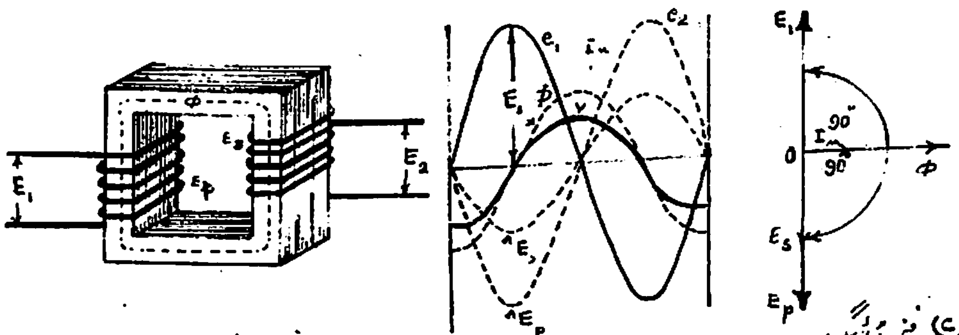
پرائمری اور سکنڈری کی پلیٹوں کے درمیان صلاحیت بھی قابل غور ہے پاور تواتر پر ان کا اثر زیادہ نہیں ہوتا ہے لیکن سمعی تواتر پر ان کا ٹرانسفارمر کے برتاؤ پر بہت بڑا اثر ہوتا ہے۔

ان سبھی نقصانات کے باوجود سلیکان آئرن کور والے ایسے ٹرانسفارمر بنائے جا سکتے ہیں جن کی استعداد 90% یا بڑے ماڈل میں 99% تک ہو سکتی ہے۔ فی صد استعداد (η) کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے۔

$$\eta = \frac{\text{سکنڈری لوڈ کو برآمد طاقت}}{\text{پرائمری کی درآمد طاقت}} \times 100\%$$

11.3- ایک مثالی ٹرانسفارمر کا ابتدائی نظریہ

مثالی ٹرانسفارمر وہ ہے جس میں طاقت کا کوئی نقصان نہیں ہوتا ہے یعنی جس کے پرائمری اور سکنڈری کوائل میں مزاحمت نہیں ہوتی اور جس میں کور نقصانات و مقناطیسی رساؤ نہیں ہوتے۔ دوسرے الفاظ میں ایک مثالی ٹرانسفارمر دو خالص ترغیبی کوائل کا بنا ہوتا ہے جس کے کور میں طاقت کا کوئی نقصان نہیں ہوتا۔ حالانکہ اس طرح کا ٹرانسفارمر عملی طور پر دستیاب ہوتا نا ممکن ہے پھر بھی نظریاتی غور و فکر میں سہولت کی خاطر ہم ایسے ٹرانسفارمر پر غور کریں گے۔



(a) مثالی ٹرانسفارمر　(b) ہر ڈائیگرام　(c) فیزر ڈائیگرام

شکل 121۔ مثالی ٹرانسفارمر کے حالات کو واضح کرنیوالے ڈائیگرام

شکل (121 a) میں دکھائے گئے ایک مثالی ٹرانسفارمر پر غور کیجئے جس میں پرائمری اور سکنڈری میں پھیروں کی تعداد بالترتیب N_p اور N_s ہے اور پرائمری کو ایک سائن خم نما متبادل وولٹیج سے جوڑ دیا گیا ہے۔ اس وولٹیج کی وجہ سے پرائمری میں متبادل کرنٹ بہنے لگتی ہے۔ چونکہ پرائمری کوائل خالص ترغیبی ہے اور کوئی برآمد نہیں ہے یعنی سکنڈری کھلا ہوا ہے اس لئے پرائمری صرف مقناطیسی کرنٹ I_M لیتا ہے جس کا کام صرف کور کو مقناتا ہے اس کرنٹ کی قدر سرکٹ ناالبیت زیادہ ہونے کی وجہ سے بہت تھوڑی ہوتی ہے اور یہ وولٹیج E_1 سے 90° پس قدم ہوتی ہے۔ متبادل کرنٹ I_M سے متبادل فلکس Φ پیدا ہوتا ہے جو ہر وقت کرنٹ کے متناسب ہوتا ہے (اگر ہم یہ تصور کر لیں کہ مقناطیسی سرکٹ کی سرایت مستقل ہے) اس لئے Φ کرنٹ I_M کے ہم ہیئت ہوتا ہے۔

چونکہ تغیر پذیر فلکس Φ پرائمری اور سکنڈری دونوں سے وابستہ ہوتا ہے اس پرائمری میں خود ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف پیدا ہوتا ہے۔ای۔ایم۔ایف E_p ہر لحہ E_1 کے برابر اور مخالف ہوتا ہے۔

چونکہ فلکس سکنڈری لپیٹوں کو بھی کاٹتا ہے۔ اس لیے سکنڈری میں بھی ترغیب شدہ وولٹیج E_s پیدا ہوتا ہے یہ وولٹیج بھی فلکس کے تغیر کی شرح کے متناسب ہونے کی وجہ سے E_p کے ہم ہیت ہوتا ہے لیکن اس کی قدر سکنڈری کے پھیروں کی تعداد N_s پر منحصر ہوگی۔

عائد وولٹیج، ترغیب شدہ وولٹیج، فلکس اور مقناکرنٹ کی لمحاتی قدروں کی سائن خم نما لہروں کو شکل (b) 12.1 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل (C) 12.1 مندرجہ بالا مقداروں کی موثر قدروں کا فیزر ڈائیگرام ہے

11.4۔ ٹرانسفارمر کے ای۔ایم۔ایف کا مساوات:

فرض کیجیے کہ

N_p = پرائمری کے پھیروں کی تعداد

N_s = سکنڈری " "

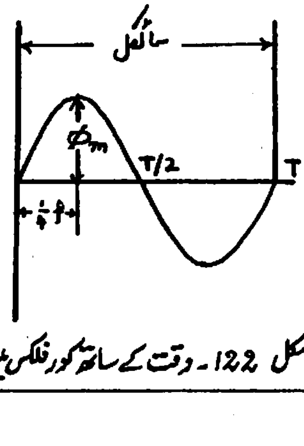
Φ_m = کور میں بیشتر ین فلکس (ویبر میں)

= $B_m \times A$

جہاں B_m فلکس کثافت ہے۔

f = اور متبادل درآمد کا تواتر (ہرٹز میں)

جیسا کہ شکل [12.2] میں دکھایا گیا ہے کہ کور میں فلکس صفر قدر سے بیشترین قدر Φ



شکل 12.2۔ وقت کے ساتھ کور فلکس میں تغیر

لمہ ایک سائکل کے چوتھائی وقت ($T/4$) یعنی $\frac{1}{4f}$ سکنڈ میں پہونچتا ہے۔

$$\text{فلکس کے تبدیلی کی اوسط شرح} = \frac{\Phi_m}{T/4}$$

$$= \frac{\Phi_m}{1/4f}$$

$$= 4f\ \Phi_m \text{ ویبر فی سکنڈ} \quad \text{------ } 2.81$$

چونکہ فی پھیرا فلکس کے تبدیلی کی شرح کا مطلب وولٹ میں ترغیب شدہ ای۔ایم۔ الیف ہے اس لئے

$$\text{فی پھیرا اوسط ای۔ایم۔ الیف} = 4f\ \Phi_m \text{ وولٹ} \quad \text{------- } 2.82$$

اگر فلکس میں تغیر سائن خم تما طور پر ہو تو ترغیب شدہ ای۔ایم۔ الیف کی موثر قدر اوسط قدر کو شکل جز سے ضرب کرکے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{شکل جز} = \frac{\text{موثر قدر}}{\text{اوسط قدر}} = 1.11$$

$$\text{فی پھیرا ای۔ایم۔ الیف کی موثر قدر} = 1.11 \times 4f\ \Phi_m \text{ وولٹ}$$

$$E = 4.44 f\ \Phi_m \quad \text{------- } 2.83$$

مساوات 2.83 کو عام ٹرانسفارمر مساوات کہتے اس کا اطلاق پرائمری پر کرنے پر :-

پرائمری کے پھیروں کی تعداد × فی پھیرا ترغیب شدہ ای۔ایم۔ الیف = پرائمری میں ترغیبی ای۔ ایم۔ الیف کی کل موثر قدر

$$\text{یعنی } E_p = 4.44 f\ \Phi_m\ N_p \quad \text{------- } 2.84$$

اسی طرح سکنڈری میں ترغیب شدہ ای۔ایم۔ الیف کی قدر

$$E_s = 4.44 f\ N_s\ \Phi_m \quad \text{------- } 2.85$$

اگر مثالی ٹرانسفارمر میں کوئی لوڈ نہیں لگا ہے تو

$$E_p = E_1$$

$$E_s = E_2$$

جس میں E_2 سکنڈری کا ٹرمینل وولٹیج ہے۔

وولٹیج استحالہ نسبت :-

مساوات (284) کو (285) سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} = a \text{ -------- } 286$$

لہذا مثالی ٹرانسفارمر کے لئے پرائمری ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف اور سکنڈری ترغیب شدہ ای۔ایم۔ایف کی نسبت پرائمری اور سکنڈری میں پھیروں کی تعداد کی نسبت کے برابر ہوتی ہے۔ اس نسبت کو استحالہ نسبت کہتے ہیں اور اسے a سے ظاہر کرتے ہیں

مساوات 286 سے ظاہر ہے کہ

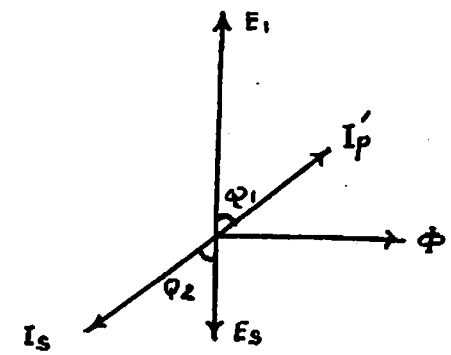
اگر $N_p > N_s$ یعنی $a > 1$ تو ایسا ٹرانسفارمر نزولی ٹرانسفارمر ہوگا۔

