خاص نظریۂ اضافیت

محمد حبیب الحق انصاری

قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان، نئی دہلی

خاص نظریہ اضافیت

محمد حبیب الحق انصاری

قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان
وزارت ترقی انسانی وسائل، حکومت ہند
فروغ اردو بھون، FC-33/9، انسٹی ٹیوشنل ایریا، جسولہ، نئی دہلی۔110025

© قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان، نئی دہلی

پہلی اشاعت	:	1984
دوسری طباعت	:	2010
تعداد	:	550
قیمت	:	-/39 روپے
سلسلۂ مطبوعات	:	320

Khas Nazariya-e-Izafiyat
by
Mohd. Habibul Haq Ansari

ISBN :978-81-7587-348-3

ناشر: ڈائرکٹر، قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان، فروغ اردو بھون، FC-33/9، انسٹی ٹیوشنل ایریا،
جسولہ، نئی دہلی 110025
فون نمبر: 49539000، فیکس: 49539099
ای میل: urducouncil@gmail.com، ویب سائٹ: www.urducouncil.nic.in
طابع: جے۔ کے۔ آفسیٹ پرنٹرز، بازار مٹیا محل، جامع مسجد، دہلی-110006
اس کتاب کی چھپائی میں 70GSM, TNPL Maplitho کاغذ استعمال کیا گیا ہے۔

پیش لفظ

انسان اور حیوان میں بنیادی فرق نطق اور شعور کا ہے۔ ان دو خداداد صلاحیتوں نے انسان کو نہ صرف اشرف المخلوقات کا درجہ دیا بلکہ اسے کائنات کے ان اسرار و رموز سے بھی آشنا کیا جو اسے ذہنی اور روحانی ترقی کی معراج تک لے جاسکتے تھے۔ حیات و کائنات کے مخفی عوامل سے آگہی کا نام ہی علم ہے۔ علم کی دو اساسی شاخیں ہیں باطنی علوم اور ظاہری علوم۔ باطنی علوم کا تعلق انسان کی داخلی دنیا اور اس دنیا کی تہذیب و تطہیر سے رہا ہے۔ مقدس پیغمبروں کے علاوہ، خدا رسیدہ بزرگوں، سچے صوفیوں اور سنتوں اور فکر رسا رکھنے والے شاعروں نے انسان کے باطن کو سنوارنے اور نکھارنے کے لیے جو کوششیں کی ہیں وہ سب اسی سلسلے کی مختلف کڑیاں ہیں۔ ظاہری علوم کا تعلق انسان کی خارجی دنیا اور اس کی تشکیل و تعمیر سے ہے۔ تاریخ اور فلسفہ، سیاست اور اقتصاد، سماج اور سائنس وغیرہ علم کے ایسے ہی شعبے ہیں۔ علوم داخلی ہوں یا خارجی ان کے تحفظ و ترویج میں بنیادی کردار لفظ نے ادا کیا ہے۔ بولا ہوا لفظ ہو یا لکھا ہوا لفظ، ایک نسل سے دوسری نسل تک علم کی منتقلی کا سب سے موثر وسیلہ رہا ہے۔ لکھے ہوئے لفظ کی عمر بولے ہوئے لفظ سے زیادہ ہوتی ہے۔ اسی لیے انسان نے تحریر کا فن ایجاد کیا اور جب آگے چل کر چھپائی کا فن ایجاد ہوا تو لفظ کی زندگی اور اس کے حلقۂ اثر میں اور بھی اضافہ ہوگیا۔

کتابیں لفظوں کا ذخیرہ ہیں اور اسی نسبت سے مختلف علوم و فنون کا سرچشمہ۔ قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان کا بنیادی مقصد اردو میں اچھی کتابیں طبع کرنا اور انھیں کم سے کم قیمت پر علم و ادب کے شائقین تک پہنچانا ہے۔ اردو پورے ملک میں سمجھی جانے والی، بولی جانے والی اور

پڑھی جانے والی زبان ہے بلکہ اس کے سمجھنے، بولنے اور پڑھنے والے اب ساری دنیا میں پھیل گئے ہیں۔ کونسل کی کوشش ہے کہ عوام اور خواص میں یکساں مقبول اس ہر دلعزیز زبان میں اچھی نصابی اور غیر نصابی کتابیں تیار کرائی جائیں اور انھیں بہتر سے بہتر انداز میں شائع کیا جائے۔ اس مقصد کے حصول کے لیے کونسل نے مختلف النوع موضوعات پر طبع زاد کتابوں کے ساتھ ساتھ تنقیدیں اور دوسری زبانوں کی معیاری کتابوں کے تراجم کی اشاعت پر بھی پوری توجہ صرف کی ہے۔

یہ امر ہمارے لیے موجب اطمینان ہے کہ ترقی اردو بیورو نے اور اپنی تشکیل کے بعد قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان نے مختلف علوم وفنون کی جو کتابیں شائع کی ہیں، اردو قارئین نے ان کی بھرپور پذیرائی کی ہے۔ کونسل نے ایک مرتب پروگرام کے تحت بنیادی اہمیت کی کتابیں چھاپنے کا سلسلہ شروع کیا ہے، یہ کتاب اسی سلسلے کی ایک کڑی ہے جو امید ہے کہ ایک اہم علمی ضرورت کو پورا کرے گی۔

اہل علم سے میں یہ گزارش بھی کروں گا کہ اگر کتاب میں انھیں کوئی بات نادرست نظر آئے تو ہمیں لکھیں تاکہ جو خامی رہ گئی ہو وہ اگلی اشاعت میں دور کر دی جائے۔

ڈاکٹر محمد حمید اللہ بھٹ
ڈائرکٹر

فہرست

1	دیباچہ - حبیب الحق انصاری	7
2	باب (1) خاص نظریۂ اضافیت سے پہلے	11
3	فضائے بسیط	15
4	وقت	18
5	حرکت اور قوانینِ حرکت	19
6	روشنی کا پھیلنا اور روشنی گزار ایتھر	23
7	روشنی کی رفتار کی پیمائش	26
8	گلیلیائی تحویل کا مختلف جمودی مشاہدوں کے لیے ایک ہی قدر کے ہونے سے تضاد	30
9	باب (2) کچھ بنیادی تجربے	33
10	مائیکلسن مورلے اور کچھ ملے جلے تجربے	34
11	ایتھر کے تصور کا نامناسب ہونا	38
12	باب (3) خاص نظریۂ اضافیت (1)	42
13	خاص نظریۂ اضافیت کے آئینسٹائن کے مسلمے	43
14	وقت اور فضا کے تشغیلی تصورات اور جمودی مشاہدوں کے مابین تحویلی رشتے	45
15	خاص لورنٹز تحویل	56
16	لورنٹز سکڑن	59
17	وقت کا پھیلاؤ	59
18	گھڑیوں کی بابت قولِ تناقض یا جڑواں بھائیوں کا مسئلہ	60

19 ڈاپلر اثر 62

20 ڈینامکس کا بیان 64

21 باب (4) خاص نظریۂ اضافیت (2) 70

22 چار بُعدی طبیعیات 70

23 اسکیلر میدانات 74

24 ویکٹر میدانات 76

25 اسپنو میدانات 80

26 کوانٹم کاری یعنی خاص نظریۂ اضافیت اور کوانٹم میدان نظریہ 88

27 باب (5) اختتامیہ (عام نظریۂ اضافیت) 96

28 اضافیتی کونیاتی نظریے 101

29 جیومیٹرو ڈینامکس 103

30 ضمیمہ (1) فضا۔وقت شکلیں 106

31 ضمیمہ (2) کچھ بنیادی باتیں 116

32 ضمیمہ (3) 123

33 حوالے 125

دیباچہ

مشہور ہے کہ نظریۂ اضافیت ایک عجیب و غریب نظریہ ہے جب کہ فکری لحاظ سے اس کا شمار طبیعیات کے کلیدی نظریوں میں ہوتا ہے جس وقت یہ کتاب لکھی جا رہی تھی تو خیال تھا کہ خاص نظریۂ اضافیت کے ناقدین کی رائے کا پورا خیال رکھا جائے[1] جس طرح کی تنقیدیں مجھے ملیں ان کی مثال ایسین (Essen) کی کتاب کا حسب ذیل مضمون ہے۔ ایسین لکھتا ہے :-

"آئینسٹائن کے پرچوں کا ایک تنقیدی جائزہ بتاتا ہے کہ خیالی تجربوں (ged nken or thought-experiments) کے دوران وہ ایسی باتیں ضمناً (implicitly) فرض کر لیتا ہے جو اس کے شروع کے دو مسلموں (postulates)[2] کے علاوہ اور ان کے خلاف ہوتی ہیں

"اضافیت کا پہلا مفروضہ اور روشنی کی رفتار کا مسلمہ لمبائی سکڑاؤ (length contraction) اور وقت پھیلاؤ (time dilation)[3] تک براہ راست محض پیمائش کی نئی اکائیوں کے طور پر رہنمائی کرتے ہیں اور کئی جگہ آئینسٹائن اس نقطۂ نظر کی تائید اس طرح کرتا ہے کہ اس کے وضع کردہ مشاہدین اپنی گھڑیوں کو (اختیاری طور پر) درست کر سکتے ہیں۔ زیادہ عام طور پر (اور یہ امر مفروضات کا ایک اور ہی طقم (set) فراہم کر دیتا ہے) وہ (فضا اور وقت کی) ان تبدیلیوں کو اس وقت بھی مشاہدہ شدہ اثرات باور کرتا ہے جب اکائیاں خاص طور سے بدلی نہیں جا رہی ہوتی ہیں۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ کوئی

---

[1] ملاحظہ ہو (۵) ایل۔ ایسین "خاص نظریۂ اضافیت ۔ ایک تنقیدی تجزیہ" L.Essen, " Special Theory of Relativity A Critical Analysis ", Clarendon Press, Oxford (1971)

(۲) ایل۔ ایسین، رسالہ "نیچر" لندن، L.Essen, Nature (London) 175 (1955) 793, 180 (1957) 1061, 19? (1963) 694, 217 (1968) 19

(۳) ایچ۔ ڈنگل، رسالہ "نیچر" لندن H.Dingle, Nature (London) 177 (1956) 782, 180 (1957) 1275, 195 (1962) 985, 197 (1963) 1248, 216 (1967) 119, 217 (1968)

طبیعی تاثیر (physical effect) ہے جس کو بیان کیا یا سمجھا نا جا رہا ہو (نظریے سے اخذ شدہ) نتائج اضافی حرکت سے چلنے والے مشاہدین کے لئے متماثل ہوتے ہیں اس لئے (مذکورہ بالا) تبدیلیاں اشاروں (signals) کے ارسال (transmission) کے عملیے (process) میں کسی تاثیر کا ہی دوسرا نام ہو سکتی ہیں۔ (اس کے علاوہ) ایک تیسرا مفروضہ یا نقطۂ نظر یہ ہے کہ گھڑیاں اور لمبائیاں واقعتاً بدل جاتی ہیں (ت ب) اس (آخر الذکر) صورت میں اضافیت (ہی) کا مسئلہ عاید نہیں کیا جا سکتا۔

"پہلا نقطۂ نظر جس میں پیمائشوں کی اکائیاں تبدیل ہو جاتی ہیں (دراصل) ایک طبیعاتی نظریہ نہیں کہلایا جا سکتا اور تجرباتی ثبوت کا سوال ہی نہیں ابھرتا۔ دوسرے نقطۂ نظر کا کوئی ثبوت اس لئے موجود نہیں کہ کوئی متماثل تجربہ کبھی کیا ہی نہیں گیا۔ نظریے کے تیسرے نقطۂ نظر کا کوئی راست تجرباتی ثبوت اس لئے نہیں ہے کہ ایک جمودی نظام (inertial system) میں تجربے کیے ہی نہیں گئے[۱]۔ ایک مشاہدہ شدہ وقت کے پھیلاؤ کے خیال کی تائید کچھ کیے گئے تجربوں سے (ضرور) ہوتی ہے لیکن (ان تجربوں میں) تسارعات (accelerations) ہمیشہ موجود رہے ہیں اور اس کی کچھ تلمیح ملتی ہے کہ یہ (تسارعات) ہی مشاہدہ شدہ تاثیروں کے ذمے دار ہیں۔"

ایسین کی بابت معلوم ہے کہ وہ نظریاتی مہارت کے مقابلے میں تجرباتی یا عملی میدان میں مہارت کا زیادہ حامل ہے۔ جہاں تک ڈنگل کا تعلق ہے خود میکس بورن جو ایک نوبل انعام یافتہ ماہر طبیعیات ہیں کہتے ہیں کہ "تجربے نے مجھے یہ سکھایا ہے کہ نظریۂ اضافیت پر ڈنگل سے بحث کبھی نتیجہ خیز نہیں ہوتی" ابھی بیسویں صدی کے آخری نصف حصے کے سب سے بڑے نظری طبیعیات داں ڈاکٹر عبد السلام یہ کہتے سنے گئے ہیں کہ عام نظریہ اضافیت کی دریافت انسانی ذہن کے اعلیٰ ترین کارناموں میں شمار کیے جانے کے قابل ہے۔ میں نے آخر کار یہی فیصلہ کیا کہ میں ایمانداری سے زیادہ تر اسی نقطہ نظر کو پیش کروں جس پر بیشتر طبیعیات داں متفق ہوں اور جو عموماً درسی کتابوں میں کم و بیش پایا جاتا ہے۔ میں نے یہی موقف اختیار کیا کہ نظریہ اضافیت زیادہ تر صحیح ہے اور اگر یہ نہیں

سلہ تفصیلات کے لئے ملاحظہ ہو باب ۱۲
سلہ۲ تفصیلات کے لئے ملاحظہ ہو باب ۱۲

غیر مانوس معلوم ہوتا ہے تو یہ ہم ہیں جنھیں فضا، وقت، رفتار اور روشنی (اور خاص طور سے وقت اور روشنی) کی بابت اپنے نقطۂ نظر کو شاید بدلنا ہوگا۔ شاید وقت کا مفہوم روشنی کے مظہر سے اس طرح بنیادی طور پر مربوط ہے کہ خاص نظریۂ اضافیت محض اس رابطے کی ایک کڑی ہے۔ اب بجائے نظریہ اضافیت کے چہار بعدی فضا۔ وقت (four dimensional space-time) کے گیارہ بعدی کائنات کی باتیں ہو رہی ہیں جن میں بعض بعد 10^{-33} سینٹی میٹر سے بھی کم پیمانے کے مدی (span) والے ہیں۔ اگر چہار بعدی کائنات ہمیں غیر مانوس معلوم ہوتی ہے تو کہا جا سکتا ہے کہ جدید انکشافات کائنات کو ہمارے لیے اور زیادہ غیر مانوس بنا دیتے ہیں!