اگر $N_p < N_s$ یعنی $a < 1$ تو ایسا ٹرانسفارمر عروجی ٹرانسفارمر ہوگا۔

11.5 سکنڈری سرکٹ میں لوڈ لگانے پر حالات :-

سکنڈری میں مقاومت لوڈ لگانے پر سکنڈری میں بھی کرنٹ بہے گی اگر ہم یہ فرض کریں کہ ہمیں مقاومت دیا ہوا ہے اور سکنڈری وولٹیج مستقل ہے اور معلوم ہے تو سکنڈری کرنٹ کی قدر اور ہیت معلوم کی جا سکتی ہے۔

شکل [123] اس حالت کو بتا رہا ہے کہ جس میں لوڈ ثبت نااہلیت کے ساتھ ہے۔ اس لئے کرنٹ I_s وولٹیج E_s سے پس قدم ہوگی یہ کرنٹ ایک مقناطیسی محرکہ قوت (میگنیٹو موٹیو فورس) I_s N_s ایمپیر پھیرے پیدا کرے گی جو لینز قانون کے مطابق کور کے اندر فلکس کی سائن لہر کی وسعت کو کم کرنے کی کوشش کرے گی۔ لیکن ایک مثالی



شکل 123 - لوڈ کی حالت میں مثالی ٹرانسفارمر کا فیزر ڈائیگرام

ٹرانسفارمر میں فلکس سائن لہر کی وسعت کم نہیں ہونی چاہیئے کیونکہ یہ پرائمری میں عائد وولٹیج کے برابر ایک ای۔ ایم۔ الیف ترغیب دینے کا ذمہ دار ہوتی ہے۔ اس لئے سکنڈری میں لوڈ جوڑے جانے پر پرائمری میں ایک زائد کرنٹ ضرور بہنی چاہیئے جو پرائمری میں ایک ایسا میگنیٹو موٹو فورس پیدا کرے جو سکنڈری میگنیٹو موٹیو فورس کو پوری طرح رد کر دے اس لئے

$$N_p\ I_p' = N_s\ I_s \quad \text{-------}287$$

جہاں I_p' زائد یا پرائمری کرنٹ کا لوڈ جزو ہے

مساوات 287 سے

$$\frac{I_s}{I_p} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \text{------}288$$

چونکہ I_p' کا اثر I_s کے بالکل مخالف ہوتا ہے اس لئے یہ I_s سے 180° مختلف ہیئتہ ہوگی۔ یہ بات شکل [123] میں دکھائی گئی ہے۔

شکل 123 سے یہ بھی ظاہر ہے کہ E_s اور I_s کے درمیان کا زاویہ E_1 اور I_p' کے درمیان کے زاویہ کے برابر ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر سکنڈری لوڈ پس قدم کرنٹ لیتا ہے تو ٹرانسفارمر بھی سپلائی سے پس قدم کرنٹ لے گا۔ یعنی پرائمری اور سکنڈری کا طاقت جزو ایک ہی ہے۔ مساوات 286 اور 288 کا موازنہ کرنے پر

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{I_s}{I_p'}$$

یا

$$E_p I_p' = E_s I_s \qquad \left[\because \phi_1 = \phi_2 \;\; \therefore \cos\phi_1 = \cos\phi_2\right]$$

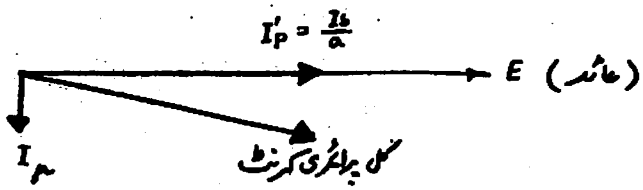
یا

$$E_p I_p' \cos\phi_1 = E_s I_s \cos\phi_2$$

$\therefore$ برآمد طاقت = درآمد طاقت

لہٰذا ایک مثالی ٹرانسفارمر میں طاقت کا نقصان نہیں ہوتا اور اس کی استعداد 100% ہوتی ہے۔

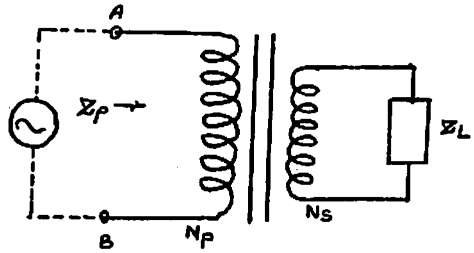
اگر سکنڈری میں لگایا گیا لوڈ مزاحمتی ہو تو سکنڈری کرنٹ سکنڈری وولٹیج کے ہم ہیئت ہوگی۔ چونکہ E_p اور E_s دونوں ایک ہی تغیر پذیر فلکس سے ترغیب شدہ ہیں اس لئے یہ معلوم ہوتا ہے کہ زائد کرنٹ I_p' عائد ای۔ایم۔ایف کے ہم ہیئت ہوگی۔ چونکہ مقناطیسی کرنٹ I_μ عائد وولٹیج سے تقریباً 90° پس قدم ہوتی ہے اس لئے کل پرائمری کرنٹ ان دونوں اجزا کا فیزر مجموعہ ہوگی۔ [شکل 124]



شکل 124۔ لوڈ کی حالت میں کل پرائمری کرنٹ

11.6۔ مقاومت استحالہ

ایک مثالی ٹرانسفارمر جس کے سکنڈری میں لوڈ نہ لگا ہو سپلائی سے کوئی کرنٹ نہیں لیتا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ درآمد مقاومت لامتناہیہ ہے۔ جب سکنڈری میں لوڈ لگاتے ہیں تو درآمد یا پرائمری مقاومت Z_p یا Z_1 لامتناہیہ نہیں رہتا بلکہ اس کی قدر لوڈ Z_L پر منحصر ہوتی ہے۔ [شکل 125]



شکل 125 ۔ مقاومت استحالہ

Z_L اور Z_p کے درمیان رشتہ درج ذیل طریقہ پر معلوم کیا جاسکتا ہے۔
مساوات 286 اور 288 کے مطابق

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$\frac{I_s}{I_p} = \frac{N_p}{N_s}$$ (I_p تقریباً I_p' کے برابر ہوتا ہے)

ان دونوں مساوات کو ضرب کرنے پر

$$\frac{E_p I_s}{E_s I_p} = \frac{N_p^2}{N_s^2}$$

$$\frac{E_p/I_p}{E_s/I_s} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2$$

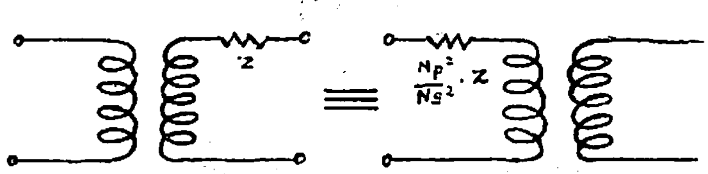
لیکن $\frac{E_p}{I_p} = Z_p$ اور $\frac{E_s}{I_s} \simeq Z_L$

اس لئے $$\frac{Z_p}{Z_L} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2$$

$$\text{یا } Z_p = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \times Z_L = a^2 Z_L \text{ -----289}$$

جہاں a استحالہ جزو ہے۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ A اور B کے درمیان (شکل 125) مقاومت Z_p کی قدر $a^2 Z_L$ ہوگی۔ Z_p کو منعکس مقاومت کہتے ہیں۔ اگر $N_p > N_s$ تو درآمد



شکل 126 ۔ سکنڈری مقاومت کا پرائمری میں تبادلہ

مقاومت (Z_p) لوڈ Z_L سے بڑی ہوگی اور اگر $N_p < N_s$ تو Z_p لوڈ Z_L سے چھوٹی ہوگی۔

ٹرانسفارمر کی یہ خوبی مقاومت استحالہ کہلاتی ہے اور دو مختلف مقاومت کے سرکٹ کو ایک ساتھ جوڑنے کے لیے بہت مفید ہے تاکہ طاقت کا بیش ترین تبادلہ ہوسکے۔

اس نتیجہ سے یہ بات ظاہر ہے کہ سرکٹ کے برتاؤ کو موثر کیے بغیر سکنڈری کے سلسلہ وار جڑے مقاومت Z کا تبادلہ مقاومت $\frac{N_p^2}{N_s^2}$ Z کی شکل میں پرائمری میں کیا جاسکتا ہے۔ یعنی شکل (126) میں دکھائے گئے دو سرکٹ جہاں تک متبادل کرنٹ کا سوال ہے ایک دوسرے کے مرادف ہیں۔

اسی طرح سے پرائمری سے سکنڈری میں مقاومت کا تبادلہ $\frac{N_s^2}{N_p^2}$ سے ضرب کرکے کیا جاسکتا ہے۔

باب ۱۲

متبادل کرنٹ میٹر و متبادل کرنٹ برج

12.1۔ راست کرنٹ ایمپیئر میں ناپی جاتی ہے۔ ایک ایمپیئر کرنٹ وہ ہے جو ایک معیاری سلور وولٹامیٹر میں بہنے پر فی سکنڈ سلور کی ایک خاص مقدار الکٹروڈ پر جمع کرے گی۔ لیکن اگر ایسے وولٹامیٹر میں متبادل کرنٹ گذاری جائے تو کچھ بھی سلور جمع نہیں ہوگی۔ اس لئے متبادل کرنٹ کو اس طریقے سے ناپا نہیں جاسکتا۔ متحرک کوائل امیٹر یا وولٹ میٹر بھی جو محض پیمانہ بند گلوینو میٹر ہیں متبادل کرنٹ ناپنے کے لئے استعمال نہیں کئے جا سکتے کیونکہ وہ ناپی جانے والی مقدار کی وسط قدر کو پڑھتے ہیں۔ متبادل کرنٹ یا وولٹیج کی وسط قدر پورے سائکل کے لئے صفر ہوتی ہے۔ کیونکہ نصف سائکل کے لئے وسط قدریں باری باری سے مثبت (+) اور منفی (−) ہوتی ہیں۔ اس لئے گلوینومیٹر کے متحرک حصے پر جھٹکے برابر اور مخالف ہوتے ہیں۔ نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ کوائل بالکل حرکت نہیں کرتی۔ اس لئے متبادل کرنٹ کو ناپنے کے لئے کرنٹ کی کوئی دوسری خصوصیت کو استعمال کرنا چاہیئے جو کرنٹ کی سمت پر منحصر نہ ہو۔ یہ مقصد اس وقت حاصل ہوسکتا ہے اگر انفراج کرنٹ اور وولٹیج کے مربع پر منحصر ہو۔ گرم تار آلہ میں کرنٹ بہنے کی وجہ سے پیدا ہوئی حرارت سے تار کی لمبائی میں توسیع ہوتی ہے۔ اور یہ بات کرنٹ کی سمت کی پابند نہیں ہوتی۔ اسی لئے متبادل کرنٹ کا حری اثر اسے ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

اسی طرح ربع برق پیما، حر حفت اور برقی طاقت پیما (الکٹرو ڈائنمو میٹر) مختلف متبادل مقداروں کو ناپنے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔

ہم نے پچھلے ابواب میں یہ مطالعہ کیا کہ متبادل کرنٹ یا وولٹیج کی قدریں تین طرح سے

ظاہر کی جاتی ہیں۔

(i) فراز قدر

(ii) وسط (نصف سائکل کا اوسط) قدر اور

(iii) جذر وسط مربع قدر

یہ جاننا بہت اہم ہے کہ کوئی میٹر ایک متبادل مقدار کی کس قدر کو ناپتا ہے سائن خم نما لہروں کے لئے فراز، وسط یا جذر وسط مربع قدر میں سے کسی ایک کی ناپ سے دوسری مقداریں مندرجہ ذیل رشتہ سے معلوم کی جاسکتی ہیں۔

$$\frac{\text{جذر وسط مربع قدر}}{\text{فراز قدر}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$\frac{\text{وسط قدر}}{\text{فراز قدر}} = \frac{2}{\pi} = 0.637$$

$$\frac{\text{جذر وسط مربع قدر}}{\text{وسط قدر}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$$

آخیر والی نسبت متبادل کرنٹ کا شکل جزو کہلاتی ہے اس کی قدر کبھی بھی پیدا کی گئی لہر شکل کے خالص سائن خم نما ہونے کی طرف اشارہ کرتی ہے۔ شکل جزو کی قدر 1.11 سے مختلف ہونے کا مطلب یہ ہے کہ لہر صحیح سائن خم نا نمونہ کی نہیں ہے۔

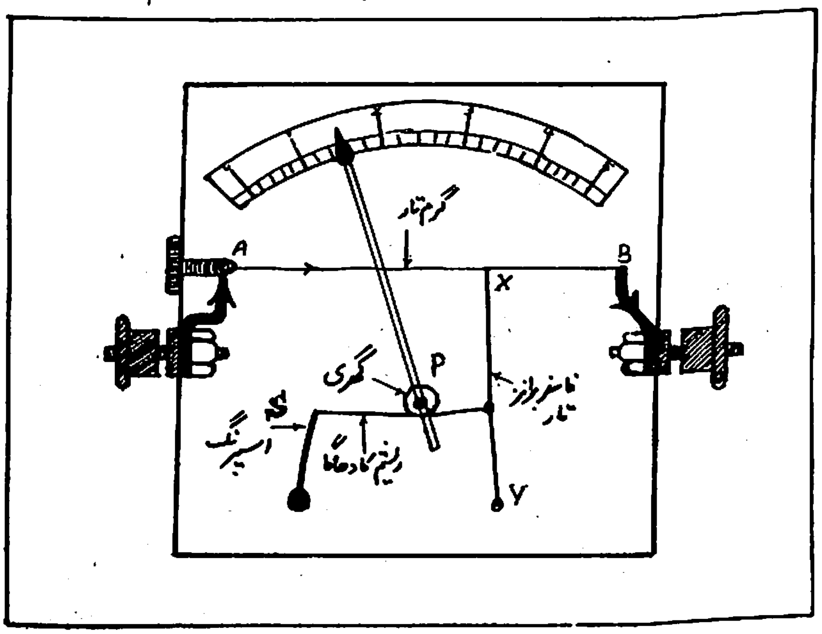
بالعموم متبادل کرنٹ آلات اس مفروضہ کے تحت کہ شکل جزو 1.11 ہوگا، جذر وسط مربع پڑھنے کے لئے پیمانہ بند کئے جاتے ہیں۔ بہر حال ہمیں یہ بات ذہن میں رکھنی چاہیئے کہ غیر سائن خم نما لہروں کے لئے ریڈنگ دراصل جذر وسط مربع قدر نہیں ہوتی بلکہ وہ وسط قدر کی 1.11 گنا ہوتی ہے۔

کسی متبادل کرنٹ آلات کی انفراجی قوت ایک تیز بدلتی مقدار ہوتی ہے۔ ایسے آلہ میں اشاریہ ایک قائم انفراج پر اس لئے پہونچ جاتا ہے کہ اس کا استمرار اسے اہتزاز کی صحیح پیروی کرنے سے روکتا ہے اس لئے آلہ کی ریڈنگ انفراجی قوت کی وسط قدر پر منحصر ہوتی ہے۔ جذر وسط مربع قدر کو ظاہر کرنے کے لئے آلہ کی انفراجی قوت اس میں بہنے والی کرنٹ کے مربع (I^2) پر منحصر ہونی چاہیئے۔ (یا وولٹ میٹر کے معاملہ میں آلہ کے سروں کے درمیان

مضمر فرق کے مربع پر) ۔ ایسے آلہ میں I ایمپیر کی قائم کرنٹ گزارنے سے جتنا انفراج ہوگا وہی انفراج I ایمپیر جذر وسط مربع متبادل کرنٹ سے بھی ہوگا۔ آلہ کو قائم کرنٹ کی مدد سے پیمانہ بند کرلیتے ہیں پھر متبادل کرنٹ سے جو ریڈنگ ملیگی وہ جذر وسط مربع قدر ہوگی۔

12.2۔ گرم تار آلات :۔

ان آلات میں انفراج کا انحصار کرنٹ کے حری اثر پر ہوتا ہے حرارت کرنٹ کے مربع کے متناسب ہوتی ہے ($W = I^2 R$) اس لئے ریڈنگ جذر وسط مربع قدر کو ظاہر کرتی ہے۔ شکل 127 میں گرم تار امیٹر دکھایا گیا ہے ناپی جانے والی کرنٹ پلیٹم کے ملواں



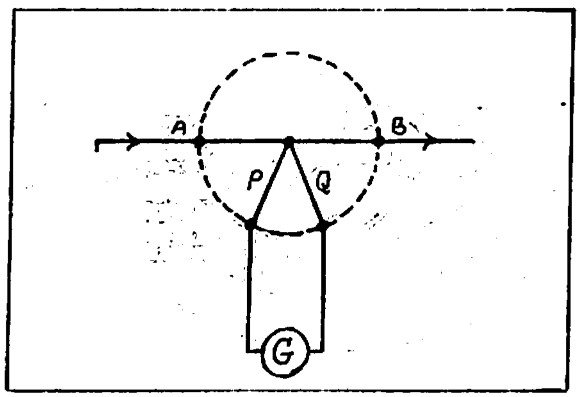
شکل 127 ۔ گرم تار امیٹر

دھات کے تار A B میں سے گزرتی ہے تو حرارت پیدا ہونے کی وجہ سے اس کا تاپ بڑھتا ہے اور اس میں خم پیدا ہوجاتا ہے۔ A B سے جڑا ہوا فاسفر برانز تار بھی خم ہوجاتا ہے جس کی وجہ سے اسپرنگ S گھری (P) کے چاروں طرف لپٹے ہوئے ریشم کے

دھاگے کو کھینچتی ہے گھری کے گھومنے سے اشارہ پیمانہ کے اوپر گھومتا ہے۔ ریشم کے دھاگے کو براہِ راست تار AB سے نہیں جوڑا جا سکتا کیونکہ کرنٹ کے بیش قدر پر پہونچنے پر تاپ بڑھنے سے دھاگہ جل جائے گا۔ ماحول کے تاپ میں تغیر کی وجہ سے اس آلے کا صفر لگاتار بدلتا رہتا ہے اس لیے اس سے لی گئی ناپ زیادہ تسلی بخش نہیں ہے۔

12.3۔ حرجفت آلہ:۔

حرجفت آلہ زیادہ بہتر اصول پر مبنی ہے ناپی جانے والی کرنٹ تار AB میں سے گذرتی ہے جس سے اس کا تاپ بڑھ جاتا ہے۔

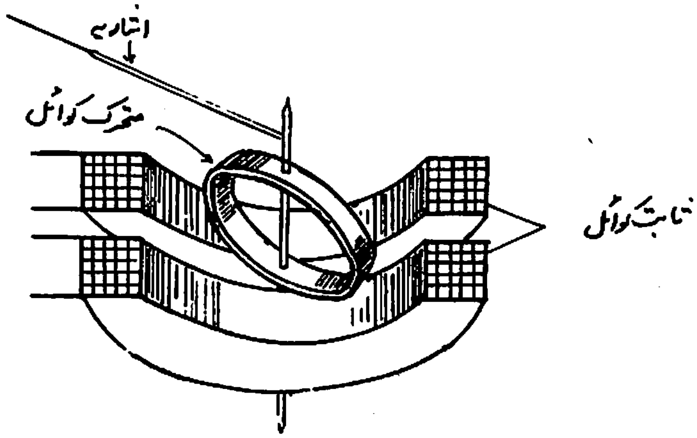


شکل 12.8۔ حرجفت آلہ

دو غیر مشابہ دھاتوں کے باریک تار P اور Q کے جنکشن کو تار AB کے بیچ میں جوڑ دیتے ہیں دوسرا جنکشن ماحول کے تاپ پر رہتا ہے AB میں متبادل کرنٹ کے حری اثر سے حرجفت میں الگ راست کرنٹ بہتی ہے جسے ایک حساس گلوینومیٹر کے ذریعہ ناپا جا سکتا ہے۔ گرم جنکشن کو ایک چھوٹے خلا شدہ بلب کے اندر بند کر دیتے ہیں جس کی وجہ سے وہ نقل دھاراؤں سے متاثر نہیں ہوتا یہ آلہ زیادہ تواتر ناپوں کے لیے زیادہ موزوں ہے کیونکہ چھوٹے تار AB کی مقاومت بہت کم ہوتی ہے۔ گلوینومیٹر کو راست کرنٹ سے پیمانہ بند کر دیتے ہیں اور یہ متبادل کرنٹ کی موثر قدروں کو پڑھتا ہے۔