دوسری اہم بات جو لائق توجہ ہے وہ منطق میں گوئیڈل کے ثبوت (Gödel's Proof) کی بات ہے۔ آج سے تقریباً پچاس برس پہلے کرٹ گوئیڈل (Kurt Godel) نے بتایا تھا کہ منطقی اعتبار سے مسلمات کا کوئی مجموعہ بہ یک وقت متوافق (consistent) اور مکمل (complete) دونوں نہیں ہو سکتا۔ متوافق مسلموں سے مراد وہ مسلمے ہوتے ہیں جن سے جب کوئی افتراض (proposition) یا بات "الف" ثابت ہوتی ہو تو ان ہی مسلموں سے اس کی مخالف بات یعنی "غیر الف" ثابت ہونا ممکن نہیں ہوتا۔ گوئیڈل کے ثبوت کے مطابق اگر مسلمات متوافق ہوتے ہیں تو وہ مکمل نہیں ہوتے اور اگر وہ مکمل ہوتے ہیں تو متوافق نہیں ہوتے! اگر ہم نظریۂ اضافیت یا کسی اور نظریے کو جس میں ریاضی کا استعمال ہوتا ہے مسلمات کے ذریعہ وضع کرتے ہیں تو گوئیڈل کا ثبوت ایسی تشکیلوں کی بابت شکوک پیدا کرنے کے لیے کافی ہے۔

اردو زبان کے تعلق سے ہمارے روبرو بظاہر دو مختلف نقاط نظر ملتے ہیں۔ ایک نقطۂ نظر یہ ہے کہ اردو میں تعلیم ابتدائی جماعتوں میں دی جانی چاہیے جب کہ اعلیٰ تعلیم (جس کے بڑے مراکز اب بھی ملک کے باہر ہیں) بین الاقوامی زبان میں ہونی چاہیے۔ دوسرا نقطۂ نظر یہ ہے کہ زبان کو جب تک جدید اور اعلیٰ خیالات کی زبان نا بنایا جائے گا تب تک اس کا مناسب نشو و نما کیسے ہو سکے گا اور اس کا عصر حاضر میں کیا مقام ہوگا! میں نے یہ رویہ اپنایا ہے کہ جب عوام کا بڑا حصہ اردو بولتا اور سمجھتا ہے تو سائنسی افکار کی نشر و اشاعت کے لیے ضروری ہو جاتا ہے کہ سائنسی اردو کو فروغ دیا جائے۔ لیکن جب اس پر اتفاق ہو تو پھر یہ قید مناسب نہیں ہو سکتی کہ محض سہل ترین باتیں ہی اردو میں کہی جائیں بلکہ ضرورت ہو تو سائنس کے پیچیدہ سے پیچیدہ کا اظہار بھی اردو میں ممکن ہونا چاہیے۔

باب ۱

خاص نظریہ اضافیت سے پہلے

یہ مختصر کتاب طبیعیات (physics) کے ایک نظریے کے بارے میں ہے لیکن اس نظریے کے تانے بانے مابعد الطبیعیات (metaphysics)، معلومیات (epistemology) اور فلسفے (philosophy) سے ملے ہوئے ہیں۔ خاص (special) نظریہ اضافیت اور اسی طرح عام (general) نظریہ اضافیت کا موضوع فضا، وقت، حرکت، اضافیت، نُور، کونیات (co-mology) ارتقا (evolution) اور اسی طرح کے عنوان ہیں جو ہر خاص و عام کے لئے تحیر تجسس اور دلچسپی کا باعث ہیں۔ یہی وجہ ہے کہ نظریہ اضافیت (theory of relativity) اس قدر زیادہ بحث اور تنقید کا موضوع رہا ہے۔ اس کتاب میں خاص نظریہ اضافیت کی بابت اپنا نقطہ نظر سلیس انداز میں پیش کرنے کی کوشش کریں گے۔

خاص نظریہ اضافیت کے بموجب یکساں (uniform) یعنی عدم تغیر پذیر رفتار سے رواں مُشاہد (observer) فطرت کے قوانین کے بیان کی حد تک متساوی (equivalent) ہوتے ہیں۔ اگر ایک جمودی (inertial) یعنی یکساں رفتار سے رواں مشاہد فطرت کا قانون ریاضی کی مناسب ہیئت میں ظاہر کرتا ہے تو ہر جمودی مشاہد اس قانون کو اسی ہیئت کا پائے گا۔

نظریہ اضافیت کو سمجھنے کے لئے فضا، وقت، حرکت، جمود (inertia) خلا میں روشنی کی رفتار وغیرہ کا غائر مطالعہ ضروری ہے۔ قبل اس کے کہ ان معاملات پر بحث ہو بہتر ہوگا اگر دو ایک باتیں لفظ اضافیت (relativity, relativism) سے متعلق پہلے کہہ دی

جائیں۔

غیر سائنسدانوں کے ہاتھوں اضافیت کا لفظ رد مطلقیت (anti-absolutism) کے معنوں میں اس طرح استعمال ہوتا ہے کہ جس سے مطلق قدروں (absolute values) کی نفی مراد ہو۔ چنانچہ اخلاقی اضافیت (moral relativism) ایک بری چیز سمجھی جاتی ہے۔

فلسفے میں تصوریت (idealism) اور جدلیاتی مادیت (dielectic materialism) کو دو طرح کے مطلقیت کے نظریے کہہ سکتے ہیں جہاں تک فزکس میں نظریۂ اضافیت کا تعلق ہے یہ مطلقیت کی نفی کرنے کی بجائے ایک حد تک مطلقیت کے رجحانات کو فروغ دیتا ہے لیکن یہ مطلقیت محدود نوعیت کی ہوتی ہے جو خلا میں نور کی رفتار کا سب کے لئے ایک ہی ہونے سے متعلق ہے۔ علاوہ بریں اضافیت کا نظریہ منظریت (perspectivism) مخالف شیخ چلی پن (anti-utopianism) یا مخالف عقلیت (anti - rationalism) اور محدودیت (finitism) کے فلسفوں کے فروغ کا باعث سمجھا گیا ہے۔ [1] جہاں یہ بات قابل بحث ہے کہ آیا فطرت کے ایسے قوانین ہو بھی سکتے ہیں کہ جن کا اطلاق کل کائنات پر اور ہر زمان و مکان اور ہر حالت پر ہوتا ہو (مثلاً وجودیت (existentialism) کی مابعد الطبیعیات (metaphysics) اس کی نفی کرتی ہے) وہاں معلومانیات (epistemology) اور مابعد الطبیعیات کی حد تک اضافیت نہ صرف دیا لیکتیکی مادیت بلکہ تجربیت (pragmatism) کے مطابق بھی معلوم ہوتی ہے۔ خلا میں روشنی کی رفتار سب کے لئے ایک ہونے سے متعلق محدود مطلقیت آزاد ارادے (free - will) اور جبریت (determinism) کے بیچ کا وہ راستہ ہے جو تجربیت کی معلومانیات سے بالکلیہ مطابقت رکھتا ہے۔ اس کے برخلاف جدلیاتی مادیت کے مطابق مادہ بے پناہ پیچیدگیوں کا حامل اور لامتناہی حد تک قابل دریافت (infinitely knovable) ہے۔ یہ شئے مطلق ہے اور اس کی بابت علم اضافی ہے۔ اس طرح اضافیت جدلیاتی مادیت سے متضاد نہیں ہے۔ [2]

نظریۂ اضافیت میں فضا اور وقت کے بنیادی تصورات کی تعریف تشغیلی (Operational) نوعیت کی ہوتی ہے۔ تجربیت کے مطابق تصورات کے معنوں سے مراد وہ نتائج ہیں جو تجربے میں آسکتے ہوں یا عمل پزیر ہوں۔ حقیقت کی کسوٹی عمل ہے۔ سچا وہی ہے جو در عمل سچا ہو۔ اس طرح نظریہ اضافیت نہایت خوبصورت انداز میں تجربیت کے بنیادی اصولوں (tenets) سے

مربوط ہوجاتا ہے۔

اضافیت، آفاقیت اور عمومیت کا ایک بیان ہے۔ یہ طبیعیات کو ایسی کاوشوں پر لگاتی ہے جو بارآور اور نتیجہ خیز ہو سکتی ہیں۔ اضافیت کا بیان، اس کا فروغ، اس کی تاریخ ہر صاحبِ فہم کے لئے سبق آموز ہے۔

سقراط (Socrates) سے پوچھا گیا کہ دنیا تمہیں عقلمند کیوں کہتی ہے۔ اس نے کہا کہ ایسا اس لیے ہے کہ میں جانتا ہوں کہ میں کچھ نہیں جانتا جب بھی انسانوں نے مطلق قدروں کو سمیٹ لینے کا ادعا کیا تو فطرت نے ان کا بھرم کھول کر رکھ دیا۔ انیسویں صدی کے اواخر میں طبیعیات کے عالم بھی کچھ ایسے سمندروں میں غوطہ لگانے لگے تھے لیکن دس بیس ہی برس میں نظریہ اضافیت اور کوانٹم نظریے (Quantum Theory) نے انیسویں صدی کی سائنس کی دھجیاں بکھیر کر رکھ دیں۔ وہ سائنسداں جو کبھی اس کے دعوے دار تھے کہ مطلق تصورات کی تحدید اور ساری کائنات کی اٹل اور فیصلہ کن تشریح ان کے ذریعے عمل میں آ رہی ہے یہ کہتے سنے گئے کہ اگر مستقبل کے بارے میں ہم جاننا چاہیں تو اپنے آپ کو مجبور پاتے ہیں۔ حقیقت یہ ہے کہ کلاسیکی جبریت (determinism) پر کوانٹم میکانیکی احتمال (probability) کو اور خود ساختہ مطلقیت پر اضافیت کو تقدم حاصل ہو چکا تھا۔

الغرض اضافیت کا نظریہ انسانوں کا اپنا نظریہ ہے۔ اس نظریے نے ثابت کر دیا کہ فطرت کو للکارنے اور اپنے تئیں اقدارِ مطلقہ کو سرنگوں کر لینے کے کھوکھلے دعووں کے بجائے اگر فطرت کی مقدومیت کو تسلیم کر لیا جائے اور باوجود بعید الفہم ہونے کے اسے مسلم سمجھ لیا جائے اور (عاجز اور نیک بندوں کی طرح) اپنی محدودیت کا اعتراف کر لیا جائے تو ایسے شخص پر فطرت اپنے خزانے کھول دیتی ہے اور علم و عرفان سے اسکو ایسا مالا مال کر دیتی ہے کہ اس کے نتیجے میں ایک عالم فیض یاب ہوتا ہے۔

بعض لوگ اضافیت کو محض ریاضیات (mathematics) کا ایک جز تسلیم کرتے ہیں۔ یہ صحیح ہے کہ ریاضیات منطقی استدلال کے بیان کی ایک ایسی زبان ہے جو اختصار کی صفت سے متصف ہے۔ لیکن محض ریاضی اور طبیعیات میں فرق ہوتا ہے۔ اس کی وضاحت کے سلسلے میں ایک لطیفہ یہ ہے کہ اگر ایک آدمی ایک مکان چھ مہینے میں مکمل کر سکتا ہے تو اکائی کے قاعدے کے مطابق چھ آدمی ایک مکان ایک مہینے میں تیار کر سکتے ہیں، اور اسی طرح ایک کروڑ پچپن لاکھ آدمی

ہزار آدمیوں کو ایک مکان فقط ایک سکینڈ میں بنا کر پورا کر دینا چاہیئے! جہاں ریاضیات کے مطابق بظاہر اس کی صحت میں نقص نہیں ہے وہاں ایسا کہنا ناقص قسم کی فزکس سمجھی جائے گی کیونکہ یہ فطرت میں واقعی طور پر پائی جانے والی کیفیات کی تردید ہے۔ اضافیت کی اہمیت یہ نہیں ہے کہ وہ کوئی اعلیٰ پیمانے کی ریاضیات استعمال کرتی ہے۔ دراصل اضافیت کے تصورات کی تشریح تجربی اور تشغیلی ہوتی ہے اور اس سے استدلال کے ذریعے نتائج اخذ کرنے کے لیے جس جس طرح کی ریاضیاتی تشکیلوں کی ضرورت پڑتی ہے انہیں استعمال کر کے نتائج نکالے ہی جاتے ہیں۔ اور یہ بات کچھ نظریہ اضافیت کے لئے ہی مخصوص نہیں۔

نظریہ اضافیت فلسفے، ریاضی اور طبیعیات تینوں کا ایک حسین امتزاج ہے اور محض ریاضی اور فلسفے کے مقابلے میں اس کی اہمیت اس لیے دوچند ہے کہ یہ طبیعیات کا ایک نظریہ ہے اور فطرت میں پائی جانے والی کیفیات کے عین مطابق ہے۔ اس کی تصدیق بے شمار تجربوں سے ہوتی ہے۔

اس صدی کے شروع میں اضافیت کے دو نظریے یکے بعد دیگرے ابھرے۔ خاص نظریہ اضافیت اور عام نظریہ اضافیت۔ اس کتاب کا موضوع خاص نظریہ اضافیت ہے۔ جہاں خاص نظریہ اضافیت میں فضا اور وقت بعض لحاظ سے ایک سمجھے جاتے ہیں وہاں فضا کو چپٹا (flat) قرار دیا جاتا ہے۔

عام نظریہ اضافیت میں فضا منحنی (curved) ہوتی ہے اور اس کا تعین کشش ثقل (gravitation) سے ہوتا ہے۔ ثقل ایک خارجی قوت ہونے کی بجائے فضا کی ساخت بن کر ظاہر ہوتا ہے۔

آئینسٹائن کی کوشش تھی کہ کل قوات کو اس طرح اپنے ایک متحدہ میدان نظریے (unified field theory) میں شامل کر سکے لیکن زندگی نے وفا نہ کی اور وہ کامیابی سے ہمکنار نہ ہو سکا۔ البتہ برق مقناطیسی اثرات کو ایک حد تک ایک میٹرک (metric) میں لے کر بیان کرنے کی وائل (Weyl) اور خود آئینسٹائن نے کوشش کی ہے لیکن یہ اور دیگر موضوعات چونکہ خاص اضافیت کے دائرے کے باہر ہیں اس لئے ہماری بحث کا موضوع نہیں ہیں۔

فضائے بسیط
(Space)

فضا کا تصور جامعی اجسام (rigid bodies) کے تصور سے ماخوذ ہوتا ہے۔ جہاں تک فضائے بسیط کا تعلق ہے اس کے تصور تک ہم جگہ گھیرنے کے تصور یا دو نقطوں یا چیزوں کے مابین فاصلے کے تصور ہر دو طرح سے پہنچ سکتے ہیں۔ ایک ہی برتن میں کبھی کچھ بھر دیا جاتا ہے اور کبھی کچھ اور۔ اس طرح آدمی برتن کے اندر ایک فضا کے ہونے کو تسلیم کرنے لگتا ہے جو مختلف وقات میں مختلف چیزوں سے پر کی جا سکتی ہے۔ فرض کیجئے کہ برتن کو خیالی طور پر بڑا کرتے جائیں اور اس کی دیواریں اسی تناسب سے پتلی کرتے جائیں حتی کہ برتن کا حجم (volume) تقریباً کل کائنات کے برابر ہو جائے اور اسکی دیواریں پتلی ہوتے ہوتے تقریبا معدوم ہو جائیں تو وہی جو برتن کے اندر کی فضا کہلاتی اب فضائے بسیط کہلائے گی۔

یہ تو ہوا فضائے بسیط کا عمومی تصور۔ جہاں تک جیومیٹری کا تعلق ہے فضا کی خصوصیات کا بیان دو نقطوں کے مابین فاصلے سے زیادہ بار آور ثابت ہوتا ہے۔ چنانچہ اس طرح ہم چپٹی اور منحنی ہر دو طرح کی فضاؤں کو بیان کر سکتے ہیں۔ جیومیٹری اور فضا کے تعلق سے کچھ باتیں حسب ذیل ہیں۔

جیومیٹری کچھ تعریفوں (initions) اور مسلموں (postulates) پر مبنی ہوتی ہے۔ اقلیدس (Euclid) کی وضع کردہ جیومیٹری میں نقطے اور مستقیم (straight) متوازی (parallel) اور متعامد (perpendicular) لکیروں کی کچھ مخصوص تعریفیں ہوتی ہیں۔ مسلمات کی تعداد پانچ ہوتی ہے اور ان پانچ مسلمات سے اقلیدسی جیومیٹری کے کل مسئلے (theorems) اور ان کے عکس (corrollaries) ثابت کیے جا سکتے ہیں۔ اقلیدس کے پانچویں مسلے کے مطابق کسی ایک نقطے سے کوئی دو باہم متوازی لکیروں کے متعامد (perpendicular) فقط ایک خط مستقیم ہی کھینچا جا سکتا ہے۔ پانچویں مسلے کا یہ بیان ہر طرح اس بیان کے متساوی (equivalent) ہے کہ کسی مثلث (triangle) کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180 درجے ہوتا ہے۔ ہزارہا برس تک کوشش ہوتی رہی کہ ثابت کیا جا سکے لہ

اقلیدس کا پانچواں مسلمہ ایک آزاد مسلمہ نہیں ہے بلکہ اقلیدس کے پہلے چار[4] مسلموں سے ثابت کیا جاسکتا ہے لیکن یہ تو نہ ثابت کیا جاسکا البتہ کچھ لوگوں نے بتایا کہ پانچویں مسلمے کو مختلف لے کر اور اقلیدس کے پہلے چار مسلموں کو ویسا ہی لے کر نئی طرح کے جیومیٹری کے نظام قائم کئے جاسکتے ہیں۔ ان نظاموں میں نقطوں، خطوط مستقیم اور متوازی اور متعامد خطوط کی تعریفیں کچھ مختلف ہوسکتی ہیں۔ ایسے نظاموں میں کسی مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180 درجے سے کم یا زیادہ لیا جاتا ہے۔ یہ جیومیٹری جن فضاؤں پر صادق آتی ہے وہ مڑی ہوئی (curved) فضائیں ہی ہوسکتی ہیں۔

فرض کیجئے تین باہم متعامد محورات (axes) ہیں x_1 x_2 x_3 اور دو نقطے ہیں جنہیں $(x_1\, x_2\, x_3)$، $(x_1'\, x_2'\, x_3')$ سے ظاہر کرتے ہیں تو ان نقطوں کا باہم فاصلہ S ابتدائی تحلیلی جیومیٹری (analytical geometry) کی رُو سے $S^2 = (x_1' - x_1)^2 + (x_2' - x_2)^2 + (x_3' - x_3)^2$ سے دیا جاتا ہے جو فیثاغورث (Pythagorus) کے مسئلے کی ایک مثال ہے۔ اگر نقطہ $(X_1 X_2 X_3)$ نقطے $(X_1' X_2' X_3')$ کے بہت قریب ہو تو $ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$ حاصل ہوتا ہے جہاں dx_1، dx_2، dx_3 چھوٹے فاصلوں کو ظاہر کرتے ہیں اور جہاں $dx_1 = (x_1' - x_1)$ وغیرہ ہوتے ہیں۔ اگر ہم مزید رمزی اختصار (notational abbreviation) چاہیں تو اسے $ds^2 = \sum_{i=1}^{3} dx_i^2$ سے بھی ظاہر کرسکتے ہیں یا اگر ہم یہ مان لیں کہ جہاں i دو بار ایک ہی ساتھ آئے تو اس کا مطلب ہے اس صیغے (formula) سے پہلے $\sum_i$ تسلیم شدہ ہے تو سہل طور پر ہم اسے $ds^2 = dx_i\, dx_i$ یا $ds^2 = dx_i^2$ سے بھی ظاہر کرسکتے ہیں۔

اگر ہم $(x_1\, x_2\, x_3)$ محورات کی بجائے (r, θ, φ) محورات لیتے تو ds^2 اب

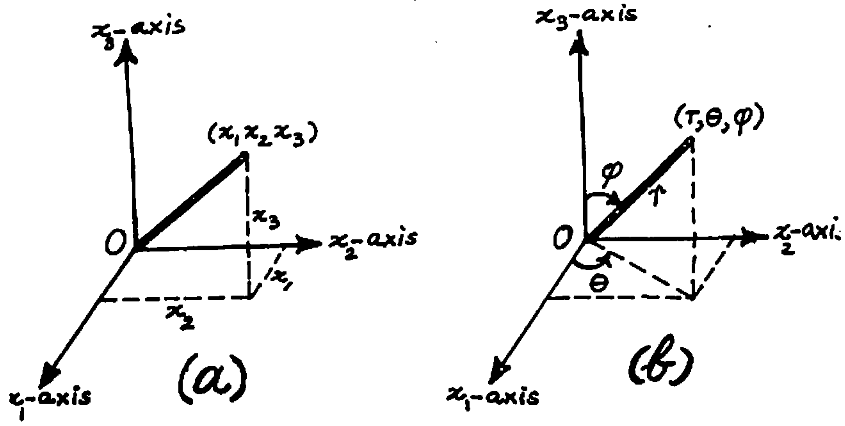
$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2$$

سے دیا جاتا۔ اس طرح ہم بجائے یہ کہنے کے کہ فضا اقلیدسی (Euclidean) ہے اگر یہ کہیں کہ ds^2 اوپری فارمولوں سے دیا جاتا ہے تو ایک ہی بات ہے۔ اقلیدسی فضا چپٹی فضا کی ایک مثال ہے۔ ایسی فضا میں

$$ds^2 = g_{ii}\, dx_i\, dx_i \quad , \quad g_{ii} = 1$$

ہوتا ہے۔ آگے ہمیں منحنی فضاؤں کی مثالیں ملیں گی جہاں ضروری نہیں کہ $g_{ii} = 1$ ہو۔

محورات $(x_1\, x_2\, x_3)$ اور (r, θ, φ) کو شکل (1) میں دکھایا ہے۔



شکل (1)-a کارتیسی اِحداثیات (Cartesian coordinates) $(x_1\, x_2\, x_3)$

(1)-b قطبی احداثیات (polar coordinates) (r, θ, φ)

ہم فضا کے ہر نقطے کے ساتھ احداثیات کے محوروں کے ایک نظام کا مرکز (origin) تصور کر سکتے ہیں۔ فضا میں ایک مرکز سے دوسرے مرکز پر جانے سے کل نقطوں کے احداثیات سہل طور پر بدل جاتے ہیں۔ ایسی تبدیلی ایک تحویل (transformation) کہلاتی ہے۔ تحویل کی ایک دوسری مثال محورات کو ایک دوسرے کی نسبت گھوما ہوا (rotated) لینا ہے۔ اگر ہم محورات کو کچھ ہٹا کر اور گھما کر بھی لیں تو دونوں تحویلیں یکے بعد دیگرے ہوں گی اور اس طرح جو تحویل حاصل ہوگی وہ دونوں تحویلوں کا نتیجہ ہوگی۔ اسے سہل طور پر ہم

$$x'_j = R_{ji} x_i + D_j \qquad i, j = 1, 2, 3$$

سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ جو اس بات کا اظہار ہے کہ پرانے احداثیات x_i سے تحویل شدہ نئے احداثیات x'_j کیسے حاصل کیے جا سکتے ہیں۔

جہاں تک فضائے بسیط کا تعلق ہے ہم نہ صرف یہ فرض کرتے ہیں کہ فضا متجانس یا ہموار (homogeneous) ہے بلکہ یہ کہ وہ سب سمتوں میں ایک جیسی یعنی (isotropic) بھی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ طبیعیات کی حد تک ہر وہ نظام احداثیات جو x_i سے تحویل $x'_j = R_{ji} x_i + D_j$ کے ذریعے حاصل ہوتا ہے بنیادی مساوات کے بیان میں کسی اور نظام احداثیات پر فوقیت نہیں رکھتا۔ فضا کے سارے نقطے اور کل سمتیں ایک اولی طور پر یعنی (a priori) طور پر متساوی لیے جاتے ہیں۔

وقت
(Time)

وقت سے مراد عموماً واقعات کا کسی خاص ترتیب میں ہونا ہوتا ہے۔ دراصل وقت کا عمومی تصور پالنے سے قبر تک کے یک سمتی سفر کے احساس سے بری طرح متاثر ہوتا ہے۔ یہ مہد سے لحد تک کا سفر ہر ذی نفس کرتا ہے۔ وقت کے معنی اس لیے کسی بھی شخص کے لیے نئے نہیں ہو سکتے۔ ہر شے فانی معلوم ہوتی ہے ہر لمحہ گزر جانے والا ایک جائے وقوع پر یکے بعد دیگرے واقعات کا ایک تسلسل ملتا ہے تو انسان "جگہ" کو ایک نسبتاً ثابت تصور جان کر واقعات کی ترتیب بناتا ہے اور اسی تسلسل، اسی ترتیب کو وقت کا نام دیتا ہے۔ جگہ اور وقت کو الگ الگ نوعیت کا سمجھنے کی وجہ یہ ہے کہ آدمی ایک جگہ سے دوسری جگہ جا کر واپس پہلی جگہ آجاتا ہے۔ لیکن جیسا کہ مشہور ہے ؎ گیا وقت پھر ہاتھ آتا نہیں۔

نیوٹن (Newton) نے وقت کا جو تصور پیش کیا تھا وہ اس کے اپنے الفاظ میں حسبِ ذیل تھا۔

"مطلق، صحیح اور ریاضیاتی وقت اپنے آپ سے اپنی فطرت کے باعث یکساں طور پر اور کسی شے سے کسی رابطے پر مبنی نا ہو کر بہتا چلا جاتا ہے۔

"نسبی، ظاہری، عمومی وقت مطلق وقت کا ایک کم یا بیش خارجی پیمانہ ہوتا ہے۔ (جیسے گھنٹہ، دن، مہینہ، سال وغیرہ) جو بالعموم بجائے صحیح وقت کے استعمال کیا جاتا ہے"۔

اگر وقت کی تعریف یوں ہو کہ اسکی پیمائش گھڑیوں سے کی جاتی ہے تو کلاسیکی وقت کو ہم حسبِ ذیل طریقے سے بھی ممیز کر سکتے ہیں۔

— اگر فرض کیا جائے کہ ایک دوسرے سے ملتی جلتی گھڑیاں جو بازو بازو رکھنے پر ایک ہی شرح یا رفتار سے چل رہی ہوں اپنے حالات حرکت سے متاثر نہیں ہوتیں تو انہیں ساکن یا متحرک ہر دو طرح کے نظاموں میں پوری طرح پھیلا دیا جا سکتا ہے۔ تب وہ اسی رفتار سے چلتی رہیں گی اور ایک ہی a priori لمحات پر ایک ہی وقت بتائیں گی۔ کسی واقعے کا وقت اس کے فوری قریب میں واقع گھڑی سے دیا جائے گا۔ اور واقعے کا وقت کل نظاموں کی

نسبت وہی ہوگا۔ یعنی سب یہی کہیں گے کہ ہمارے وقت کے مطابق وہ واقعہ فلاں وقت ہوا اور یہ وقت سب ایک ہی بتائیں گے۔ اس امر کا ریاضیاتی بیان یہ ہے کہ $t = t'$ یا $t_d = t'_d$ ہوگا جہاں t اور t_d کسی نظام K میں تو t' t'_d کسی اور نظام K میں پیمائش شدہ اوقات اور وقفات کا اظہار ہیں ——

وقت کے مفہوم کی ایک اور اہم کڑی اس کا دوری (periodic) اور لا دوری (non-periodic) مظاہر دونوں پر منحصر ہوتا ہے۔ دوری مظاہر قابل عکس یا لوٹائے جا سکنے کے قابل (reversible) اور لا دوری مظاہر غیر قابل عکس (irreversible) ہوتے ہیں۔

دوری مظاہر وہ اکائی فراہم کرتے ہیں جس کی مدد سے وقت کو پیمائش شدہ عدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جبکہ ایک ایسی دنیا میں جہاں فقط دوری مظاہر پائے جاتے ہوں وقت کا تصور جیسا کہ ہمارے یہاں ہے بے معنی ہوگا۔ حرحرکیات (thermodynamics) کے دوسرے قانون کے مطابق نظام فطرت میں بے ترتیبی (disorder) جسے ناکارگی یا انٹروپی (entropy) سے ناپا جاتا ہے بڑھ رہی ہے۔ انٹروپی کو عام یا وقت کا تیر (Arrow of Time) کہا جاتا ہے۔ چاہے یہ کہیں کہ انٹروپی بڑھ رہی ہے یا یہ کہیں کہ واپس نہ ہونے والے یا پلٹائے نہ جانے والے واقعات ہو رہے ہیں بات ایک ہی سمجھی جاتی ہے۔ اس طرح میکراسکوپی یعنی بڑی سطح کے (macroscopic) پیمانے پر وقت کا عمومی تصور جو واپس نہ ہونے والے مظاہر سے ماخوذ ہے انٹروپی کے بڑھتے رہنے کے اصول سے تشریح پاتا ہے۔

حرکت اور قوانین حرکت

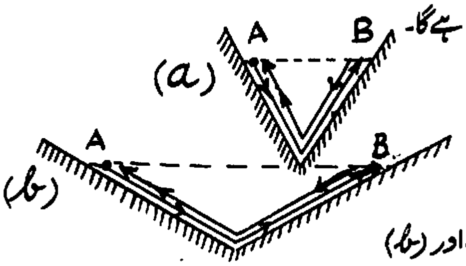
حرکت سے مراد جگہ بدلنا ہے حرکت کو $\frac{\text{فاصلے}}{\text{وقت}}$ سے ناپا جاتا ہے۔ حرکت کی شرح کو رفتار (speed) کہتے ہیں اور اگر رفتار کے ساتھ رفتار کی سمت کا تعین بھی شامل ہو تو سرعت (velocity) کہتے ہیں۔ آئنسٹائن کے مطابق رفتار یا سرعت کی وقت کے ساتھ تبدیلی جسے اسراع (acceleration) کہتے ہیں محض اسی وقت بیان ہو سکتی ہے جب واقعات کارتیسی (Cartesian) معنوں میں ایک لامتناہی فضا کے پس منظر میں ہوتے تصور کیے جائیں۔

بعض ذرات جیسے فوٹان (photon) یا نیوٹرینو (neutrino) کی فطرت ہی میں حرکت ہے۔ ان کا سراسر وجود ہی حرکت ہے۔ جب ان میں حرکت نہیں ہوتی تو وہ ہوتے ہی نہیں۔ مادی مطلقیت کے داعی بسا اوقات یہ کہتے ہیں کہ مادے کو حرکت سے جدا نہیں کیا جا سکتا۔

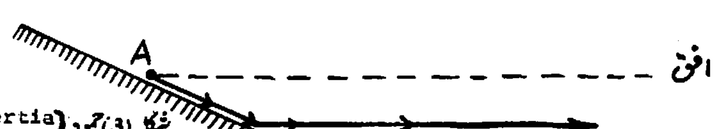
عام مادی اجسام ایک میکراشکوپی نسبی حد تک بہر حال حالت سکون میں سمجھے جایا ہی کرتے ہیں۔ برق سکونیات (electrostatics) کے ایک مسئلے کے مطابق برقی چارج کا کوئی ساکن مجموعہ بھی مستقر نہیں رہ سکتا۔ برقی ذرات کی فطرت میں بھی حرکت کا دخل ہے۔ چاند سورج سبھی حرکت میں ہیں۔ مشاہدہ بتاتا ہے کہ بعید ترین مجروں (galaxies) کے مجموعے بھی پوری امکانی تیزی کے ساتھ ہم سے دور ہو رہے معلوم ہوتے ہیں۔

ابتدائی ذرے (elementary particles) جن سے ملکر بڑے اجسام بنے ہیں تقریبا $10^{22}\ sec^{-1}$ کی فریکوینسی (frequency) سے اپنے اطراف کی فضا میں تحلیل ہوتے اور دوبارہ آشکار ہوتے رہتے ہیں۔ یہ تھرتھراہٹی حرکت (zitterbewegung :) اسقدر تیز ہوتی ہے کہ بالراست ناقابل پیمائش ہوتی ہے۔ اس طرح مادی مطلقیت کے داعیوں کا کہنا ایک لحاظ سے درست معلوم ہوتا ہے کہ مادے کی فطرت میں ہی حرکت ہے۔ لیکن آگہی اور احساس کی حدوں کے ماورا کیا ہے اس کا طبیعیات کی بجائے مابعد الطبیعیات سے زیادہ تعلق ہے۔

حرکت کے مقداری نظریے کا پہلا کارآمد تصور جمود (inertia) ہے۔ جمود مادے کی وہ خاصیت ہے جس کی بنا پر کوئی چیز اگر کسی رفتار سے چلا کر چھوڑ دی جائے اور مزاحمت نا ہو تو وہ اسی رفتار سے اسی سمت میں چلتی رہے گی۔ گلیلیو (Galileo) نے حرکت کے اس پہلے قانون کی جو حجت دی تھی وہ یہ تھی کہ مزاحمت نا ہونے کی صورت میں شکل (2) (a) اور (b) میں ایک جسم A سے چلکر B کو جائے گا اور پھر واپس A کو لوٹ آئے گا۔ لیکن شکل (3) میں ایک بار چھوڑ دینے پر چونکہ اب وہ B کی بلندی تک پہنچ ہی نہیں سکتا اس لیے ہمیشہ ایک ہی رفتار سے ایک سمت میں چلتا رہے گا۔



شکل (2): (a) اور (b)



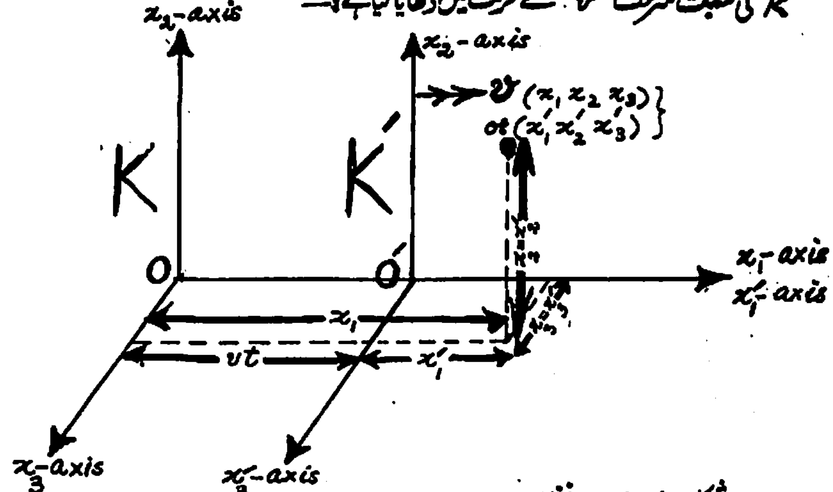
شکل (3) جمود (Inertia)

حرکت کے پہلے قانون کا بیان یہ ہے کہ دیگر اجسام سے مناسب حد تک دور رکھنے پر کوئی جسم حالت سکون یا ایک خط مستقیم میں یکساں حرکت کی حالت میں قائم رہتا ہے۔ اسی نسبت سے کوئی نظام اعداثیات (coordinate system) جس میں مذکورہ بالا امر یعنی قانون جمود (Law of Inertia) صحیح ہو جمودی نظام (inertial system) کہلاتا ہے۔ حالت حرکت کی تبدیلی اسراع (acceleration) سے ظاہر کی جاتی ہے اور نیوٹونی حیلیات (Newtonian mechanics) کا دوسرا بنیادی قانون یہ ہے کہ قوت مساوی ہوتی ہے کیت ضرب اسراع کے یعنی Force = Mass x Acceleration ہے ریاضیاتی طور پر $\boxed{F = ma}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں $\ddot{s} = \dot{v} = a$ اسراع کو، F قوت کو، m کیت کو v سرعت کو اور s فاصلے کو ظاہر کرتا ہے اور جہاں $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$ اور $\ddot{s} = \frac{d^2s}{dt^2}$ مراد ہوتے ہیں۔