12.4۔ الکٹرو ڈائنمو میٹر آلات :۔

مُظہر آلات میں الکٹرو ڈائنمو میٹر کا میکنزم سب سے زیادہ بنیادی ہے۔ جس کا ایک آسان خاکہ شکل 129 میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اس میں کوئی مقناطیسی مادہ استعمال نہیں کیا جاتا اس لئے یہ صحیح موثر قدروں کو پڑھتا ہے۔ چونکہ اس میں انفراج ثابت کوائل اور متحرک کوائل میں کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ اس لئے یہ آلہ راست اور متبادل دونوں طرح کی کرنٹ، وولٹیج اور طاقت کو ناپنے کی صلاحیت رکھتا ہے



شکل 129 ۔ الکٹرو ڈائنمو میٹر کا آسان خاکہ

اس میں دو ثابت کوائل ہوتے ہیں جو سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں مگر ایک دوسرے سے تھوڑا علیحدہ رکھے جاتے ہیں تاکہ ان کے درمیان سے ایک عمودی دھری گذر سکے جس سے ایک متحرک کوائل جڑی ہوتی ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ دھری کوائل کے مستوا میں واقع ہوتی ہے۔ متحرک کوائل جزوی طور پر ثابت کوائل کے اندر ہوتی ہے اور متحرک کوائل کی حرکت کو دو بالکمانیوں سے کنٹرول کیا جاتا ہے جیسا کہ راست کرنٹ متحرک کوائل آلات میں ہوتا ہے۔ اس کوائل میں کرنٹ ان ہی کمانیوں کے ذریعہ داخل کیجاتی ہے۔ لوہا یا کوئی اور مقناطیسی شے استعمال نہ ہونے کی وجہ سے ثابت کوائل سے پیدا ہوا

میدان ان میں بہنے والی کرنٹ ہی کے متناسب ہوتا ہے۔ مقناطیسی اشیاء کی غیر موجودگی سے میدان کی شدت راست کرنٹ آلات کے مقابلہ میں بہت کم ہوتی ہے جس کی وجہ سے ڈائنمومیٹر کی حساسیت کم ہوجاتی ہے۔ اس پر دوسرے آلات کے مقناطیسی میدانوں کا بھی اثر پڑ سکتا ہے۔ اس ہوسے بچنے کے لئے آلہ کو میومیٹل کے غلاف سے ڈھک دیتے ہیں۔

(A) امیٹر کی طرح استعمال:۔

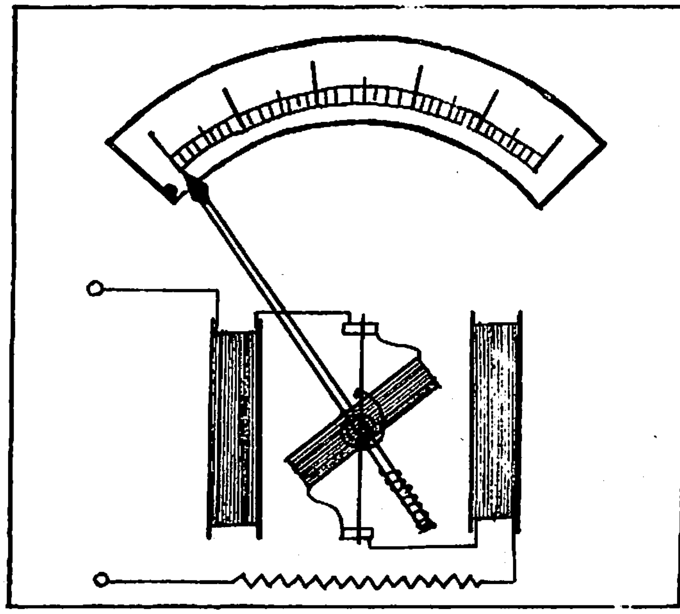
امیٹر کی طرح استعمال کرنے کے لئے ثابت اور متحرک کوائل کو سلسلہ وار جوڑ دیتے ہیں۔ ایسی حالت میں انفراجی جفت ایک ہی سمت میں ہوگا چاہے کرنٹ کسی بھی سمت میں بہے۔ یہ جفت متحرک کوائل کی کرنٹ اور ثابت کوائل کے میدان کے متناسب ہوتا ہے اور یہ دونوں ہی ناپی جانے والی کرنٹ کے متناسب ہوتے ہیں۔

∴ انفراجی جفت ∝ i^2

اس طرح یہ آلہ جذر وسط مربع قدروں کو ناپتا ہے۔ اس میں لگا ہوا پیمانہ "مربع قانون" کا پیرو ہوتا ہے اور اوپری سرے پر زیادہ پھیلا ہوتا ہے۔

(B) وولٹ میٹر کی طرح استعمال:۔

الکٹروڈائنمومیٹر کو وولٹ میٹر کی طرح استعمال کرنے کے لئے ثابت کوائل کے سلسلہ وار ایک بڑی مزاحمت جوڑ دیتے ہیں جیسا کہ شکل [130] میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح کے آلہ کی حساسیت کم ہوتی ہے۔ کیونکہ راست کرنٹ وولٹ میٹر کے برعکس جس میں ایک مضبوط مقناطیسی میدان میں کوائل گھومتی ہے اس میں انفراجی قوت گردشہ دو کمزور میدانوں کے تفاعل سے پیدا ہوتا ہے۔ ان میں سے ہر میدان ایک بہت کمزور محرک کرنٹ سے پیدا ہوتا ہے۔ اس کے باوجود متبادل کرنٹ آلہ راست کرنٹ آلہ کے مقابلہ میں تقریباً 5 گنا کرنٹ لیتا ہے اس کے علاوہ پیمانہ بند پیمانہ یکساں نہیں ہوتا کیونکہ عملی طور پر انفراج وولٹیج کے مربع



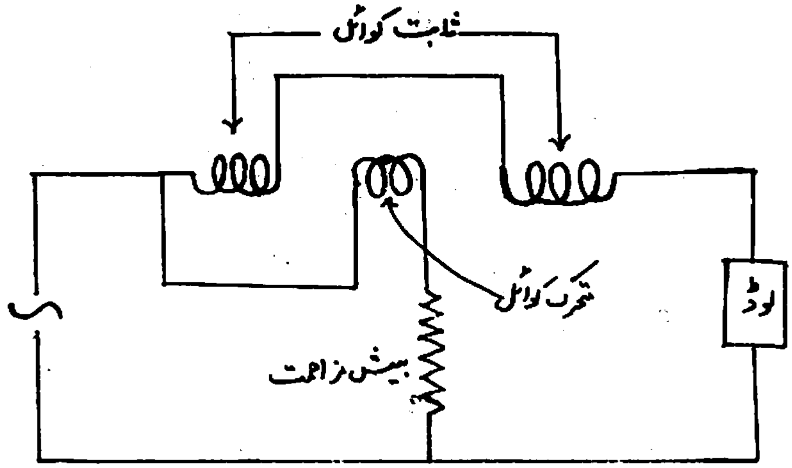
تشکل 130 - الکٹروڈائنمو میٹر وولٹ میٹر

کے متناسب ہوتا ہے۔ اس لئے پیمانہ کے نچلے سرے پر نشانات بہت نزدیک ہوتے ہیں جس کے پڑھنے میں غلطی کے بہت امکان ہیں۔ اوپری حصہ میں نشان دور دور ہونے کی وجہ سے ریڈنگ صحت کے ساتھ لی جاسکتی ہے۔ الکٹروڈائنمو میٹر وولٹ میٹر میں دوسری کمی یہ ہے کہ باہری مقناطیسی میدانوں کے لئے بہت اثر پذیر ہے۔

(c) واٹ میٹر کی طرح استعمال:۔

الکٹرو ڈائنمو میٹر کا سب سے عام استعمال واٹ میٹر کی طرح ہوتا ہے ثابت کوائل کی مزاحمت کم ہوتی ہے اور یہ تانبے کے موٹے تاروں کا بنا ہوتا ہے۔ متحرک کوائل تانبے کے باریک تاروں سے بنا ہوتا ہے جس میں پھیروں کی تعداد زیادہ ہوتی ہے۔ متحرک کوائل جسے وولٹیج کوائل کہتے ہیں، کے سلسلہ وار ایک بڑی مزاحمت جوڑ کر اس ترکیب کو سپلائی مینس کے متوازی جوڑ دیتے ہیں ثابت کوائل جنھیں کرنٹ کوائل کہتے ہیں

سپلائی اور لوڈ کے سلسلہ وار جوڑتے ہیں۔ شکل [131]



شکل 131 - واٹ میٹر

اس طرح ثابت کوائل میں ایک ہی کرنٹ i بہتی ہے جبکہ متحرک کوائل میں بہنے والی کرنٹ سپلائی وولٹیج v کے متناسب ہوتی ہے لہٰذا انفراجی جفت i اور v کے حاصل ضرب کے متناسب ہوگا یعنی

$$vi \propto \text{انفراجی جفت}$$

اب چونکہ iv ساعتی طاقت کے برابر ہے اس لئے

سپلائی کی گئی اوسط طاقت $\propto$ اوسط انفراجی جفت

اس طرح اوسط انفراجی جفت اوسط طاقت کی ناپ ہے جو وولٹیج اور کرنٹ کی موثر قدروں کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔ متحرک کوائل سے لگے ہوئے اشاریہ کا انتظام اس طرح کرتے ہیں کہ وہ ایسے پیمانہ پر حرکت کرے جو براہ راست واٹ میں پیمانہ بند ہو۔ اگر ہم یہ فرض کریں کہ واٹ میٹر میں خود کوئی طاقت صرف نہیں ہوتی تو اشاریہ لوڈ میں صرف ہوئی اصل طاقت کو ظاہر کرے گا۔ اس آلہ میں سہو کی خاص وجہ وولٹیج کوائل کی ترغیبیہ ہے۔ اس کی وجہ سے کوائل میں بہنے والی کرنٹ ای۔ ایم۔ ایف کے ہم ہیئتی