علم الحرکت کا ایک بنیادی اصول جو ہمارے لیے خاص اہمیت رکھتا ہے یہ ہے کہ اگر مذکورہ بالا قانون کسی ایک جمودی نظام کے لیے درست ہے تو وہ کسی اور جمودی نظام کے لئے بھی درست ہوتا ہے۔ دو مختلف جمودی نظام باہم یکساں یعنی منتظم حرکت (uniform motion) میں ہوتے ہیں۔ اس لیے حرکت کی مساوات $F = ma$ کی ہیئت ایک جمودی نظام سے دوسرے جمودی نظام میں تحویل دینے (transform) کرنے سے بدلتی نہیں وہی رہتی ہے، یعنی اگر نظام K میں $F = ma$ ہے تو نظام K' میں بھی $F = ma$ ہوگی (جہاں یہ مفروض ہے کہ m دونوں نظاموں کے لیے وہی ہے) یہ مساوات $F = ma$ کا کل جمودی نظاموں کے لیے درست ہونا ہی ہے جسے ہم کلاسیکی یا نیوٹن کے اصول نسبیت یا اصول اضافیت (Relativity Principle) کا نام دیتے ہیں۔ دو جمودی نظاموں کے اعداثیات کے مابین تحویلی مساوات (equations of transformation) بالعموم

$$\boxed{\begin{aligned} x_1' &= x_1 - vt \\ x_2' &= x_2 \\ x_3' &= x_3 \\ t' &= t \end{aligned}}$$

سے ظاہر کی جاتی ہیں۔ اس کا اظہار ذیل میں شکل (4) میں کیا گیا ہے جہاں نظام K′ کو نظام K کی نسبت سرعت v سے حرکت میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (4) جمودی نظام (Inertial System)

پہلی تین مساوات یعنی $x'_1 = x_1 - vt$ ، $x'_2 = x_2$ اور $x'_3 = x_3$ ، گلیلیو یا گلیلیو۔نیوٹن کی تحویلی مساوات (Galilean transformation equations) کہلاتی ہیں۔ اور چوتھی مساوات $t = t$ ان تینوں مساوات میں مضمر (implicit) سمجھی جاتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ کوئی حوالے کا نظام (reference system) جو ایک جمودی نظام سے ان مساوات کی مدد سے حاصل ہو خود بھی ایک جمودی نظام ہوتا ہے۔

کلاسیکی نقطہ نظر سے حیلیات کی حد تک کل جمودی نظام ہر طرح متساوی (equivalent) ہوتے ہیں۔ القصہ مختصر گلیلیائی تحویل اور اس لیے اقلیدسی جیومیٹری کلاسیکی یا نیوٹونی علم الحرکت کی بنیاد تھے جہاں جمود کا تصور گلیلیو سے اور وقت کا نیوٹن سے وضاحت شدہ تھا اور جہاں جو اصول اضافیت رائج تھا وہ حرکت کے مظاہر سے بحث کے لیے ہر طرح مناسب خیال کیا جاتا تھا۔

گلیلیائی تحویل، اقلیدسی جیومیٹری، نیوٹونی حیلیات دراصل ایک ہی مربوط اور عقلی نظام کے متعدد روپ تھے جن کی تصدیق روزمرہ کے مشاہدات اور علم تجربہ اب بھی بڑی حد تک کرتے معلوم دیتے ہیں۔

روشنی کا پھیلنا اور روشنی گزار ایتھر (Luminiferous Aether)

برق اور مقناطیسیت (electricity and magnetism) کے چار یا پانچ بنیادی قانونوں کو جمع کرکے کلاسیکی برق مقناطیسی نظریے (electromagnetic theory) کی میکسویل مساوات (Maxwell's equations) اخذ کی جاتی ہیں۔ جو مناسب حالات میں یا تو برقی میدان (electric field) اور مقناطیسی میدان (magnetic field) یا اسکیلر پوٹینشیل (scalar potential) یا ویکٹر پوٹینشیل (vector potential) کی اصطلاح میں بیان کی جا سکتی ہیں۔ ان برق مقناطیسی مساوات سے ایک لہر مساوات (wave equation) اخذ کی جا سکتی ہے۔ لہر مساوات طبیعیات میں ہمیشہ لہری مظاہر کے بیان کے لیے استعمال کی جاتی ہے۔ برق مقناطیسی نظریے میں جو لہر مساوات ملتی ہے وہ کچھ اس طرح سے ظاہر کی جاتی ہے:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial x_3^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

یا

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial x_3^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

جہاں E برقی میدان کو اور H مقناطیسی میدان کو ظاہر کرتے ہیں۔ اور جب ان RMKS اکائیوں میں $(\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0) = v^{-2}$ ہوتا ہے جبکہ v، E-لہروں یا H-لہروں کی سرعت ہے، ϵ_0، μ_0 خلا کے اور ϵ، μ اس وسیط (medium) کے جس سے لہریں گزرتی ہیں برق مقناطیسی خواص ظاہر کرتے ہیں۔ ان مساوات کے اخذ کرنے میں ہم فرض کرتے ہیں کہ ہم ایک لامتناہی متجانس (infinite homogeneous) وسیط سے دوچار ہیں جس کا عازلی ثابت (dielectric constant) ϵ اور جس کی مقناطیسی نفاذیہ (magnetic permeability) μ ہے اور جس میں کوئی آزاد چارج نہیں ہے اور جس کی برقی موصلیہ (conductivity) صفر ہے۔ اگر ہمارا وسیط ہی فضائے بسیط ہو تو $\epsilon = \mu = 1$ لیتے ہیں اور تب v کو c سے ظاہر کرتے ہیں،

جوخلا یا فضائے بسیط میں روشنی کی رفتار ہوتی ہے۔ ہماری اکائیوں میں $c^2 = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1}$ سے دیا جاتا ہے۔ جہاں تک ان دو عددوں ϵ_0 اور μ_0 کا تعلق ہے ان میں سے μ_0 کو $4\pi \times 10^{-7}$ کے بالکل مساوی لیا جا سکتا ہے اور ϵ_0 کی پیمائش تجربے سے کی جاتی ہے۔ تجربہ ظاہر کرتا ہے کہ ہماری اکائیوں میں $\epsilon_0 = 8.8547 \times 10^{-12}$ سے دیا جا سکتا ہے جس میں غلطی کا امکان 10^5 میں فقط چار حصے ہے [4] اس طرح چونکہ $c^2 = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1}$ ہے تو کیلومیٹر فی سیکنڈ میں $c = 299784 \pm 10$ حاصل ہوتا ہے۔ c کی راست پیمائش سے جس کا ذکر آگے آئے گا ہمیں $(2.997925 \pm 0.000001) \times 10^5$ کیلومیٹر فی سکینڈ کا عدد حاصل ہوتا ہے۔ چنانچہ یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ تجرباتی غلطی کی حد میں رہ کر برق مقناطیسی نظریے سے حاصل شدہ برق مقناطیسی لہروں کی خلا میں رفتار کا جو عدد حاصل ہوتا ہے وہ وہی ہے جو راست طور پر پیمائش سے روشنی کی اور ہر کسی برق مقناطیسی اشعاع کی خلا میں رفتار کے لیے حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح نہ صرف یہ کہ برق مقناطیسی نظریے سے روشنی کے لہر نظریے (wave theory) کی تصدیق ہوئی بلکہ ایک پس منظر دستیاب ہوگیا جس سے روشنی کی سرعت کے عدد کو وسیط کے خواص سے اخذ کیا جا سکتا تھا۔ اس سے یہ ظاہر ہوا کہ روشنی کی سرعت کو وسیط پر نہ کہ روشنی جہاں سے نکلی یا جہاں دیکھی گئی یا پائی گئی اُن جگہوں کی رفتار پر منحصر ہوتا ہے۔ اگر یہ رفتار روشنی کے ماخذ یا ریسور کی رفتار پر مبنی ہوتی تو اغلب تھا کہ روشنی ایسے ذروں پر مشتمل ہے جو کلاسیکی حیلیات کے مطابق عمل کرتے ہیں لیکن روشنی کی رفتار کے عدد کا فقط وسیط کے خواص سے اخذ کیا جانا یہ ظاہر کرتا تھا کہ روشنی ایک لہری مظہر ہے۔ سوال ہو سکتا ہے کہ لہری اور ذری نظریوں کی اس بحث میں فوٹان (photon) کی کیا اہمیت ہے۔ یہ سوال دراصل کوانٹم میکانیات (Quantum Mechanics) کے دائرے میں آتا ہے لیکن یہاں صرف اس قدر کہنا درست معلوم ہوتا ہے کہ کوانٹم اثرات جو کسی کوانٹم میدان (quantum field) کے ماخذ (source) سے پھیلتے اور کوانٹم میدان کو جنم دیتے ہیں دراصل ماخذ سے c ہی کی سرعت سے پھیلتے اور سکڑتے ہیں اور یہ اس قدر تیزی سے (ایک قیاس کے مطابق ایک سکینڈ میں 10^{22} یا زیادہ بار) ہوتا ہے کہ محسوس نہیں کیا جا سکتا اور اوسط اثر ہمیں ایک پھیلے ہوئے میدان کی طرح معلوم ہوتا ہے۔ چنانچہ کوانٹم میدان، ماخذ ذرے (source particle) کو اور ماخذ ذرہ کوانٹم میدان کو جنم دیتے ہیں اور دونوں دراصل ایک ہی ہستی (entity) کے دو روپ ہیں۔ جہاں تک فوٹان کا تعلق ہے یہ برق مقناطیسی

میدان کا کوانٹم (quantum) ہے۔ فوٹان کوانٹم بھی ہے اور اس کی اوسط اثر ہمیں برق مقناطیسی
میدان کی شکل میں بھی ملتا ہے۔ فوٹان کوانٹم ہوتے ہوئے بھی لہر کی شکل میں پھیلتا کیوں معلوم ہوتا
ہے شاید اس سے اور زیادہ واضح ہو جائے کہ دوسرے اور ذرے جیسے الکٹران (electron)،
پروٹان (proton) وغیرہ خود بھی لہر کی طرح پھیل سکتے ہیں اور تداخل interference دکھا سکتے
ہیں۔ عام کوانٹم طبیعیات میں یہ مظاہر احتمالی لہروں (probability waves)
سے سمجھائے جا سکتے ہیں۔ اس طرح ذرے ہوتے ہوئے بھی لہروں سے مخصوص شدہ خواص
دکھلا سکتے ہیں جس میں بحث اور تحقیق کے لیے ابھی مواد موجود ہے لیکن جس پر بحث فی الحال ہمیں اصل
موضوع سے دور لے جائے گی۔ فی الفور ہم یہ کہنے پر اکتفا کرتے ہیں کہ کلاسیکی برق مقناطیسی نظریے کے
مطابق روشنی کی لہروں کی سرعت کا دار و مدار وسیط کے خواص پر نا کہ روشنی کے ماخذ یا روشنی کی سرعت
ناپنے والے آلے کی سرعت پر ہوتا ہے۔ بات صرف اتنی ہی نہیں کہ c کو فارمولے $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$
سے دیا جاتا ہے بلکہ سوال یہ بھی ہے کہ وہ لہریں کس مادی شے میں واقع ہو رہی ہیں؟ کیا وہ واقعی
ایسی ہی لہریں ہیں جیسے تاگے پر لہریں چل سکتی ہیں؟ عام طور سے لہر کی سرعت سے مراد لہری مظہر
کی وسیط کی نسبت سے آگے بڑھنے کی رفتار ہوتی ہے۔ یعنی ایک ارتعاش، ایک ازعاج
(disturbance) ایک جگہ ہوا اور وہاں سے پھیلنے لگا تو لہر سرعت سے مراد اس چیز کی نسبت
سے ارتعاش کا پھیلاو ہے جس میں ارتعاش پھیل رہا ہے۔ پانی کی لہروں میں ایسا وسیط پانی ہو سکتا
ہے۔ ہوا میں آواز کی لہروں کے لیے ایسا وسیط ہوا ہو گی کیونکہ جب کسی جگہ سے ہوا نکال دی جائے
تو اس جگہ سے آواز نہیں گزر سکتی لیکن روشنی کی بابت سب جانتے ہیں کہ یہ ہوا، پانی وغیرہ کے علاوہ
عین خلا (vacuum) میں سے گزر سکتی ہے۔ اس کا کیا مطلب ہوا؟ اس کا مطلب یہ ہوا کہ جو بھی
وسیط ہے جس میں روشنی کا لہری مظہر واقع ہو رہا ہے اگر ہے تو غیر معمولی خواص کا حامل ہے۔ مثلاً
یہ وسیط بڑے سے بڑے خلا میں بھی موجود رہتا ہے، اس کی کثافت (density) تو اس قدر کم
ہو گی کہ بڑے بڑے اجرام فلکی ہزاروں برس اس میں بلا مزاحمت محسوس کیے حرکت کرتے رہتے ہیں
لیکن اس کا اسپرنگ پنا یا مرنونی قوت (elastic restoring force)
اسقدر زیادہ ہو گی کہ جس کا اندازہ لگانا مشکل ہو گا۔ ایسا کہنے کی وجہ یہ ہے کہ مثلاً تاگے پر متعامد
(transverse) لہروں کی سرعت $v = (T/m)^{1/2}$ سے دی جاتی ہے جہاں T تاگے کا
تناو اور m اس کی کمیت فی اکائی طول ہوتی ہے۔ برق مقناطیسی لہریں اغلب تھا کہ اسی طرح کی

لہروں کی سرعت اسی طرح (longitudinal) متعادل لہریں ہوں گی۔ آواز کی طولانی $v = (B/\rho)^{1/2}$ سے دی جاتی ہے جہاں ρ کثافت اور B حجمی (bulk modulus') معامل ہوتا ہے۔ ارسطو (Aristotle) نے ایتھر کا تصور پہلے ہی پیش کر دیا تھا۔ کائنات کے کروں میں آخری کرہ جس پر مثبت تارے نصب تھے اس ایتھر سے معسوب ہوا بعد میں جب زمین کو ساکن نہیں متحرک سمجھی گئی تو ان تاروں کو ساکن مطلق باور کیا گیا۔ جیلیات کے ایتھر کو مطلق حالت سکون میں باور کیا جانے لگا تھا۔

اب مسئلہ روشنی گزار ایتھر (luminiferous ether) کا پیدا ہوا تو تجویز ہوا کہ وہ ایتھر جو ایک ایسی شے ہے کہ جو مطلق سکون کا معیار ہے ایسا ہونے کے ساتھ ساتھ ان خواص کا بھی حامل ہے جو برق مقناطیسی لہروں کے وسیط کے بارے میں ہم نے ابھی بیان کی ہیں۔ ایک حد تک ایتھر سے متعلق ایسے تصور کے سبب نہیں تو بعض خواص کوانٹم میدان کے موجودہ نظریے (quantum field theory) میں پائی جانے والی خلا کے خواص میں پائے جاتے ہیں۔

علم اضافیت کے نظریے میں ثقل کی قوت کو فضا کا انحنا متعین کرتا ہوا لیا جاتا ہے۔ اس قسم کا فضا۔وقت تسلسل واقعات کے بیان کے لیے ایک حد تک ایک ایسا ڈھانچہ فراہم کرتا ہے جس کی منطقی ضرورت نے کبھی ایتھر کے مذکورہ بالا تصور کی داغ بیل ڈالی تھی۔

لیکن ارسطو کا جو ایتھر کا تصور تھا تب سے اب تک ایتھر کے اس تصور میں کئی تبدیلیاں آئی ہیں۔

انیسویں صدی کے اواخر میں بہت ضروری ہو گیا کہ ایتھر کا راست مشاہدہ تجربے سے کیا جائے۔ بہت کوشش ہوئی لیکن ایتھر کا راست مشاہدہ نہیں کیا جا سکا!