ہونے کی بجائے زاویہ $\theta = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$ سے پس قدم ہوتی ہے اگر $R >> \omega L$
تب $\theta \simeq 0$ اور سہو بہت تھوڑی ہوگی۔ عملی طور پر θ چھوٹا ہونے کے باوجود
بھی اہم ہوتا ہے۔ اگر سپلائی ای۔ایم۔ایف کو $e = E_m \sin \omega t$ سے ظاہر کریں
تو لوڈ کرنٹ کی عبارت $i_L = I_m \sin(\omega t - \phi)$ ہوگی جس میں $\cos\phi$
اس سرکٹ کا طاقت جزو ہے جس میں ہمیں طاقت معلوم کرنی ہے۔ دو لٹیج کوائل میں
کرنٹ کی عبارت مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$i_c = \frac{E_m \sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

ثابت اور متحرک کوائل کے درمیان میکانکی جفت حاصل ضرب i_c i_l کی
پوری سائیکل کے لئے وسط قدر کے متناسب ہوگا۔ اب

$$i_l i_c = \frac{I_m \sin(\omega t - \phi) E_m \sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$= \frac{E_m I_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} [\sin^2\omega t \cos\phi . \cos\theta - \sin\omega t \cos\omega t \sin\theta \cos\phi$$
$$- \cos\omega t \sin\phi \sin\omega t \cos\theta + \cos^2\omega t \sin\phi \sin\theta]$$

$$= \frac{E_m I_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = [\sin^2\omega t \cos\phi \cos\theta + \cos^2\omega t \sin\phi \sin\theta - \frac{\sin 2\omega t}{2} \sin(\theta +$$

$\sin^2\omega t$ اور $\cos^2\omega t$ دونوں ہی کی وسط قدریں پوری سائیکل کے لئے
0.5 ہوتی ہیں اور $\sin 2\omega t$ کی وسط قدر صفر ہوتی ہے۔ اس لئے پوری سائیکل
کے لئے وسط قدر

$$i_l i_c = \frac{E_m I_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} [\frac{1}{2}\cos\phi . \cos\theta + \frac{1}{2}\sin\phi \sin\theta]$$

$$= \frac{E_m I_m}{2\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\phi - \theta) \quad ----290$$

اگر کوائل کا ترغیبیہ (L) صفر ہو تو مساوات 290 کی مختلف تشکل یہ ہوگی

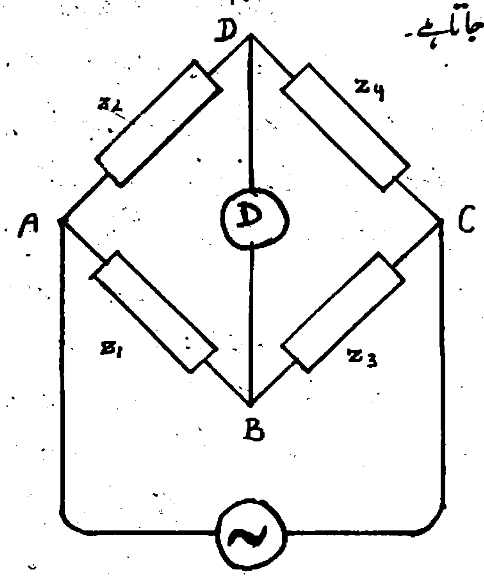
$$i_e \, i_c = \frac{E_m I_m}{2R} \cos\phi = \frac{1}{R} \frac{E_{rms}}{\sqrt{2}} \frac{I_{rms}}{\sqrt{2}} \cos\phi = \frac{E_{rms} I_{rms} \cos\phi}{R} \quad \text{---- 291}$$

کی وسط قدر

جوکہ اصل طاقت کے متناسب ہے کیونکہ R کی قدر مستقل ہوتی ہے اصل طاقت کو واٹ میٹر سے ناپنے کے بعد سرکٹ کا پاور جز بہت آسانی سے معلوم کیا جاسکتا ہے E_{rms} I_{rms} میں وولٹیج کو وولٹ میٹر اور کرنٹ کو ایمپیر سے ناپ لینے کے بعد ظاہری طاقت $E_{rms} I_{rms}$ کو معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس کے بعد پاور جز اصل طاقت اور ظاہری طاقت کی نسبت سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

12.5۔ متبادل کرنٹ برج :۔

ہوییٹ اسٹون برج اور اس کے توازن کی شرط کا مطالعہ ہم راست کرنٹ میں کرچکے ہیں۔ اس برج میں اگر مزاحموں کی جگہ ہم مقاومت تصور کریں تو یہ ایک عام متبادل کرنٹ برج بن جاتا ہے۔



شکل 132 ۔ عام متبادل کرنٹ برج

برج میں ABCD کے نقاطہ A اور C کے درمیان ایک متبادل سائن لہر وولٹیج عائد کیا گیا ہے اور نقاطہ B اور D کے درمیان ایک شناخت کار لگا ہوا ہے۔ اس برج کے توازن کے شرط بھی راست کرنٹ کی طرح مندرجہ ذیل ہے۔

$$\frac{\vec{Z_1}}{\vec{Z_2}} = \frac{\vec{Z_3}}{\vec{Z_4}} \quad \text{-----------} 292$$

جہاں $\vec{Z_1}$ $\vec{Z_2}$ $\vec{Z_3}$ اور $\vec{Z_4}$ فیز رمقاومت ہیں۔ متبادل کرنٹ برج میں توازن کی شناخت ہیڈ فون کے ایک جوڑے کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ توازن کی حالت میں برانچ BD میں کرنٹ صفر ہوتی ہے اور ہیڈ فون میں آواز کمترین ہوتی ہے۔

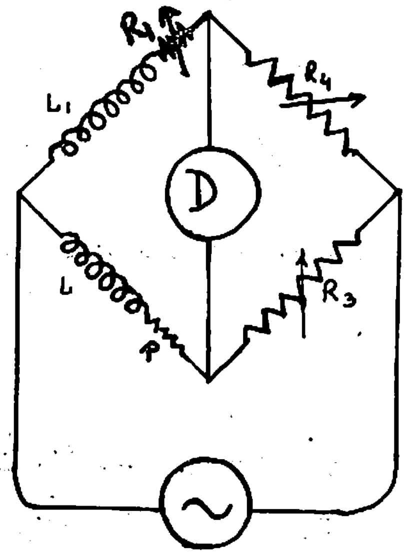
مخصوص حالات کو چھوڑ کر سبھی متبادل کرنٹ برج میں دوہرا توازن ملتا ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ کرنٹ کے وہ اجزا جو سپلائی وولٹیج کے ہم ہئیت ہیں ان کو علیحدہ متوازن کرنا چاہیئے بہ نسبت ان اجزا کے جو سپلائی وولٹیج سے 90 مختلف ہئیتی ہوتے ہیں۔ ان میں ایک توازن تو برج کے مزاحمتی اجزا کا توازن ہوتا ہے اور اسے راست کرنٹ ماخذ اور متحرک کوائل گلونیومیٹر کی مدد سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

توازن نقطہ جلدی حاصل ہونے کے لئے یہ ضروری ہے کہ توازن کی دونوں شرائط ایک دوسرے پر منحصر نہ ہوں تاکہ ایک توازن حاصل ہونے کے بعد دوسرے توازن کو لاتے وقت پہلے پر کوئی خلل نہ پڑے اس کے لئے ضروری ہے کہ برج کے ایک عنصر میں دوسرے کے بعد تغیر کیا جائے۔

لارڈ ریلے نے یہ بات دکھلائی کہ برج کی حساسیت اس وقت زیادہ ہوتی ہے جب مقاومت Z_1، Z_2، Z_3 اور Z_4 سبھی برابر ہوتے ہیں اور ماخذ اور شناخت کار دونوں کا تواتر بھی ایک ہوتا ہے۔ برج میں استعمال ہونے والے مزاحمت بکس غیر ترغیبی ہونے چاہیئں۔

ترغیبیہ ناپنے کے لئے میکسویل برج:۔

شکل [133] میں ترغیبیہ کا موازنہ کرنے کے لئے میکسویل برج کو دکھایا گیا



شکل 133۔ میکسویل برج

ہے R_1 ، R_3 اور R_4 پر تیر کا نشان ان کے تغیر پذیر ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔
R ترغیبیہ L کی مزاحمت ہے۔ R_1 ایک تغیر پذیر مزاحمہ ہے جو L_1 کے سلسلہ وار لگا ہے۔ R_1 میں L_1 کی مزاحمت کو شامل مانا گیا ہے۔

شکل میں دئے گئے ترقیم کے مطابق چونکہ

$$\frac{\vec{Z_1}}{\vec{Z_2}} = \frac{\vec{Z_3}}{\vec{Z_4}}$$

$$\therefore \frac{R + j\omega L}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{------ } 293$$

ترچھا ضرب کرنے پر

$$R R_4 + j\omega L R_4 = R_1 R_3 + j\omega L_1 R_3$$

دونوں جانب خیالی اور حقیقی اجزاء کو برابر کرنے پر

$$R R_4 = R_1 R_3 \quad \text{------- } (1)$$

$$L\ R_4 = L_1\ R_3 \qquad \text{------ (ii)}$$

$$\therefore \frac{R}{R_1} = \frac{R_3}{R_4} \qquad \text{---------- 294}$$

$$\text{اور}\quad \frac{L}{L_1} = \frac{R_3}{R_4} \qquad \text{---------- 295}$$

مساوات 294 اور 295 توازن کی دونوں شرائط ہیں۔ مساوات 295 سے

$$L = L_1\ \frac{R_3}{R_4} \qquad \text{---------- 296}$$

مساوات 296 کی مدد سے غیر معلوم ترغیبیہ L کو معلوم ترغیبیہ L_1 کی مدد سے نکالا جا سکتا ہے۔ اس برج کی خرابی یہ ہے کہ توازن کی شرائط ایک دوسرے سے غیر منحصر انداز میں حاصل نہیں کی جا سکتیں کیونکہ نسبت R_3/R_4 دونوں ہی مساوات 294 اور 295 میں موجود ہے