روشنی کی رفتار کی پیمائش

خلا میں روشنی کی رفتار تقریباً 3×10^5 کیلو میٹر فی سکنڈ ہوتی ہے۔ جہاں تک برق مقناطیسی نظریے کا تعلق ہے روشنی کی لہریں، گرمی کی لہریں، ریڈیو لہریں، ایکسریز (X-rays) گاماریز (Gamma rays) ان سبھی کا شمار برق مقناطیسی اشعاع (electromagnetic radiation) میں ہوتا ہے جس کے مطابق ان سبھی لہروں کی خلا میں رفتار ایک ہی یعنی $C = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$ ہونی چاہیے۔ ان لہروں میں فرق ہے تو لہر لمبائی (wave length) اور تواتر یا تردد (frequency) وغیرہ کا۔ سرعت، لہر لمبائی اور تواتر میں رابطہ $v = \lambda\nu$ یعنی سرعت = لہر لمبائی × تواتر سے دیا جاتا ہے۔ مذکورہ بالا لہروں کی رفتار طرح طرح سے ناپی گئی۔ تفصیل کے لیے کتاب کے آخر میں دیے

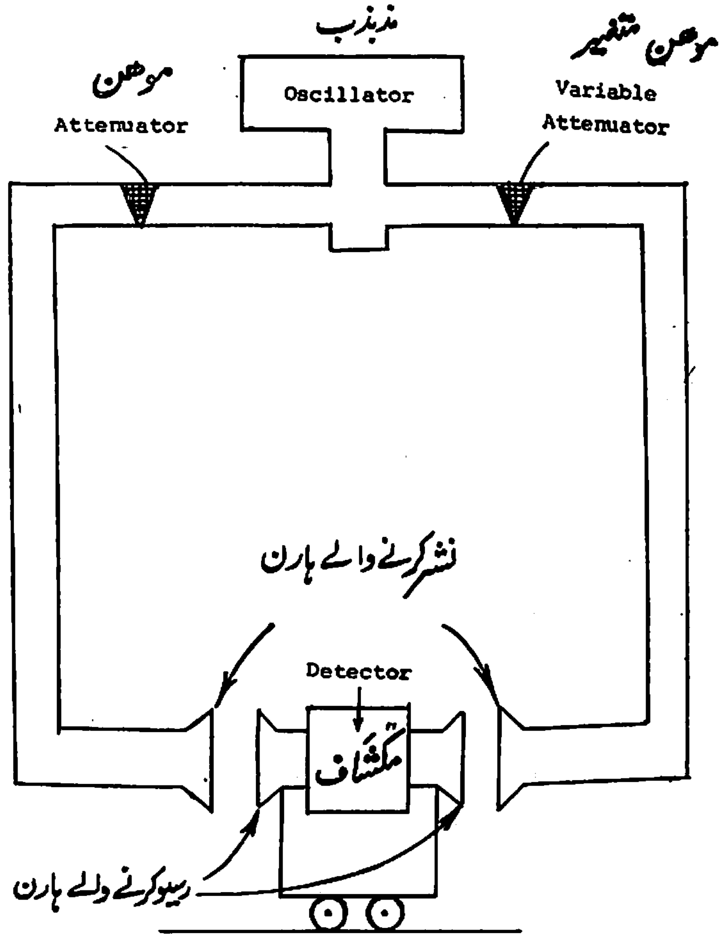
گئے حوالے دیکھے جا سکتے ہیں۔ ذیل میں دیے گئے جدول (۱) سے ظاہر ہے کہ برق مقناطیسی لہریں اپنی لہر لمبائی سے غیر متاثر ہوتے ہوئے تقریباً ایک ہی سرعت سے سفر کرتی ہیں۔

جدول (۱) برق مقناطیسی شعاعوں کی رفتار

برق مقناطیسی لہر کی لہر لمبائی (میٹر میں)	پیمائش شدہ رفتار (غلطی کیساتھ) (10^5 کیلومیٹر فی سکینڈ میں)
6.4	2.9978 ± 0.0003
1.8	2.99795 ± 0.00003
1.0	2.99792 ± 0.00002
1.0×10^{-1}	2.99792 ± 0.00009
1.2×10^{-2}	2.997928 ± 0.000003
4.2×10^{-3}	2.997925 ± 0.000001
5.6×10^{-7}	2.997931 ± 0.000003
2.5×10^{-12}	2.983 ± 0.015
7.3×10^{-15}	2.97 ± 0.03

اس میں سب سے کم غلطی والا عدد یعنی (2.997925 ± 0.000001) فروم (Froome) نے 7200 میگا سائیکل (megacycle) فی سیکنڈ کی مائکرو لہروں (microwaves) کے لیے چار ہارن والے تداخل پیما (interferometer) کی مدد سے حاصل کیا۔ اس تداخل پیما کو شکل (5) میں دکھایا گیا ہے۔

یہ طریقہ لہر لمبائی اور تواتر کی الگ الگ بہت درستگی سے پیمائش کرنے اور پھر فارمولے $c = \nu\lambda$ سے c دریافت کرنے پر مشتمل تھا۔



شکل (5) فروم کا چار ہارن والا مائیکرو ویو تداخل پیما

چار ہارن کے استعمال سے آلوں کی ترتیب میں توازن (symmetry) پیدا ہوا جس سے پیمائش میں مزید درستگی آئی۔ اس کے علاوہ ادھر ادھر سے بکھر کر جو شعاعیں گڑبڑ پیدا کر سکتی تھیں انھیں کم سے کم کرنے کی کوشش کی گئی۔ ہوا کی معامل انکسار (refr ctive index) کو نہایت درستگی سے پیمائش کرنے کے لیے خاص طور سے

ڈیزائن کیے گئے مزمان تجویفی (cavity resonator) کا استعمال کیا گیا۔ ریسیو کرنے والے آلے کی پوزیشن بہت درستگی سے معلوم کرنے کی ضرورت پڑتی ہے کیونکہ اس آلے کو ادھر اُدھر کرکے پیمائش کی جاتی ہے۔ اس تجربے میں ریسیو کرنے والے آلے کی پوزیشن کی پیمائش میں ایک میٹر کے دس لاکھویں حصے تک کی غلطی نہ ہونے دی گئی۔ جب یہ ریسیو کرنے کا آلہ ادھر اُدھر کیا جاتا ہے تو یکے بعد دیگرے تداخلی اَدنیٰ حدیں (interference minima) ملتی ہیں جنکی تعداد وغیرہ کی پیمائش کی جاتی ہے۔ اس تجربے میں ایک ہزار[10000] کے قریب تداخلی ادنےٰ حدیں ناپی جا سکیں۔ اس طرح ان سب احتیاطوں کو ملحوظ رکھنے کا نتیجہ یہ نکلا کہ c کو صد درجہ درستگی سے ناپا جا سکا جو $(2.997925 \times 0.000001) \times 10^5$ کیلومیٹر فی ثانیہ سے دیا جا سکا [6]

مائیکروویو طریقوں کے علاوہ c کی پیمائش کے دیگر اور طریقوں میں راڈر (RADAR)[6] پٹی وار طیف (band spectrum)[6] ریڈیو لہروں کے تداخل پیما (radiowave interferometer) کر خلیے (kerr cell) اور جیوڈیمیٹر (geodimeter) کے طریقوں کا شمار کیا جا سکتا ہے [7] اس کے علاوہ ماقبل کے نجمی (astronomical) پیمانے کی پیمائشیں بھی ہیں لیکن ان سب کی درستگی دیگر اور طریقوں سے کم ہی ہے۔ ان سب تجربوں سے جو عام نتیجہ فراہم ہوا وہ یہی تھا کہ غلطی کی حدوں میں روشنی کی رفتار، روشنی کے ماخذ (source) یا رسیور (receiver) کی زمین کی نسبت رفتار پر یا کسی اور چیز کی نسبت رفتار پر انحصار نہیں کرتی بلکہ ہر لہر لمبائی کے لیے ایک ہی قدر کی حامل ہوتی ہے[10] اس طرح برق مقناطیسی نظریے کی تصدیق کرتی ہے۔

طبیعیات کے بعض ابتدائی ذرے اسراع دے کر تیز کیے جا سکتے ہیں جسکے نتیجے میں وہ اشعاع کرتے ہیں یہ برق مقناطیسی اشعاع جس رفتار سے چلتا ہے وہ رفتار ناپی جا سکتی ہے۔ ایک ایسے ہی تجربے میں نیوکلیائی اسراع گر (accelerator) کا استعمال کیا گیا۔ برقیوں کو گول دائروں میں اسراع دے کر 31 کروڑ الیکٹران ولٹ (electron volt) توانائی کا بنایا گیا اور پھر انہیں ایک پتلے دھاتی ورق پر پھینکا گیا جسکے نتیجے میں برقیے (31) کروڑ الیکٹران ولٹ توانائی سے گھٹ کر (14) کروڑ الیکٹران ولٹ توانائی کے رہ گئے اور باقی ماندہ (یعنی 17 کروڑ الیکٹران ولٹ) توانائی برق مقناطیسی اشعاع کی صورت میں خارج ہو گئی۔ ایسے اشعاع کو "رکنے پر اشعاع" یا برمسٹرالنگ (bremstrahlung) کہتے ہیں۔ الیکٹرانی دیر پیدا کرنے کے تاروں (delay lines)[6]

انطباقی دائروں (coincidence circuits) اور ومضانی عدادوں (scintillation counters) کی مدد سے ان برمیشٹرا ہلنگ شعاعوں کی رفتار دریافت کی گئی تو جواب وہی 2.974×10^8 میٹر فی سیکنڈ آیا [8] مبر تھے جو برقی مقناطیسی اشعاع کا ماخذ تھے خود بھی قریب قریب c کی رفتار سے چل رہے تھے لیکن ان سے خارج ہونے والی روشنی کی رفتار ساکن ماخذوں سے آنے والی روشنی کی رفتار کے مساوی تھی !!

ایک اور بالکل ایسے ہی تجربے میں متعادل پائی وسطیوں (neutral pi mesons) سے جو c کی 99.975% رفتار سے رواں تھے بالا توانائی نوریوں (photons) کے اشعاع کی رفتار ناپی گئی تو جواب $(2.9977\pm0.0004)\times10^5$ کیلومیٹر فی سیکنڈ آیا جو مذکورہ بالا تجربات سے نکلے نتیجے سے اتفاق کرتا ہے [9]۔

روشنی کی خلا میں رفتار روشنی کے ماخذ کی رفتار یا روشنی کے ریسیو کرنے کے آلے کی رفتار پر منحصر نہیں ہوتی بلکہ سب مشاہدوں کیلئے ایک ہی قدر کی ہوتی ہے!

گلیلیائی تحویل کا مختلف جمودی مشاہدوں کے لیے c کے ایک ہی قدر کے ہونے سے تضاد

کلاسیکی حیلیات کی حد تک x_1-محور کے x_1-محور کے ساتھ متوازی حرکت v پر نظام K سے نظام K کے مابین احداثیات کی تحویلی مساوات

$$x_1' = x_1 - vt \;,\quad x_2' = x_2 \;,\quad x_3' = x_3$$

(یعنی دوسرے الفاظ میں $\dot{x}_1' = (\dot{x}_1 - v)$) نیوٹن کے اصول اضافیت کے مطابق ہوتی ہیں۔ یہ اس لیے کہ حیلیات کی بنیادی مساوات (نیوٹن کا دوسرا کلیہ حرکت) $F = m\ddot{x}$ تحویل پاکر $F' = m\ddot{x}'$ ہو جاتی ہے اور اس طرح اپنی ہیئت نہیں بدلتی۔ مذکورہ بالا تحویلی مساوات کو گلیلیائی تحویل (Galilean transformation) کہتے ہیں اور اس تحویل میں $t' = t$ مفروض ہوتا ہے (جیسا کہ پہلے بتایا جا چکا ہے)۔ اس طرح نیوٹنی حیلیات گلیلیائی تحویل کی تشفی کرتی ہے لیکن **گلیلیائی تحویل روشنی کی خلا میں رفتار c کے سب جمودی مشاہدوں کے لیے ایک ہی ہونے سے تضاد میں ہے**۔ کیونکہ اس تحویل کے مطابق جب روشنی کا ماخذ یا ریسیور خود رفتار v سے چل رہا ہے تو روشنی کی ناپی گئی رفتار کو $(v+c)$ یا $(c-v)$ ہونا چاہیے، نہ کہ c۔ اس طرح یہ تحویل تجربے سے ثابت شدہ حقائق سے تضاد میں ہے!

برقی مقناطیسیت کی لہر مساوات میں جیساکہ ہم دیکھ چکے ہیں $1/c^2$ آتا ہے۔ گلیلیائی تحویل کے مطابق c بدل کر $(c+v)$ یا $(c-v)$، کر دینے سے دو جمودی مشاہدوں کے لیے یہ مساوات ایک ہی ہئیت کی نہیں رہتی اور نیوٹن کا اصول اضافیت برقی مقناطیسی نظریے پر لاگو نہیں کیا جا سکتا۔

اصول اضافیت منطقی اعتبار سے ایک مرغوب بات ہے اس سے سائنس کے اصولوں کی عمومیت اور ہمہ گیری ظاہر ہوتی ہے۔ کلاسیکی برقی مقناطیسیت اور نیوٹنی اصول اضافیت (گلیلیائی تحویل) میں تضاد کو یوں حل کرتے ہیں کہ اصول اضافیت کو حیلیات اور برقی مقناطیسیت دونوں پر لاگو ہوتا سمجھتے ہیں لیکن اب گلیلیائی تحویل کی بجائے لورنٹز تحویل (Lorentz transformation) اپنا لیتے ہیں جس کا تفصیلی ذکر آگے آئے گا۔ لورنٹز تحویل کے مطابق برقی مقناطیسیت اصول اضافیت کے مطابق آجاتی ہے لیکن نیوٹن کی حیلی مساوات کو جب تک نئے سانچے میں نہیں ڈھالا جاتا لورنٹز تحویل کی تشفی نہیں ہوتی۔ وہ نیا سانچہ کیا ہے اس کا ذکر مناسب جگہ آگے آئے گا۔ منجملہ اثر یہ ہوتا ہے کہ جہاں اس طرح c کو سب جمودی مشاہدوں کے لیے ایک لے سکتے ہیں وہاں تبدیل شدہ حیلیات میں عمل اور رد عمل (action and reaction) کا نیوٹن کا تیسرا قانون لاگو نہیں ہوتا، قوت (force) بالعموم اسراع کی سمت میں نہیں ہوتی، کمیت سرعت پر منحصر ہو جاتی ہے، توانائی (energy) ..... اور کمیت کے تصورات مربوط ہو جاتے ہیں، زیادہ سے زیادہ سرعت c ہو جاتی ہے، فضا اور وقت باہم آزاد ہونے کی بجائے مربوط ہو کر فضا ۔ وقت تسلسل (space-time continuum) کی صورت میں ظاہر ہوتے ہیں اور سب سے دلچسپ بات یہ ہوتی ہے کہ یہی سارے تبدیل شدہ امور عملی تجربے کے بھی زیادہ مطابق معلوم ہوتے ہیں! یہ بات کہ عموماً کلاسیکی حیلیات درست معلوم ہوتی ہے فقط اس وجہ سے ہوتی ہے کہ سرعتیں عموماً c کے مقابلے میں بہت کم مقدار کی ہوتی ہیں۔ (یاد رہے کہ c کی قدر تقریباً 3×10^5 کیلو میٹر فی سیکنڈ ہے!) اور $\frac{v}{c} \to 0$ کی حد پہ لورنٹز تحویل اور گلیلیائی تحویل میں کوئی فرق نہیں رہ جاتا۔ اس طرح اصول اضافیت کی وسیع تر تطبیق (application) ہمیں عمومی اور سرسری حقائق سے پرے، زیادہ گہرے اور وسیع تر حقائق کی طرف لے جاتی ہے جن کا ایک نہائی استقراب (limiting approximation) ہی فقط ظاہری سرسری حقائق ہوتے ہیں۔

c کو دو جمودی مشاہدوں کے لیے ایک بنانے کا مطلب ہے کہ اگر $x=ct$ ہے تو $x'=ct'$ بھی ہونا چاہیے۔ لیکن حسب ذیل سے ظاہر ہے کہ $t'=t$ لے کر ایسا ممکن نہیں ہو سکتا۔

فرض کیجیے دو[2] جمودی نظام K اور K' شروع میں یعنی $t = 0$ پر منطبق (coincident) تھے۔ $t = 0$ پر روشنی کی ایک کروی موج (spherical wave) K اور K' کے منطبق مرکزوں O اور O' سے چلی۔ K اور K' اس طرح یکساں حرکت میں ہیں کہ x'-محور x-محور پر پڑا ہے۔ اب اگر $t' = t$ ہے اور c دونوں نظاموں میں ایک ہی ہے تو ایک عرصے بعد وقت t پر روشنی کی یہ موج K میں $x = ct$ اور K' میں $x' = ct'$ پر ہوگی لیکن پھر $x' = x - vt$ بھی ہے (کیونکہ $t' = t$ ہے) تو ایک ہی وقت t پر روشنی کی موج دو[2] دو[2] جگہ کیسے ہو سکتی ہے؟ یا یوں کہہ لیجیے کہ $x' = ct$ اور $x' = (ct - vt)$ دونوں بہ یک وقت کیسے صحیح ہو سکتے ہیں؟ اس لیے c کا K اور K' دونوں کے لیے ایک ہونا $t' = t$ کے مفروضے سے (جو از خود گلیلیائی تحویل کا ایک بیان ہے) تضاد میں ہے۔

آگے چل کر ہم دیکھیں گے کہ لورنز تحویل میں $t' \neq t$ ہوتا ہے اور جہاں $x = ct$ ہو تو وہاں $x' = ct'$ بھی ہوتا ہے بلکہ بقول آئینسٹائن یہی لورنز تحویل کی تعریف ہو سکتی ہے بشرطیکہ t' کے مفہوم کو احتیاط سے واضح کر دیا جائے!