میکسویل کا L/C برج:۔

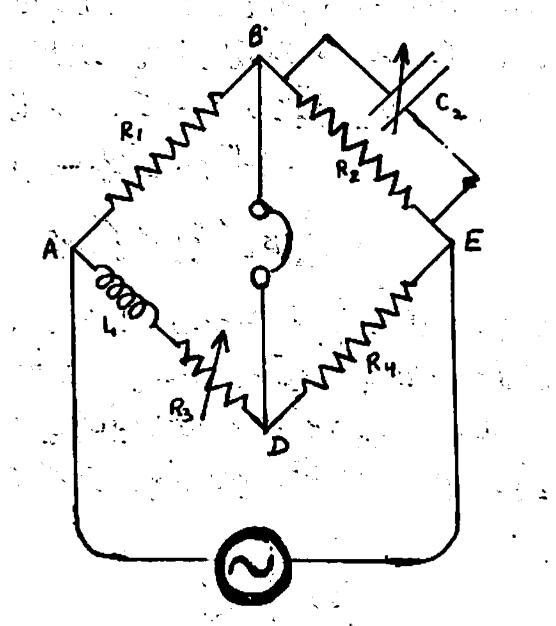
اس برج میں غیر معلوم ترغیبیہ ایک معیاری معلوم کپیسٹر اور دو مزاحموں کی مدد سے نکالا جا سکتا ہے۔ یہ برج شکل [134] میں دکھایا گیا ہے۔
برج کے توازن کے لئے

$$\frac{R_1}{\vec{Z_2}} = \frac{R_3 + j\omega L}{R_4}$$

یہاں R_3 میں L کی مزاحمت بھی شامل ہے اور $\vec{Z_2}$ بازو BE کی مقاومت ہے۔ چونکہ

$$\because \frac{1}{\vec{Z_2}} = \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_2\right)$$

$$\therefore R_1\left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_2\right) = \frac{R_3 + j\omega L}{R_4}$$



شکل 134 ۔ میکسویل کا L/C برج

حقیقی حصوں کو برابر کرنے پر

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{----------} \; 297$$

خیالی حصوں کو برابر کرنے پر

$$C_2 R_1 = \frac{L}{R_4}$$

$$\therefore L = C_2 R_1 R_4 \quad \text{-------} \; 298$$

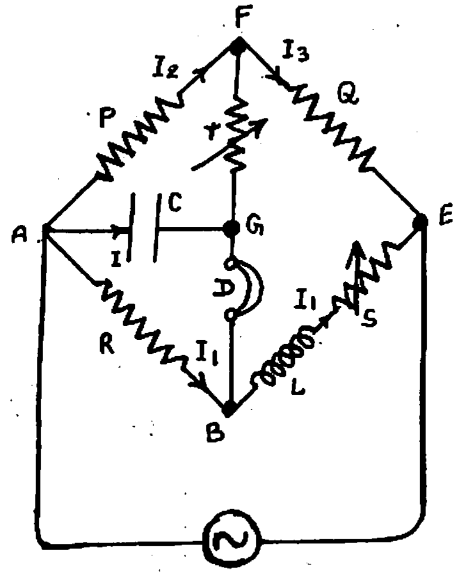
مساوات 297 اور 298 سے ظاہر ہے کہ اگر ہم مزاحمت کو ہی تغیر پذیر رکھیں تو توازن کی دونوں شرائط ایک دوسرے پر غیر منحصر نہیں ہونگی۔ ان دونوں کو غیر منحصر رکھنے کے لئے ضروری ہے کہ کنڈنسر تغیر پذیر ہو۔

نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ کو سادہ (1:1) رکھنا زیادہ مفید ہے۔ R_1 اور R_2

کم ترغیبیہ والے نسبت بکس [اوم 1000، 100، 10: 10، 100، 1000] ہوتے ہیں ان کی اصل قدریں اس کوائل کی مقاومت کے درجہ کی ہوتی ہیں جس کا ترغیبیہ ہمیں معلوم کرنا ہے۔ L کے سلسلہ وار جو تغیر پذیر مزاحمہ ہے وہ کسری مزاحمت بکس یا کاربن پلیٹ ریوسٹیٹ ہوتا ہے۔

اینڈرسن کے برج کا طریقہ :-

اینڈرسن برج میکسویل کے برج کی ترمیم شدہ شکل ہے جس میں توازن کی دونوں شرائط صرف مزاحمت کے تغیر سے حاصل ہوتی ہیں۔ معیاری کپیسیٹر کی قدر معین ہوتی ہے۔ اس ترمیم میں ایک غیر ترغیبی مزاحمہ r کپیسیٹر کے سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے اور یہ ترکیب P کے متوازی ہوتی ہے جیسا کہ شکل [135] میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 135 ۔ اینڈرسن برج

شناخت کار کا ایک سرا C اور r کے جنکشن پر جوڑ دیا جاتا ہے توازن کی شرائط معلوم کرنے کے لئے کرچاف قوانین کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اگر ہم شروع

میں یہ فرض کر لیں کہ $I_D = 0$ اور P، Q، C اور r اور R اور S میں بہنے والی فیز کرنٹ اگر بالترتیب $\vec{I_2}$، $\vec{I_3}$، $\vec{I}$، اور $\vec{I_1}$ ہوں تو ہمیں مندرجہ ذیل چار رشتے ملتے ہیں۔

$$\vec{I} + \vec{I_2} - \vec{I_3} = 0 \quad \text{-------- } 299$$

$$\left(r + \frac{1}{j\omega C}\right)\vec{I} = P\vec{I_2} \quad \text{------- } 300$$

$$\frac{\vec{I}}{j\omega C} = R\vec{I_1} \quad \text{------- } 301$$

$$(S + j\omega L)\vec{I_1} = r\vec{I} + Q\vec{I_3} \quad \text{---- } 302$$

مساوات 300 میں $\vec{I_2}$ کی جگہ $(\vec{I_3} - \vec{I})$ رکھنے سے

$$\left(P + r + \frac{1}{j\omega C}\right)\vec{I} = P\vec{I_3} \quad \text{-------- } 303$$

مساوات 301 کی مدد سے مساوات 302 سے $\vec{I_1}$ کو ہٹانے پر

$$\frac{S + j\omega L - j\omega CRr}{j\omega CR}\vec{I} = Q\vec{I_3} \quad \text{----- } 304$$

مساوات 303 کو مساوات 304 سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{j\omega CR\left(P + r + \frac{1}{j\omega C}\right)}{S + j\omega L - j\omega CRr} = P/Q$$

ترچھا ضرب کرنے پر

$$PS + j\omega LP - j\omega CRrP = j\omega CRQ(P + r) + QR \quad \text{----- } 305$$

مساوات 305 میں حقیقی اور خیالی اجزا کو علیحدہ علیحدہ برابر رکھنے پر

$$PS = QR \quad \text{----------- } 306$$

$$L = CR\left[Q + \cancel{\ }\left(1 + \frac{Q}{P}\right)\right] \quad ---307$$

توازن کی شرائط (306) اور (307) کو بغیر ایک دوسرے کو خلل ڈالے ہوئے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ شرط (306) میں S کو تبدیل کرتے ہیں اور (307) میں r کو۔

یہ بات قابل غور ہے کہ اگر $L < CRQ$ تو توازن حاصل نہیں ہو سکتا

زیادہ مناسب یہ ہے کہ P اور Q کے درمیان 1:1 کی نسبت استعمال کی جائے ایسی حالت میں توازن آجانے پر

$$R = S \quad ---------308$$

$$L = CR(Q + 2r) \quad ---------309$$

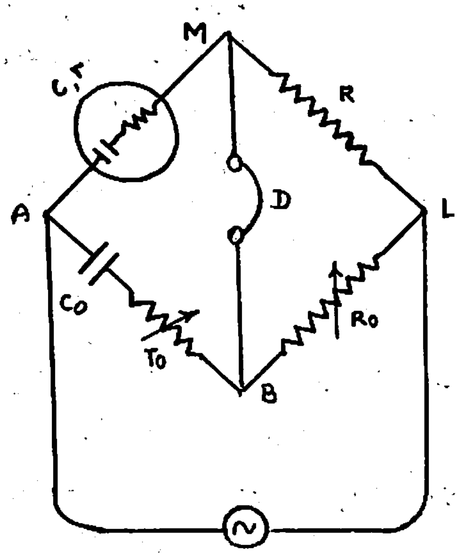
اس طرح اینڈرسن کے ترمیم شدہ برج سے L کی قدر آسانی سے معلوم کی جا سکتی ہے۔

صلاحیت کی ناپ کیلئے متبادل کرنٹ برج

وین برج

چونکہ کسی کپیسٹر سے متبادل کرنٹ جب گذرتی ہے تو اس میں کچھ طاقت کا اسراف ہوتا ہے اس لئے ہم کپیسٹر کو اس کی صلاحیت کے سلسلہ وار ایک مزاحمت کے مرادف تصور کر سکتے ہیں۔ شکل [136] میں وین برج کو دکھایا گیا ہے۔

کپیسٹر C کو جس کی صلاحیت معلوم کرنی ہے AM بازو میں لگاتے ہیں۔ مزاحمت r کو C کے سلسلہ وار مان سکتے ہیں اور r کی قدر C کے طاقت جز سے معلوم کر سکتے ہیں۔ متصل بازو AB میں C_o صلاحیت کا ایک معیاری ابرق کنڈنسر کے سلسلہ وار ایک تغیر پذیر مزاحمت r_o لگاتے ہیں۔



شکل 136 - وین برج

بقیہ دو بازؤں میں غیر ترغیبی مزاحمے R_0 اور R لگائے جاتے ہیں۔ صحیح توازن کی حالت آجانے پر

$$\frac{r + \frac{1}{j\omega C}}{r_0 + \frac{1}{j\omega C_0}} = \frac{R}{R_0} \quad \text{----------310}$$