باب (2) میں کچھ ایسے بنیادی تجربوں کا ذکر ہے جو "مطلق سکون" اور ایتھر کے مفروضوں کو منطقی تضادات کا باعث بنا دیتے ہیں۔ تجربات کی ایک تعداد نئے نقاطِ نظر کی طالب معلوم ہوتی ہے۔ باب (3) میں آئینسٹائن کے نظریہ اضافیت کے مسلمات (postulates) اور لورنز تحویل کا بیان ہے۔ اسی باب میں t' کی مناسب توجیہ بھی کی گئی ہے۔

آئندہ ابواب میں خاص نظریہ اضافیت کی حتی الامکان تضادات سے مبرا تشریح کی گئی ہے تاکہ آئینسٹائن کے خیالات کی مرکزی اہمیت واضح ہو سکے اور جہاں تنقیدوں کا ذکر ہے وہاں پر ملحوظ رکھا گیا ہے کہ نظریے میں موجود صلاحیتوں کی حق تلفی نہ ہو پائے۔

باب (2)

کچھ بنیادی تجربے

گلیلیائی تحویل اور برق مقناطیسیت کے لیے اصول اضافیت سے اس کا تضاد ہم اوپر بیان کر آئے ہیں۔ جہاں تک برق مقناطیسی لہروں کے کسی ایتھر میں ہونے کا سوال ہے؟ اگر ایتھر کو ساکن مطلق یا ترجیح یافتہ (preferred) نظام اور دوسرے جمودی نظاموں کو اس کے غیر متسادی سمجھا جائے تو یہ بھی اصول اضافیت کی نفی کرتا ہے قبل اس کے کسی ایتھر کو تسلیم کیا جائے بنیادی سوال جو ابھر کر سامنے آتا ہے یہ ہوتا ہے کہ اگر روشنی کی لہریں کسی ایتھر میں واقع ہو رہی ہیں اور ہم بھی اس ایتھر سے گزر رہے ہیں تو کیا ہم ایتھر کی نسبت اپنی رفتار معلوم کر سکتے ہیں؟ گلیلیائی تحویل اور ایتھر کا تصور دونوں کلاسیکی طبیعیات کی دین ہیں۔ ان دونوں باتوں کو لیتے ہوئے ہم مذکورہ بالا مسئلے کو یوں بیان کر سکتے ہیں۔ فرض کیجیے ساری فضا میں ایک ایتھر کا دور دورہ ہے اور یہ ایتھر مثلاً ہمارے سورج کی نسبت ساکن ہے۔ اب اگر روشنی کی لہریں اس ایتھر کی نسبت c کی رفتار سے چلتی ہیں تو گلیلیائی تحویل کے مطابق زمین کی سورج کے اطراف سالانہ گردش کی سرعت کی سمت میں روشنی $(c + v)$ یا $(c - v)$ کی رفتار سے چلنی چاہیے جبکہ ایک متعامد سمت میں روشنی کی رفتار c ہی رہے گی۔ زمین کی سورج کے اطراف سالانہ گردش کی سرعت 30 کیلومیٹر فی سکنڈ ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں مسئلہ یہ ہوتا ہے کہ کیا طبیعیات کے تجربے یہ بتا سکتے ہیں کہ زمین ایتھر کی نسبت بھی 30 کیلومیٹر فی سکنڈ سے چل رہی ہے تا کہ ایتھر کے سورج کی نسبت ساکن ہونے کے مفروضے کی تصدیق ہو یا کیا ایتھر کو سورج کی نسبت کسی اور رفتار کا لینا چاہیے وغیرہ۔ مطلق حالت سکون اور ترجیح شدہ نظام کے مسئلوں کا اس سے گہرا تعلق ہے کیونکہ اگر اوپری تجربہ کامیاب ہو تو اس کے معنی یہ ہوتے ہیں کہ ایک مطلق حالت سکون

دریافت کی جاسکتی ہے۔

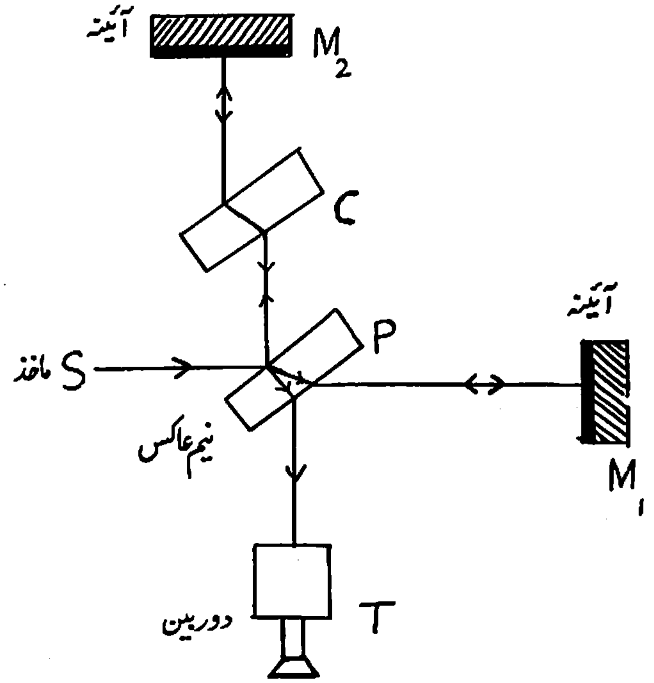
پچھلی صدی عیسوی کے اواخر میں زمین پر ایسے تجربے کرنے کا خیال پیدا ہوا لیکن پتہ چلا کہ تجربہ کافی مشکل ہوگا کیونکہ جو طبیعیاتی اثرات ناپنے ہوں گے وہ (v/c) میں دوسرے رتبے کے ہونگے اور c ایک بہت بڑی رفتار تھی جبکہ v کو ہم 30 Km/sec کے اطراف باور کر رہے تھے۔ ان حالات میں مائیکلسن (Michelson) نے ایک آلہ تجویز کیا جو مائیکلسن کے تداخل پیما (Michelson's interferometer) کے نام سے مشہور ہے۔ اس آلے کی کارکردگی کی تفصیل آج کل بی-ایس-سی کی کسی طبیعیات کی کتاب میں طبیعیاتی نور (physical optics) کے عنوان کے تحت دیکھی جاسکتی ہے۔ اس تداخل پیما سے یہ ممکن معلوم ہوا کہ زمین کی ایتھر کی نسبت سرعت کی بابت معلومات فراہم کی جاسکیں۔

مائیکلسن مورلے Michelson Morley اور کچھ اور ملتے جلتے تجربے

تداخل پیما آجکل طیف پیمائی (spectrometry) میں بہت درستگی کی پیمائشوں میں استعمال ہوتے ہیں۔ یہ فوریے تحویل طیف پیمائی (Fourier Transform Spectrometry) کے روح رواں ہوتے ہیں۔ مائیکلسن کے تداخل پیما میں ہوتا یہ ہے کہ ایک ماخذ S سے آنے والی روشنی کی شعاع کو ایک نیم عاکس (semi-reflecting) شیشے کی مدد سے دو باہم متعامد شعاعوں میں تقسیم کر دیا جاتا ہے (شکل ۲)۔ یہ شعاعیں ایک محدود فاصلہ طے کر کے آئینوں M_1 اور M_2 سے ٹکرا کر واپس نیم عاکس شیشے P کی طرف لوٹتی ہیں اور وہاں پھر یک جا ہو کر اور تداخل پاکر ایک دوربین T میں داخل ہوتی ہیں جہاں یہ تداخل کے کالے روشن پٹوں کا مخصوص ڈیزائن (interference fringe pattern) دیتی ہیں۔ آئینوں کی محتاط ترتیب سے یہ پٹے دوربین میں بالکل افقی (horizontal) اور متوازی (parallel) بنائے جاسکتے ہیں۔ تجربے میں اگر تداخل پیما کے دونوں بازوؤں PM_1 اور PM_2 کی نوری لمبائی (optical path) مساوی ہو (ایسا کرنے کے لیے شیشے کی پلیٹ C کو جو برابر کرنے والی پلیٹ (compensating

plate) کہلاتی ہے خاص کرکے اڑایا جاتا ہے) اور اگر آلہ مثلاً PM کی سمت سورج کی نسبت رفتار v سے رواں ہو تو PM_1 اور PM_2 کی سمتوں میں چلتی روشنی کی رفتاریں ایک دوسرے سے مختلف ہوں گی۔ اگر آلے کو گھمایا جائے تو روشنی کی یہ رفتاریں بدلنی چاہییں۔

آلے کو گھمانے کا ایک طریقہ یہ بھی ہو سکتا ہے کہ اسے ویسے ہی چھوڑ دیا جائے تو زمین کی سورج کے اطراف گردش کے ساتھ ساتھ آلہ بھی سورج کی نسبت رُخ بدلتا رہے گا۔ تجربے میں PM_1 اور PM_2 کی سمتوں میں روشنی کی رفتار کی تبدیلی دوربین میں نظر آنے والے کالے، روشن پٹوں کو سرکانے کا باعث ہونی چاہیے۔



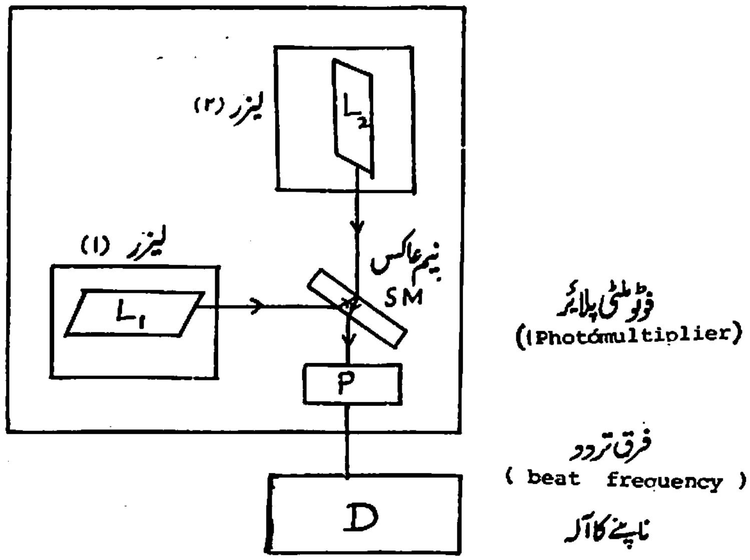
شکل (6)۔ مائیکلسن کا تداخل پیما

(Michelson's Interferometer

اگر تداخل پیما کے دونوں بازوؤں کی لمبائی ایک ہے یعنی PM_1P اور PM_2P فاصلہ ایک ہی یعنی l لیتے ہیں تو مذکورہ بالا بحث کے مدنظر اگر یہ مفروض ہو کہ ایتھر کی ہوا (ether wind) M_1 سے P کی طرف رفتار v سے چل رہی ہے تو تداخل پیما کو 90° گھما دینے سے دوربین میں نظر آنے والے کالے روشن تداخل پٹوں میں ایک سرکن (shift) ہونی چاہیے۔ اس سرکن کی مقدار $\delta_{calc} = \frac{2(v/c)^2}{\lambda/l}$ سے دی جاتی ہے جہاں λ ماخذ سے نکلنے والی روشنی کی لہر لمبائی ہے [11]۔

اگر $v = 30\ Km/sec$ ، $\lambda = 600nm$ اور $l = 1.2m.$ ہو تو δ_{calc} فقط 0.04 پٹے ہوگا۔ یہ بہت تھوڑی سرکن ہے۔ تجربے میں مائیکلسن نے $\lambda = 600nm$ اور $l = 1.2\ m$ ہی لیا اور ہر ممکنہ احتیاط کو ملحوظ رکھتے ہوئے پیمائش کر کے بتایا کہ مشاہدہ شدہ سرکن δ_{obs} زیادہ سے زیادہ فقط 0.02 پٹے تھی، 0.04 پٹے نہیں تھی! یہ تجربہ 1881ء میں کیا گیا۔ اسے زیادہ درستگی کے ساتھ مائیکلسن اور مورلے (Morley) نے 1887ء میں دہرایا۔ اب کی دفعہ $l = 11\ m$ تھا اور $\delta_{calc} = 0.4$ پٹے ہونا چاہیے تھا لیکن δ_{obs} کو محض 0.01 پٹے پایا گیا [12, 13]۔ اس کے بعد اس تجربے کو بار بار دہرایا جاتا رہا لیکن نتیجہ ہر بار وہی نکلا۔ 90° گھمانے پر دوربین میں کالے روشن پٹے اپنی جگہ سے نہیں سرکتے۔ 1930ء میں جوس (Joos) نے $l = 21m$ لیا اور δ_{obs} کو فقط 0.002 پٹے پایا جبکہ $\delta_{calc} = 0.75$ پٹے ہونا چاہیے تھا۔ مشاہدہ شدہ سرکن 0.002 پٹے، سورج کی نسبت ساکن ایتھر کے مفروضے کے مطابق ہونے والی سرکن 0.75 پٹے کا فقط 1/375 واں حصہ تھی [14]۔

پچھلے بیس پچیس برسوں کے عرصے میں کچھ آلات فروغ پائے ہیں جنہیں میزرز (masers) اور لیزرز (lasers) کہتے ہیں۔ ان آلات سے نکلنے والی برق مقناطیسی شعاعیں غیر معمولی درستگی کے ساتھ یک لہری (monochromatic) اور بڑے پیمانے پر ہم آہنگ (coherent) ہوتی ہیں جو عام طور سے پیدا ہونے والی روشنی نہیں ہوتی۔ 1964ء میں دو آرگان (argon) ایٹم لیزروں کی مدد سے مائیکلسن مورلے سے ملتا جلتا ایک تجربہ کیا گیا جسے شکل (7) میں دکھایا گیا ہے:-



شکل (7) لیزر کی مدد سے مائیکلسن مورلے تجربہ (1964ء)

اس تجربے میں دو باہم متجاذب لیزروں L_1 اور L_2 کی روشنی کو ایک نیم عاکس شیشے SM سے گزار کر روشنی کو برقی رو (electric current) میں بدلنے والے آلے پر (جسے فوٹو ملٹیپلائر (photomultiplier) کہتے ہیں) ڈالا گیا اور دونوں شعاعوں کے تداخل سے پیدا ہونے والا فرق تردد (beat frequency) ناپا اور ریکارڈ کیا گیا۔ لیزر کا تردد اس درجہ مستقل تھا کہ 3×10^{14} c/s میں زیادہ سے زیادہ 20 c/s کی غلطی کا امکان تھا۔ دیگر سب وجوہات شامل کرنے کے بعد پیمائش سے حاصل شدہ عدد میں غلطی کا امکان فقط ± 3000 c/s تھا۔ پیمائش سے جو تبدیلی مشاہدہ میں آئی وہ اس تبدیلی سے ایک ہزار گنا کم تھی جو آلے کے پاس سے ایتھر کی ہوا کے گزرنے کے باعث واقع ہوتی! تجربے سے کوئی ایسا اثر نا پایا جا سکا جسے مقامی مقناطیسی میدان وغیرہ کی شدت کی مدد سے پوری طرح سمجھایا نہ جا سکتا ہو۔

اوپری تجربے سے پہلے میزروں سے بھی ایک ملتا جلتا تجربہ کیا گیا تھا۔ دو امونیا میزرس (ammonia masers) ایک سیدھ میں رکھ دیے گئے۔ چوبیس گھنٹوں میں ایتھر کی ہوا کا اثر یہ

ہوناتھاکہ مشاہدہ شدہ فرق تردد میں 20c/s کی تبدیلی ہونی تھی مشاہدہ شدہ تبدیلی 0.02c/s سے بھی کم پائی گئی۔ تجربہ کرنے والوں نے بیان کیاکہ اگر زمین ایتھر کی نسبت چل رہی ہے تو یہ سرعت 30 m/s سے بھی کم ہونی چاہیے [16]۔