حقیقی اور خیالی اجزا کو علیحدہ کرنے پر

$$\frac{R}{R_0} = \frac{r}{r_0} \quad \text{----------311}$$

اور $CR = C_0 R_0$

یا $C = \frac{C_0 R_0}{R}$ ----------312

یہ دونوں شرائط (جو ایک دوسرے پر بالکل غیر منحصر نہیں ہیں) r_0 اور R_0 کے تبادل طور پر تغیر سے حاصل ہو سکتی ہیں۔ بہتر نتیجہ حاصل کرنے کے لئے

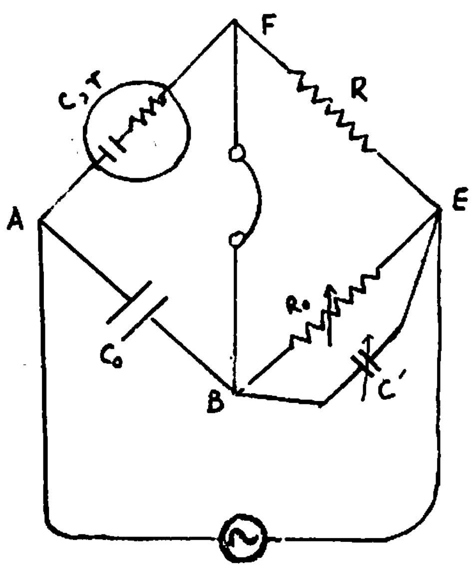
C_o کو جہاں تک ممکن ہو C کے برابر منتخب کرنا چاہئے اور R اور R_o کو مطابق کنڈنسر کی مقاومت کے درجہ کا لینا چاہئے۔

کنڈنسر C کا طاقت جز مندرجہ ذیل عبارت سے نکالا جاسکتا ہے

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}} = R_1 \omega C \text{ (تقریباً)} \quad ---313$$

شیرنگ برج :-

یہ برج ایک معیاری کیپسٹر کی نسبت سے کسی کیپسٹر کی صلاحیت ناپنے کا بہت صحیح طریقہ ہے۔ اس میں توازن کی شرائط ایک دوسرے پر بالکل منحصر نہیں ہوتی ہیں۔ اس برج کی مدد سے صلاحیت اور طاقت جز کی صحیح ناپ کی جاسکتی ہے۔ برج کا سرکٹ شکل [137] میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 137۔ شیرنگ برج

اس میں بھی زیر غور کپیسٹر کو صلاحیت C کے سلسلہ وار مزاحمت r کے مرادف

تصور کر سکتے ہیں۔ اس کپیسیٹر کو AF بازو میں رکھتے ہیں۔ متصل بازو AB میں ایک معیاری کپیسیٹر رکھتے ہیں۔ دیگر بازوؤں میں غیر ترغیبی مزاحمت R اور R_o لگاتے ہیں۔ R_o کے متوازی ایک تغیر پذیر کپیسیٹر C' [جو پیمانہ بند کپیسیٹر ہوتا ہے] لگاتے ہیں۔ جس کا پاور جز تقریباً قابل نظر انداز ہوتا ہے جب برج توازن کی حالت میں ہوتا ہے تو

$$\frac{r + \frac{1}{jwC}}{1/jwC_o} = \frac{R}{Z'} = R\left(\frac{1}{R_o} + jwC'\right) \quad ---314$$

یا $$\frac{r + \frac{1}{jwC}}{1/jwC_o} = \frac{R}{R_o} + jwC'R$$

یا $$jwC_o\left(r + \frac{1}{jwC}\right) = \frac{R}{R_o} + jwC'R$$

یا $$jwC_o r + \frac{C_o}{C} = \frac{R}{R_o} + jwC'R$$

توازن کی دو شرائط مندرجہ ذیل ہوں گی۔

$$(i) \quad \frac{C_o}{C} = \frac{R}{R_o} \quad \text{یا} \quad C = \frac{C_o R_o}{R} \quad -----315$$

$$(ii) \quad C_o r = C' R \quad ----------316$$

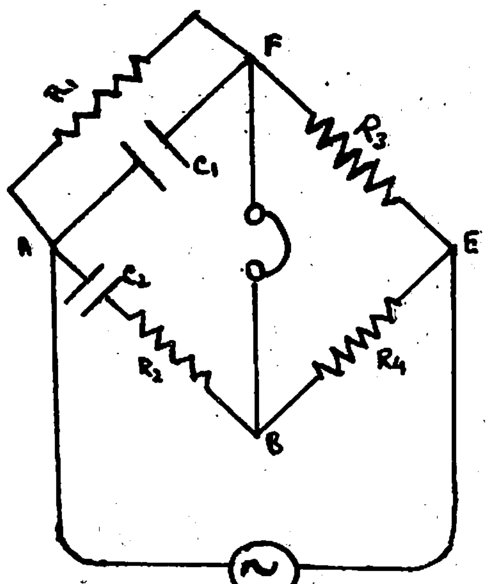
دونوں شرائط غیر منحصر طور پر R_o اور C' کو متبادل طور پر تبدیل کر کے پوری کی جا سکتی ہے۔ یہ بات قابل غور ہے کہ C کو نکالنے کے لئے C' کی قدر کو جاننا ضروری نہیں ہے۔

کسی متبادل کرنٹ سپلائی کے تواتر کو ناپنے کیلئے برج۔

رابنسن برج:۔

رابنسن نے وین کے صلاحیت برج میں تھوڑی تبدیلی کر کے اسے تواتر ناپنے

کے لیے استعمال کیا۔ رابنسن کا برج شکل [138] میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 138۔ رابنسن برج

C_1 اور C_2 دو ابرک کپیسیٹر کی صلاحیتیں ہیں جن کی قدر تقریباً برابر ہوتی ہے انہیں متصل بازووں میں لگایا گیا ہے۔ R_1، R_2، R_3 اور R_4 غیر ترغیبی مزاحمے ہیں جس میں R_1 کپیسیٹر C_1 کے متوازی اور R_2 کپیسیٹر C_2 کے سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ R_3 اور R_4 برج کے تیسرے اور چوتھے بازووں میں لگے ہوئے ہیں۔

اگر بازو AF کی مقاومت $\vec{Z}$ ہے تو

$$\frac{1}{\vec{Z}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{1/j\omega C_1} = \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1\right)$$

ہیڈ فون (شناخت کار) میں صفر کرنٹ ہونے کے لئے عام ہویٹ اسٹون برج کی شرائط کا اطلاق ہوتا ہے لہذا

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}{\vec{Z}} = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1\right)$$

$$= \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} + \frac{1}{j\omega C_2 R_1} + j\omega C_1 R_2$$

حقیقی اجزا کو برابر کرنے پر

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} \quad \text{---------} 317$$

خیالی اجزا کو برابر کرنے پر

$$\frac{1}{j\omega C_2 R_1} + j\omega C_1 R_2 = 0$$

یا $\frac{1}{\omega C_2 R_1} - \omega C_1 R_2 = 0$

$$\therefore \omega^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} \quad \text{---------} 318$$

رابنسن نے برج میں

$C_1 = C_2 = C$ (مان لیا)

$R_1 = R_2 = R$ اور

رکھا۔ لہٰذا توازن کی شرط 318 مندرجہ ذیل شکل میں آجاتی ہے

$$\omega^2 = \frac{1}{C^2 R^2}$$

$$f = \frac{1}{2\pi C R} \quad \text{---------} 319$$

اس میں f سپلائی کا تواتر ہے جسے معلوم کرنا ہے۔
اس طرح توازن صرف ایک ہی تواتر سے آجاتا ہے۔ R_1 اور R_2 کو ایک ساتھ تبدیل کرتے ہیں تاکہ وہ ہمیشہ برابر رہیں۔

اصطلاحات

ا

Elementary.	ابتدائی
Susceptiable	اثر پذیر
Device.	اختراع
Earth Inductor.	ارضی انڈکٹر
Inertia.	استمرار
Moment of Inertia.	استمرار گردش
Transformation.	استحالہ
Scalar.	اسکیلر (غیر سمتیہ)
Efficiency.	استعداد
Pointer.	اشاریہ
Radiation.	اشعاع پذیری
Radiation Correction.	اشعاع تصحیح
Principle.	اصول
True Power.	اصل طاقت
Horizontal Component	افقی جزو
Horizontal.	افقی
Unit.	اکائی
Ammeter.	امیٹر
Deflection.	انفراج
Deflecting Couple.	انفراجی جفت
Average.	اوسط
Oscillator.	اہتزاز کار
E.M.F.	ای۔ایم۔ایف
Atomic Theory.	ایٹمی نظریہ
Exponential Law.	ایکسپونینشی قانون
Susceptance.	اہلیت
Electrodynamometer.	الکٹروڈائنمومیٹر
Free Charge.	آزاد چارج
Instrument.	آلہ
Instrumentation.	آلاتیات
Operator.	آپریٹر
Operation.	آپریشن

Water Equivalent	آب مرادف
Iron Loss	آہنی نقصان

ب

Regular.	باضابطہ
Growth.	بالیدگی
Mutual Induction.	باہمی ترغیب
Mutual Inductance.	باہمی ترغیبیہ
Bridge.	برج
Electrical.	برقی
Electric Eye.	برقی چشم
Electro-magnetic	برقی مقناطیسی
Electro-magnetism	برقی مقناطیسیت
Conservation.	برقراریت
out put.	برآمد
Restoring Couple.	بحالی جفت
Converter.	بدل کار
Ion.	بجلیہ
Appreciable.	بیّن (نمایاں)
Maximum.	بیش ترین
Basic.	بنیادی
Alloy.	بھرت (ملواں) دھات
Eddy Current	بھنور کرنٹ

پ

Lag.	پس قدم ہونا
Hysteresis Loss	پسماندگی (تخلف) نقصان
Primary.	پرائمری
Pulsating.	پلسیٹنگ (پلسی)
Test Charge.	پرکھ چارج
Slip Ring	پھسل حلقہ
Lead	پیش قدم ہونا
Swing.	پینگ
Calibrate	پیمانہ بند کرنا
Calibration	پیمانہ بندی
Calibrated	پیمانہ بند

ت

Radio-activity	تابکاری
Temperature-Coefficient	تاپ ضربیہ
Copper Loss	تام نقصان

Explanation توضیح
Energy توانائی
Balancing length توازن لمبائی
Frequency تواتر
Adjustment توافق
At break توڑنے کے وقت
Proportion تناسب
Sharp تیز
Sharpness تیزی

ٹ

Transducer ٹرانس ڈیوسر
Transformer ٹرانسفارمر

ث

Fixed ثابت

ج

Element, Component, Factor جزو
Root جذر
Root mean square جذر وسط مربع
Throw جست

Response تاثر
Reduction factor تبدیلی جز
Momentum تحرک
Alternation تبادل
Transform تحویل کرنا
Decrement تخفیف
Combination ترکیب
Induction ترغیب
Hysteresis تخلف
Induced ترغیب شدہ
Inductive ترغیبی
Notation ترقیم
Analysis تشریح
Analytical geometry تشریحی جیومیٹری
Correction تصحیح
Neutralize تعدیل کرنا
Neutral تعدیلی
Equilibrium تعادل
Interaction تفاعل
Subtraction تفریق
Differentiate تفرق
Damping تقصیر
Damping ratio تقصیری نسبت

Thermocouple	حرجفت
Boundary Conditions	حدی شرائط
Sensitiveness	حاسیت

خ

Linear Scale	خطی پیمانہ
Vacuum Jacket	خلائی جیکٹ
Self Induction	خود ترغیب
Coefficient of Self Induction	خود ترغیب ضربیہ
Self Capacity	خود صلاحیت
Imaginary, quadrature	خیالی

د

Tapping Key	داب کنجی
Internal	داخلی
Input	درآمد
Repulsion	دفع
Precise work	دقیق کام
Period, Periodic Time.	دَور
Periodic	دَوری
Double Spiral	دوہرا مرغول

Dimension	جسامت
Dimensional	جسامتی
Couple	جفت
Coupled	جفتہ
Coefficient of Coupling	جفتی ضربیہ
Coupling	جفتگی
Addition	جمع
Junction.	جنکشن
At make	جوڑ کے وقت
Generator	جنریٹر

چ

Charge	چارج کرنا
Charged	چارج شدہ
Charge (n)	چارج
Conductor.	چالک
Conductivity	چالکتا
Turbine.	چرخاب

ح

State, Condition	حالت
Insulator	حاجز
Thermo-electric effect.	حر برقی اثر

Radio Frequency	ریڈیو تواتر
RRheostat	ریوسٹیٹ

ز

Angular Momentum	زاویائی تحرک
Angular rotation	زاویائی ترقیم
Additional	زائد
Decay	زوال
Conjugate	زوج

س

Simple	سادہ
Simple Harmonic	سادہ ہارمونی
Instantaneous	ساعتی
Clock wise	ساعت وار
Sine	سائن
Sine Wave	سائن لہر
Sinusoidal	سائن خم نما
Accelerate	سرعتانا
Circuit	سرکٹ
End Resistance	سرامزاحمت
Permeability	سرایت پذیری

Dielectric	دوبرقیہ
Redistribution	دوبارہ تقسیم
Double Balance.	دوہرا توازن
Spindle.	دھری

ڈ

Diagram	ڈائیگرام
Gradient	ڈھال
Discharge	ڈسچارج کرنا

ذ

Particles	ذرات
Subatomic	ذیل ایٹمی

ر

Direct	راست
Quadrants	ربعات
Quadrant electrometer	ربع برق پیما
Cancel	رد کرنا
Hydro-dynamics	رقیق حرکیات
Frictional Damping	رگڑ تقصیر
Radial	ریڈیل

Expended صرف ہوئی
Capacitive صلاحیتی

ض

Coefficient ضربیہ
Multiplication ضرب
Anti Clockwise ضد ساعت وار

ط

Power طاقت
Power factor طاقت جزو
Physical Significance طبیعی اہمیت
Process طریق
Revolve طواف کرنا
Revolution طواف

ظ

Projection ظل
Apparent Power ظاہری طاقت

ع

Impressed عائد
Momentary عارضی (لمحاتی)
Active Power عامل طاقت

Circuit Components سرکٹ عناصر
Portable سفری
Vector سمتیہ (ویکٹر)
Rectifier سمت کار
Audio frequency سمعی تواتر
Secondary سکنڈری
In Series سلسلہ وار
Series سلسلہ
Series Circuit سلسلہ سرکٹ
Series Resonance سلسلہ گمک
Solenoid سولینائڈ
Cell (Electric) سیل (برقی)

ش

Intensity شدت
Rate شرح
Form Factor شکل جز
Solar System شمسی نظام
Detector شناخت کار
Shunt شنٹ

ص

Accuracy صحت

Function	فنکشن
Phasor	فیزر
Phasor Impedance	فیزر مقاومت

ق

Law	قانون
Base	قاعدہ
Steady	قائم
Steady state	قائم حالت
Negligible	قابل نظر انداز
Acceptor	قبول کار
Admittance	قبولیت
Magnitude, Value	قدر
Ballistic-Galvanometer	قذفی گلونومیٹر
Ballistic Throw	قذفی پھینک (جست)
Ballistic Constant	قذفی مستقلہ
Damped Oscillation	قصری اہتزاز
Polar Form	قطبی شکل

Expression	عبارت
overCome	عبور کرنا
Cross Section	عرضی تراش
Symbol	علامت
Symbolic	علاماتی
Step-up	عروجی
Vertical Component	عمودی جزو
Ordinate	عمودی قدر

غ

overCome	غالب آنا
Dead-beat	غیر اہتزازی
Non-Inductive	غیر ترغیبی
Scalar	غیر سمتیہ (اسکیلر)
Independent	غیر منحصر

ف

Critical	فاصل
Gap	فصل
Natural	فطری
Peak value	فراز قدر
Flux	فلکس
Flux Density	فلکس کثافت

قوت	Force
قوت خطوط	Lines of force

ک

کپسیٹر	Capacitor
کرنٹ	Current
کسری	Fractional
کشش	Attraction
کلکولس	Calculus
کلوری میٹر	Calorimeter
کمانا	Annealing
کمیت	Mass
کنڈنسر	Condenser
کوائل	Coil

گ

گردشہ	Moment
گردش	Rotation
گردشی ویکٹر	Rotating vector
گرم تار	Hot wire
گلوینومیٹر	Galvanometer
گمک	Resonance.
گمکی تواتر	Resonant frequency
گمک کی تیزی	Sharpness of Resonance
گمکی سرکٹ	Resonant circuit

ل

لپیٹ	Winding
لمحاتی	Momentary
لوپ	Loop
لہر	Wave
لہر شکل	Wave form
لوڈ	Load
لمس نقطہ	Point of Contact

م

ماخذ	Source
مبدا	origin
مبادلہ کرنا	Interchange
مثالی	Ideal
مثبت	Positive
متبادل کرنٹ	Alternating Current
متواتر	Successive
متوازی	Parallel

Continuous Flow	مسلسل بہاؤ
Equation	مساوات
Rectangular Form	مستطیلی شکل
Rectangular Hyperbola	مستطیلی ہائپربولا
Observation	مشاہدہ
Observed	مشہود
Artificial	مصنوعی
Potential Energy	مضمر توانائی
Potential difference	مضمر فرق
Potential drop	مضمر گراؤ
Absolute Temperature	مطلق تاپ
Representation	مظاہرہ
Inducement	معاونت
Null point	معدوم نقطہ
Conductance	مفاہمت
Standardise	معیار بند کرنا
Impedance	مقاومت
Impedance Triangle	مقاومت مثلث
Proportional	متناسب
Moving	متحرک
Stirrer	متھنی
Variable	متغیرہ
Recurring	متوالی
Symmetrical	متشاکل
Parallelogram.	متوازی الاضلاع
Axis	محور
Exciting	محرک
Axial	محوری
Complex Notation	مخلوط ترقیم
Counter E.M.F.	مخالف ای-ایم-ایف
out of phase.	مختلف ہیئتہ
Power	مد
Orbit	مدار
Equivalent	مرادف
Spiral	مرغولہ
Square	مربع
Square Law	مربع قانون
Resistance	مزاحمت
Resistor	مزاحمہ
Fixed	مستقل، متعین

Quantity	مقدار
Magnetising Current	مقناؤ کرنٹ
Magnetic field	مقناطیسی میدان
Magnetometer	مقناطیسیت پیما
Short Circuit	مقصور سرکٹ
Intercept	مقطوعہ
Reciprocal	مقلوب
Tangent	مماس (ٹینجنٹ)
Identical	مماثل
Reflected Impedance	منعکس مقاومت
Terminus	منتہا
Deflected	منفرج
Negative	منفی
Coincide	منطبق ہونا
Comparision	موازنہ
Communication.	مواصلات
Mains frequency	مینس تواتر
Magnetomotive Force	میگنیٹوموٹیو فورس
Meridian	میریڈیان
Angle of Dip	میلان زاویہ
Mechanical Equivalent	میکانکی مرادف
Field	میدان
Mu-metal	میومیٹل
Effective Value	موثر قدر

ن

Measurement	ناپ
Reactance.	نااہلیت
Reactive Power	نااہل طاقت
Step-down	نزولی
Ratio	نسبت
Ratio Box	نسبت بکس
Relative Position	نسبتی مقام
Relative Accuracy	نسبتی صحت
Displacement	نقل
Convection Current	نقل کرنٹ
Loss	نقصان

نظریہ	Theory
نوک	Tip
نور حساس	Photo Sensitive
نوعی مزاحمت	Specific Resistance
نمایاں (بیّن)	Appreciable
نیوکلیس	Nucleus

و

وابستگی	Linkage
وتر	Diagonal
ورق دار	Laminated
وسعت	Amplitude
وسط قدر	Mean Value
وسیلہ	Medium
وقفہ	Interval
وقت مستقل	Time Constant
وقتی نقل	Time Displacement
وولٹیج	Voltage
وولٹ میٹر	Volt meter
ویکٹر	Vector

ہ

ہموارکن پیچ	Levelling Screw
ہم محوری	Co-axially
ہم ہیئت	In phase
ہیئت	Phase
ہیئت فرق	Phase Difference

لا

لاانتہائیہ	Infinity
لامتناہیہ	Infinite
لاگرتھمی تخفیف	Logarithmic Decrement

ی

یکساں	Uniform
یک سمتی	Unidirectional.