مذکورہ بالاتجربات سے ظاہر ہوتا ہے کہ روشنی کی رفتار زمین پر ہر سمت میں ایک ہی ہے اور اگر مذکورہ بالا معنوں میں کوئی ایتھر ہے تو ایسا معلوم ہوتا ہے کہ یہ ایتھر زمین کی نسبت ساکن ہے نا کہ کسی اور چیز کی نسبت جیسے کہ سورج کی نسبت یا دور دراز کے تاروں کی نسبت ساکن ہے۔ کیا یہ ہوسکتا ہے کہ ایتھر ہر جسیم شئے کے ساتھ چپک سا جاتا ہے اور ساتھ ساتھ گھسٹتا ہے اس لیے نسبتا ساکن معلوم ہوتا ہے؟ افسوس کہ اس کا جواب بھی نفی میں ہوتا ہے اور اس کا سبب کچھ اور تجربے ہیں جن کا ذکر آگے آئے گا۔

ایتھر کے تصور کا نامناسب ہونا

مائیکلسن مورلے تجربے کے کالعدم (null) نتیجے کو سمجھانے کے لیے فٹزجیرالڈ (Fitzgerald) نے ۱۸۹۳ء میں ایک تجویز پیش کی۔ فٹزجیرالڈ کے مطابق اگر تداخل پیما کا وہ بازو جو ایتھر کی ہوا کی سمت میں ہو $\sqrt{1-v^2/c^2}$ کسر (fraction) کی حد تک سکڑا ہوا مان لیا جاتا ہے تو نظریے اور مشاہدے میں مطابقت پیدا ہو سکتی ہے لیکن ایسی سکڑن واقع ہو تو کیسے ہو؟ یہ لورنٹز (Lorentz) تھا جس نے ایک نظریہ ایسا مہیا کر دیا جسکی رو سے ایسا ہونا ممکن تھا۔ یہ ایک طرح کا برق مقناطیسی نظریہ تھا جس میں بہت سے امور فرض کیے گئے تھے (ان کی تفصیل آگے آئے گی) اور چونکہ ٹھوس اجسام میں سالمے برقرار رکھنے والی قوتیں برق مقناطیسی ہی ہوتی ہیں اس لیے عین ممکن معلوم ہونے لگا کہ ایسا ہوتا ہی ہو۔ لیکن مسئلہ کافی پیچیدہ تھا۔ ایک طرف تو مسئلہ یہ تھا کہ خود متحرک نظام میں رہ کر فٹزجیرالڈ کی سکڑن کا پتہ لگانا ناممکن کہا جا رہا تھا کیونکہ جس پیمانے یا میٹر چھڑی سے لمبائی ناپی جا سکتی تھی وہ خود عین اسی حد تک سکڑ جاتی کہ کسی اور لمبائی کی سکڑن کا ناپ کر پتہ چلانا ممکن نہ ہو۔ لیکن مسئلہ جو بھی کچھ تھا ایک حد تک صحیح حل کی طرف نشاندہی ضرور کر رہا تھا۔ لورنٹز کا نظریہ کچھ کچھ مصنوعی بھی معلوم ہوتا تھا اور ایک حد تک صحیح بھی۔ دوسری طرف مسئلہ یہ تھا کہ اگر ایتھر واقعی کوئی چیز ہے تو ایسی چیز ہے کہ اس کے بارے میں جب بھی تجربے کیے جاتے ہیں کچھ نہ کچھ بات ایسی ہو جاتی ہے کہ تجربہ ہمیشہ کالعدم (null) نتیجہ دیتا ہے۔ رفتہ رفتہ یہ خیال زور پکڑ رہا تھا کہ شاید ایتھر کو کبھی نہ دیکھ سکنا، اس کی حرکت کو کبھی نہ ناپ سکنا ہی فطرت کے بنیادی اصولوں میں سے ایک ہے۔ جہاں تک لورنٹز سکڑن

کے صحیح یا غلط ہونے کا تعلق ہے ہمیں دیکھنا چاہیے کہ وہ کیا مفروضے تھے جن پر لورنٹز کا نظریہ قائم تھا؟ وہ مفروضے حسب ذیل تھے :-

(1) v کی قدر c سے کم ہو (2) ساکن نظام کے احداثیات $(x_1 x_2 x_3 t)$ تحویل پا کر متحرک نظام میں $(x_1' x_2' x_3' t')$ ہو جاتے ہیں جہاں $x_1' = \gamma(x_1 - vt)$ ، $x_2' = x_2$ ، $x_3' = x_3$ ، $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ ہے اور $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ ہے۔ ان تحویلی مساوات کو بھی a priori طور پر تسلیم کرنا ہوگا (3) ایک ایتھر ہے جو ساکن ہے۔ (4) ساکن برقیے گول ہوتے ہیں (5) ساکن برقیے کے چارج کا پھیلاؤ یکساں ہوتا ہے۔ (6) برقیے کی کل کمیت برق مقناطیسی نوعیت کی ہوتی ہے (7) متحرک برقیے کا سائز حرکت کی سمت میں اپنے سائز کا فقط $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ حصہ رہ جاتا ہے (8) ایٹموں میں کل چارج الگ الگ برقیوں کی ایک تعداد میں ہوتا ہے (9) برقیوں پر فقط اسی ایٹم کے برقیے ہی عمل کر سکتے ہیں (10) حالت حرکت میں ایٹم مجموعی طور سے بالکل اسی طرح سائز بدل سکتے ہیں جیسے خود برقیے اور (11) بے چارج ذروں کے مابین اور چارج والے ذرے اور بے چارج والے ذرے کے مابین قوتیں ایک ہی تحویلی خواص کی حامل ہوتی ہیں اور یہ خواص وہی ہوتے ہیں جو برق سکونی (electrostatic) نظام میں برق سکونی قوتوں کے ہوتے ہیں۔

جہاں تک ساکن ایتھر کا مسئلہ تھا ہم دیکھ رہے ہیں کہ یہ لورنٹز کے نظریے میں بھی مفروض تھا۔ لیکن اگر ایتھر کی حرکت کو ناپنا ناممکن ہو تو کیا یہ ممکن ہو سکتا ہے کہ ہم نظریوں میں ایسے تصورات کو شامل کر سکیں جن کی بابت ہم کچھ نہیں ناپ سکتے۔ تب کیا سوائے خیالات کی دنیا کے "مطلق سکون" یا "ایتھر" کو ہم کوئی واقعی اور تشغیلی معنی دے بھی سکتے ہیں؟

کیا یہ ممکن ہو سکتا ہے کہ مذکورہ بالا گیارہ مفروضات کے بجائے ہم فقط ایک دو باتیں ہی لیں اور تجربوں کی تشریح کرنے کے قابل ہو جائیں۔ اس صورت میں ان گیارہ مفروضات میں سے زیادہ تر غیر ضروری یا فضول (superfluous) ہو جائیں گے۔ ہو سکتا ہے کہ مطلق ساکن ایتھر کا مفروضہ بھی ایک ایسا ہی غیر ضروری مفروضہ ہو۔ شرط صرف یہ ہے کہ جو دو ایک مسلمات وضع ہوں ان سے منطقی استدلال اور تجرباتی تصدیقوں کی تشفی ہوتی ہو جیسا کہ آگے دیکھا جا سکتا ہے۔

خاص نظریہ اضافیت میں آئنسٹائن (Einstein) فقط دو بنیادی مسلمات کے ذریعے منطقی ہم آہنگی حاصل کرنے اور تجربات کی تشریح کرنے کے قابل ہو جاتا ہے۔ اس طرح جیسا کہ اوپر بیان ہوا ہے ساکن ایتھر کا مفروضہ ایک غیر ضروری مفروضہ ثابت ہوتا ہے۔ اس کی تفصیل آگے

آ سئے گی۔ فی الحال ہمیں دیکھنا ہے کہ لورنز کا نظریہ کونسے تجربات سے تضاد میں ہے۔ بات یہ ہے کہ لورنز کے مذکورہ بالا نظریے کی رو سے ایک غیر مساوی بازوؤں والے مائیکلسن تداخل پیما میں 90° گھمانے سے تداخل پٹیوں میں سرکن ہونی چاہیئے چاہے مساوی بازو والے تداخل پیما میں تا ہی کیوں نا ہوتی ہو۔

کینیڈی اور تھارنڈائیک (Kennedy and Thorndike) نے غیر مساوی بازو والے تداخل پیما سے ایسا تجربہ کیا جس کا نتیجہ یہ نکلا کہ نا ہی بارہ گھنٹوں میں نا ہی چھ مہینے میں پٹیوں میں وہ سرکن ہوئی جو ہونی چاہیئے تھی [18] اگرچہ یہ تجربہ نظریہ اضافیت کے شائع ہونے کے بہت بعد کیا گیا لیکن اس سے نظریہ اضافیت کی مزید تقویت ہی ہوتی ہے۔

جہاں تک مائیکلسن مورلے تجربے کی یہ کہہ کر تشریح کرنے کا تعلق ہے کہ ایتھر زمین سے ساتھ چپکا ہوا ہے اور ساتھ ہی گھسٹ رہا ہے اس لیے یہاں سے ناپنے پر ساکن معلوم ہوتا ہے تو یہ اس لیے نہیں کہا جا سکتا کہ دو تجربے یعنی تاروں کا بہکاؤ (stellar aberration) اور فیزو (Fizeau) کا تجربہ ایتھر کے زمین کے ساتھ گھسٹنے کے مفروضے کی تردید کرتے ہیں!

دور دراز کے تاروں کی پوزیشن یہاں سے دیکھنے پر زمین کے سورج کے گرد گھومنے کے سبب مختلف موسموں میں کچھ کچھ مختلف ہوجاتی ہے۔ اسے تاروں کا بہکاؤ کہتے ہیں۔ جو بہکاد مشاہدہ ہوتا ہے ایتھر کو زمین کے ساتھ گھسٹتا مفروض کرنے پر وہ ممکن نہیں ہوتا [19] فیزو کے تجربے میں روشنی کو بہتے پانی میں سے گزار کر روشنی کی رفتار ناپی جاتی ہے۔ تجربے کی تشریح ایتھر کو ساکن جان کر اور روشنی کی لہروں کو ایک حد تک پانی میں ہوتا فرض کرنے سے ہوجاتی ہے۔ ایتھر کو خود گھسٹتا فرض کرنے سے غلط جواب آتا ہے [20] ۔

کیا یہ ہوسکتا ہے کہ چونکہ روشنی کا ماخذ روشنی کے رسیور کی نسبت ساکن ہے تو اس لیے روشنی کی رفتار زمین پر ناپنے سے ہر سمت ایک ہی آتی ہے؟ ایسے نظریوں کو جن کی رُو سے روشنی کی رفتار روشنی کے ماخذ کی رفتار پر نا کہ ایتھر پر منحصر ہوتی ہے ابتعاثی نظریوں یعنی ماخذ سے روشنی کا ابتعاث ہوتا فرض کرنے والے نظریوں (emission theories) کا نام دیا جاتا ہے۔ ان نظریوں میں c کا مفہوم یہ ہوتا ہے کہ یہ روشنی کے ماخذ کی نسبت روشنی کی رفتار ہوتی ہے اور یہ کہ c پر روشنی گزار وسیط کی حرکت کا کوئی اثر نہیں ہوتا [21]۔ دو تجربے ایسے بھی ہیں کہ جو ہر طرح کے ابتعاثی نظریوں کی تردید کرتے ہیں اور وہ ہیں دو تاروں یا دوہیرے تاروں (binary stars) کا ڈی سٹر

(De Sitter) کا مشاہدہ اور روشنی کے ماورائے ارض ماخذوں سے کیے گئے مائیکلسن مورلے طرز کے تجربے جو ٹوماشیخ (Tomaschek) نے تاروں کی روشنی سے اور ملر (Miller) نے سورج کی روشنی سے کیے تھے۔ (اس کے علاوہ تیز رو ابتدائی ذروں سے کیے گئے تجربوں کا ذکر ہم پہلے ہی کر چکے ہیں) جہاں تک دوہرے تاروں کا تعلق ہے اگر روشنی کی رفتار روشنی کے ماخذ کی رفتار پر مبنی ہوتی تو دوہرے تاروں کے مدار یہاں سے دیکھنے پر گول ہونے کی بجائے ٹیڑھے معلوم ہوتے۔ لیکن مدار گول ہی نظر آتے ہیں ٹیڑھے نہیں [22]۔

اگر روشنی کی رفتار سورج یا تاروں کی رفتار پر منحصر ہوتی تو سورج یا تاروں سے سیدھی آنے والی روشنی سے مائیکلسن مورلے تجربے کرنے پر دوربین میں پیچیدہ طرز کے روشن اور کالے پٹے دکھائی دیتے لیکن واقعتاً ایسا ہوتا نہیں۔ ایسے کوئی پیچیدہ اثرات تجربے میں دکھائی نہیں دیتے۔ [23, 24]۔ اس طرح ابتعاثی نظریوں سے بھی مائیکلسن مورلے تجربے کی تشریح درست نہیں ہو سکتی۔ یہ صحیح ہے کہ ان تجربوں میں سے بعض نظریہ اضافیت کے 1905ء میں اعلان پانے کے بعد کیے گئے لیکن ان سے نظریہ اضافیت کی اہمیت بجائے گھٹنے کے اور زیادہ ہو جاتی ہے۔ مذکورہ بالا تجربوں کے مد نظر یہ کہا جا سکتا ہے کہ

ایتھر اور مطلق سکون کے تصورات اندرونی تضاد کا شکار معلوم ہوتے ہیں۔ اگر ایتھر ساکن مطلق ہے اور اجسام لورنتز کے نظریے کے مطابق سکڑتے ہیں تو کینیڈی تھارنڈائیک کا تجربہ اس بات کی نفی کرتا ہے۔ اگر ایتھر ساکن مطلق نہیں بلکہ اشیا کے ساتھ گھسٹتا ہے تو تاروں کے بہکاو کی پیمائش اور فیزو کا تجربہ اس کی تردید کرتے ہیں۔ اگر روشنی کی رفتار کا ایتھر کی رفتار سے کوئی تعلق نہ سمجھتے ہوئے محض ماخذ کی رفتار پر مبنی فرض کرتے ہیں تو دوہرے تاروں کے مدار کا مشاہدہ اور تاروں اور سورج کی روشنی سے کیے گئے مائیکلسن مورلے تجربے اس کی تردید کرتے ہیں!

اس دلدل سے نکلنے کا کیا راستہ ہو سکتا ہے؟ اس سوال کا جواب آئنسٹائن کے پیش کردہ خاص نظریہ اضافیت میں ملتا ہے جو از خود کلیتاً دو سادہ مسلمات پر قائم ہے۔ اگلے باب میں ہم ان مسلمات کا اور ان سے ابھرنے والے دیگر معاملات کا جائزہ لیں گے۔ جو چیز خاص طور سے توجہ کی طالب ہے وہ یہ ہے کہ پیش کردہ حل میں "وقت" اور "یک وقتی" کے تصورات کو کس طرح اور کس حد تک نئے معنی دیے جاتے ہیں!

باب (3)

خاص نظریہ اضافیت (۱)

مائیکلسن مورلے تجربے کے کالعدم نتیجے کی تشریح کی کوششوں میں ابھرنے والی پیچیدگیوں میں ظاہر تھا کہ منطقی تضادات تھے اور کچھ نہ کچھ ضرور غلط تھا مگر کیا؟ اُدھر کافمان (Kaufmann) نے ۱۹۰۲ء سے ہی تجربے کرکے بتا دیا تھا کہ برقیے کی کل کمیت سرعت پر $m = \gamma m_0$ کے فارمولے کے مطابق منحصر ہوتی ہے۔ جہاں $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$، m_0 برقیے کی ساکن حالت میں کمیت کو ظاہر کرتا ہے۔ ان حالات کے تحت ۱۹۰۵ء سے پہلے سے ہی علما میں نیوٹن کے اصول اضافیت کا وسیع تر اطلاق حیلیات کے اصولوں میں تبدیلی کی ضرورت وغیرہ موضوع بحث ہونے لگے تھے۔ واقعہ یہ ہے کہ اگرچہ نیوٹن کا اصول اضافیت محض حیلیات کی مساوات پر لاگو ہوتا خیال کیا جاتا تھا لیکن حیلیات میں جو قوات ہوتی ہیں وہ بہرحال برق مقناطیسی، ثقلی، نیوکلیر یا کمزور ہر نوعیت کی ہو سکتی ہیں، اس لیے خاص حیلیات کی طرح کی کوئی چیز نہیں ہو سکتی۔ چنانچہ یہ نتیجہ قریب قریب اٹل سا ہو گیا کہ نقطہ نظر کو اس طرح بدلنے کی ضرورت ہے کہ اصول اضافیت کو نہ صرف حیلیات پر بلکہ کل طبیعیات پر لاگو ہوتا تصور کرنا چاہیے۔

پوئینکارے (Poincare) نے یہاں تک کہہ دیا کہ اس وسیع تر اصول اضافیت سے ایک ایسا نظریہ اضافیت تشکیل دینا چاہیے جس کے مطابق مادے کی کمیت $m = \gamma m_0$ کے فارمولے کے مطابق بدلتی ظاہر ہو سکے۔ دوسری طرف یہ نتیجہ واضح ہوتا جا رہا تھا کہ روشنی کی رفتار ہر ساکن یا متحرک ناپنے والے کے لیے ایک ہی مقدار کی یعنی c آتی ہے۔ لیکن ۱۹۰۵ء تک کسی نے کوئی مکمل نظریہ اضافیت نہیں پیش کیا تھا جو پورے طور پر تشفی بخش ہوتا۔ طرح طرح کے مشورے سامنے آتے رہے۔

پوائینکارے نے ایک اور مشورہ دیا جو اُس دور میں ہو رہی چہ میگوئیوں کا مرقع ہے۔ بقول

اس کے ہم مثال کے طور پر یہ تصور کر سکتے ہیں کہ یہ ایتھر ہے جو بدل جاتا ہے جبکہ اس مادے کی نسبت سے جس میں وہ داخل ہوتا ہے (penetrates) وہ نسبی حرکت میں ہوتا ہے، کہ جب وہ اس طرح بدل جاتا ہے تو وہ ہر سمت میں گڑبڑیاں (disturbances) ایک ہی سرعت سے نہیں پھیلنے دیتا۔ ہوسکتا ہے ایتھر وسیط کی متوازی سمت میں پھیلنے والی گڑبڑیاں زیادہ تیزی سے پھیلنے دیتا ہے، چاہے وہ پھیلاؤ اسی سمت میں ہو یا مخالف سمت میں اور متعامد سمت میں پھیلنے والی گڑبڑیاں کم تیزی سے پھیلنے دیتا ہے۔ تب لہر سطحیں (wave surfaces) کروں کی شکل کی نہیں ہوتیں بلکہ اہلیلجی مجسم شکل کی (ellipsoids) ہوتی ہیں اور ہم تمام جسموں کے غیر معمولی سکڑاؤ (کے مفروضے) سے نجات پا سکتے ہیں"[25] یہاں غیر معمولی سکڑاؤ کے مفروضے سے پوائنکارے کی مراد لورنٹز فٹز جیرالڈ کا مذکورہ بالا سکڑاؤ نظریہ تھا۔

الغرض کچھ اس طرح کی فضا تھی۔ ہر جگہ چہ میگوئیاں ہو رہی تھیں۔ صحیح نظریے کی آمد آمد کا انتظار تھا۔ ایک طرف بہت سارے تجربے تھے جن کی تشریح کا مسئلہ تھا دوسری طرف c کے سب کے لیے ایک ہونے، نظریہ اضافیت کا کل طبیعیات پر لاگو ہونے اور ایتھر سے بدلی کا مسئلہ تھا۔ ان حالات میں 1905ء میں البرٹ آئینسٹائن نے اپنا خاص نظریہ اضافیت پیش کیا جو وہ حل تھا جس کا سب کو بے چینی سے انتظار تھا۔

خاص نظریہ اضافیت کے آئینسٹائن کے مسلّمے

کوئی مسلّمہ، بدیہیہ یا اُصول موضوعہ (postulate) وہ بات ہوتی ہے جو استدلال کی بنیاد کے طور پر مان لی جائے۔ آئینسٹائن نے اصول اضافیت کے کل طبیعیات پر لاگو ہونے اور c کے سب جمودی مشاہدوں کے لیے ایک ہونے کو دو مسلّمے قرار دیا اور بتایا کہ وقت کی مناسب تشریح کے بعد یہ دو مسلّمے کل تجربات کی تضادات سے عاری اور منطقی طور پر مدلل تشریح کرنے کے لیے کافی ہیں۔ ساکن مطلق ایتھر کا نظریہ بالخصوص غیر ضروری اور فضول ہے۔ آئینسٹائن کے اپنے الفاظ میں :-

> "اضافیات کے ان تمام نظاموں کے لیے جن میں میکانیکی مساوات درست ہوتی ہیں، متساوی برق مقناطیسی اور نوری مساوات بھی درست ہوتی ہیں۔ ذیل میں ہم یہ مسلمہ اپنا لیتے ہیں (جسے آگے چل کر ہم اصول اضافیت کا نام دیں گے) اور مزید ایک مسلمہ پیش کرتے ہیں، ایک مسلمہ جو شروع میں پہلے مسلّمے سے بالکل تضاد میں معلوم ہوتا ہے

کہ خالی فضا میں روشنی ایک رفتار c سے پھیلتی ہے، جو روشنی خارج کرنے والے جسم کی حرکت کی نوعیت پر منحصر نہیں ہوتی۔ یہ دو[2] مسلمات ساکن اجسام کے میکسویل (Maxwell) کے نظریے کی بنا پر متحرک اجسام کی برق مقناطیسیت کے ایک مدلل اور سہل نظریے کی تشکیل کے لیے بالکل کافی ہیں۔"

برق مقناطیسیت اور اضافیت کا تفصیلی ذکر آگے آئے گا۔ جہاں تک خاص نظریہ اضافیت کے دو[2] مسلموں کا تعلق ہے انہیں ہم اپنے الفاظ میں یوں بیان کرتے ہیں:۔

خاص اضافیت کا مسلمہ نمبر ۱ طبیعیات کے قوانین کل جمودی نظاموں کے لیے یکساں ہوتے ہیں۔ کوئی جمودی نظام قابل ترجیح نہیں ہوتا (اُصول اضافیت)

خاص اضافیت کا مسلمہ نمبر ۲ آزاد فضا (خلا) میں روشنی کی رفتار تمام جمودی نظاموں میں ایک ہی قدر c کی ہوتی ہے۔

اسے (روشنی کی رفتار کے ایک ہونے کا اصول) کے نام سے بھی یاد کیا جاتا ہے۔

جمودی نظام سے مراد یکساں حرکت سے رواں نظام ہے۔ طبیعیات کے قوانین سے مراد برق مقناطیسیت، نیوکلیر فزکس وغیرہ کی بنیادی مساوات کی سہل ترین ہیئت ہے۔ آجکل پہلے[1] چار بنیادی قوات مانی جاتی ہیں اور وہ ہیں ثقل، نیوکلیر، کمزور اور برق مقناطیسی قوات۔ خاص نظریہ اضافیت کے مطابق بنیادی مساوات کی سہل ترین ہیئتیں کل جمودی نظاموں میں ایک جیسی ہونی چاہئیں چاہے وہ مساوات برق مقناطیسی ہوں یا نیوکلیر یا اور کسی طرح کی۔ یعنی اگر کوئی اور نئی طرح کی قوتیں بھی تجویز کی جائیں تو ان کے لیے بھی ضروری ہوگا کہ اصول اضافیت کی تشفی کریں۔ اس کا ایک پہلو یہ بھی ہے کہ چونکہ خاص اضافیت میں فضا اور وقت ہی نئے معنی لیے ظاہر ہوتے ہیں اور فضا۔ وقت کل طبیعیات کے بیان کا ایک پس منظر ہے تو یہ نئے معنی کل طبیعیات پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

۱؎ پروفیسر عبدالسلام کی ۱۹۶۸ء کی شہرۂ آفاق دریافت کہ برق مقناطیس اور کمزور قوات بنیادی طور پر ایک ہی ہوتی ہیں کے بعد اب زیادہ بہتر یہی ہے کہ چار کی بجائے تین بنیادی قوات کہی جائیں۔ برق مقناطیسی اور کمزور قوات کو الگ الگ شمار کرنے کے بجائے اب فقط ایک برقی کمزور (electroweak) قوت شمار ہوتی ہے۔ پروفیسر عبدالسلام کے نظریے کے اب قابل قدر عملی ثبوت فراہم ہو چکے ہیں۔

وقت اور فضا کے تشغیلی تصورات اور وجودی مشاہدوں کے مابین تحویلی رشتے[87]

جہاں تک وقت اور فضا کا تعلق ہے پہلی بات ان کے تسلسل کی ہے۔ چاروں طرف فضا تسلسل کے ساتھ پھیلتی چلی گئی ہے اسی طرح وقت میں بھی تسلسل ہے۔ اسی تسلسل کی بنا پر ہم مثلاً x۔ سمت میں چھوٹے سے فاصلے کو dx سے اور کسی تھوڑے سے وقفہ وقت کو dt لکھ کر ظاہر کرسکتے ہیں۔ فضا اور وقت کے تعین کے لیے مراکز (origins) اور محورات (axes) قائم کرنا ہوتا ہے، چنانچہ مثلاً x سے مراد مرکز سے x۔محور پر x فاصلے پر واقع ایک نقطے سے ہوتی ہے۔ اسی طرح t سے مراد $t=0$ کے بعد گزرے ہوئے وقت سے ہوتی ہے اور (x, t) لکھ کر یہ ظاہر کیا جاتا ہے کہ نقطے x پر واقع ایک گھڑی ہے جسکی سوئیاں کسی خاص واقعے کا وقت t بتا رہی تھیں اور اس واقعہ کا جائے وقوع x تھا۔

جہاں تک فضا اور وقت کی پیمائشوں کا تعلق ہے آئینسٹائن کے یہ الفاظ قابل غور ہیں۔

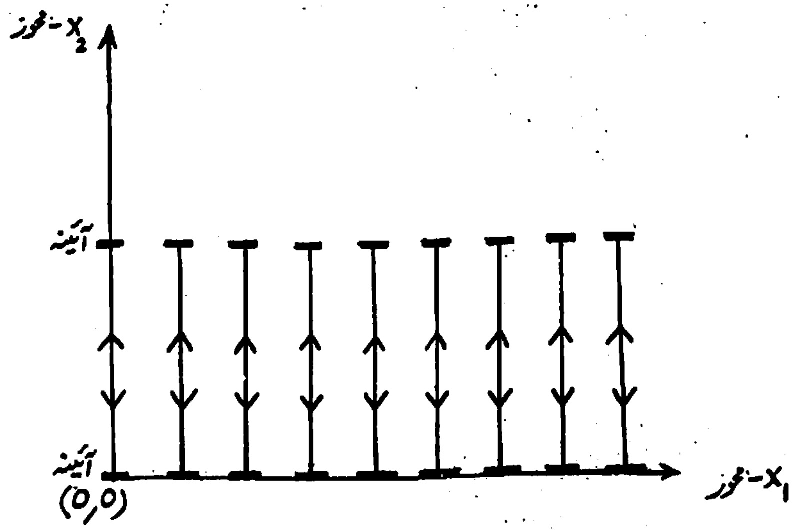
بقول آئینسٹائن :۔

> "تصورات کا تعلق قابل احساس تجربے سے ہوتا ہے لیکن وہ ایک منطقی معنوں میں کبھی بھی اس سے (یعنی قابل احساس تجربے سے) اخذ نہیں کیے جاسکتے۔ اس وجہ سے میں کانٹ (Kant) کی طرح a'priori کی کھوج کو سمجھنے کے قابل کبھی نہیں ہوا۔ کسی بھی وجودیاتی (ontological) مسئلے میں واحد ممکنہ طریقہ یہ ہوتا ہے کہ احساسی تجربوں کے ذخیرے میں ان خصوصیات کو ڈھونڈ نکالیں جن کی نشاندہی تصورات کرتے ہوں"

تشغیلی نقطۂ نظر سے یہ قول فضا۔ اور وقت کی پیمانوں (scales) اور گھڑیوں (clocks) سے پیمائش کا جواز مہیا کرتا ہے۔ ایک اور بات قابل غور ہے اور وہ یہ ہے کہ کسی واقعے کے وقت سے مراد اس واقعے کے جائے وقوع پر واقع گھڑی کی سوئیوں سے ظاہر کردہ وقت ہے لیکن اگر میں اپنے آپکو فضائی احداثیات کے ایک مرکز پر واقع تصور کرتا ہوں اور میرے پاس ایک گھڑی ہوتی ہے جس کی سوئیاں میرے لیے وقت کی پیمائش کا اظہار ہیں تو کسی اور جگہ ہونے والے واقعے کے وقت کے [ع] دو پہلو ہوتے ہیں۔ ایک تو وہ وقت جو واقعے کے ہونے سے پہلے تک بیت گیا اور دوسرا وہ جو واقعے کے ہونے کے بعد سے واقعے سے نکلنے والے روشنی کے اشارے کے مجھ تک پہنچنے میں لگا۔ اگر روشنی ہر سمت، ہر ایک کے لیے ایک ہی رفتار سے جاتی ہے اور اگر واقعہ x پر ہوا تو واقعے سے مجھ تک پہنچنے

کے لئے روشنی کو x/c وقت لگے گا۔ اگر میرے فضائی احداثیات کے نظام کے ہر نقطے پر واقع گھڑی ایک ہی وقت دکھاتی ہے تو میں x_1 فاصلے کی بابت جان کر بہ آسانی x_1 پر جب واقعہ ہوا اس کا وقت اخذ کر سکتا ہوں اگرچہ میں خود x_1 پر نہیں ہوں لیکن x_1 میرے جمودی نظام احداثیات میں ہے۔

اگر وقت سے مراد گھڑیوں سے کی گئی پیمائش ہے تو ایک پہلی ضرورت اس بات کی ہوتی ہے کہ گھڑیوں کی شرح یعنی چلنے کی رفتار (rate) مقرر کر دی جائے۔ یہ ایک لیزر تجویف (cavity) کے ذریعے حسب ذیل طور پر کیا جا سکتا ہے۔ احداثیات کے مرکز کو یا تو لیزر تجویف کے عین درمیان یا ایک کنارے پر واقع سمجھا جا سکتا ہے۔ فرض کیجیے مرکز تجویف کے کنارے واقع ہے۔ تجویف کے دونوں کناروں پر آئینے لگے ہیں اور ان آئینوں کے درمیان جانے آنے میں جو وقت روشنی کو لگتا ہے اسے وقت کی اکائی سمجھا جا سکتا ہے۔ ایسی گھڑی کو آئینسٹائن لنگوین گھڑی (Einstein-Langevin clock) کہا جاتا ہے۔ ایسی گھڑی نہ صرف احداثیات کے مرکز پر بلکہ نظام کے ہر نقطے پر واقع سمجھی جا سکتی ہے۔ بلکہ ایک توجیہ کے مطابق اضافیت میں مشاہد سے مراد کل نظام میں پھیلی ایک جیسی ان گھڑیوں کے مجموعے سے ہوتی ہے جو واقعات کے (x_1, x_2, x_3, t) احداثیات ناپتی رہتی ہیں (شکل نمبر ۹) لیکن ہم مشاہد سے مراد فقط کوئی ایک جگہ واقع گھڑی بھی لے سکتے ہیں۔ الغرض روشنی کی مدد سے گھڑی کی شرح متعین کی جا سکتی ہے۔ (شکل نمبر ۹)



شکل نمبر ۹ ایک ساکن نظام میں گھڑیوں کی رفتار کا تعین

فرض کیجیے کہ ساکن نظام K کے علاوہ ایک متحرک نظام K' بھی ہے جو x-محور کی سمت میں رفتار v سے اس طرح رواں ہے کہ x-محور اور x'-محور ایک دوسرے کے متوازی اور ساتھ ساتھ ہیں۔ فرض کیجیے کہ K' کے ہر نقطے پر بھی بالکل اسی طرح کی، اسی ساخت کی گھڑیاں پھیلا دی گئی ہیں جیسی K میں ہیں۔ K' میں اور K میں وقت کی اکائی کی رسمی تشغیلی تعریف ایک جیسی ہے۔ دونوں نظام K اور K' متساوی ہیں۔ K' میں مرکز پر واقع مشاہد اپنے کو ساکن اور K کو متحرک باور کرتا ہے اور K کے مرکز کے مشاہد کی طرح K' میں بھی وقت کی ایک اکائی قائم کرتا ہے۔ اب مسئلہ الگ الگ جگہ واقع گھڑیوں کو باہم ٹھیک وقت بتانے والی بنانے کا رہ جاتا ہے۔ یہ بہ آسانی یوں حل ہو سکتا ہے کہ اگر ایک جگہ $x_1 = 0$ کے وقت $t_1 = 0$ پر روشنی کی ایک کرن بھیجی جائے اور جب یہ کرن کسی اور جگہ x_1 پر واقع گھڑی پر پہنچے تو وہ گھڑی اگر x_1/c وقت بتائے تو دونوں گھڑیاں ایک وقت بتانے والی کہی جا سکتی ہیں۔ اس طرح روشنی کی مدد سے کسی ایک نظام کی ساری گھڑیاں ایک وقت بتانے والی (synchronised) بنائی جا سکتی ہیں۔ اسے یوں بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے کہ اگر A اور B کی گھڑیاں ایک وقت بتانے والی ہوں تو A سے t_A پر روشنی کی کرن نکلے، B پر t_B پر پہنچے اور فوراً واپس A کی طرف منعکس ہو کر A پر t_{ABA} پر پہونچے تو $(t_B - t_A) = (t_{ABA} - t_B)$ ہوتا ہے۔

اس طرح کسی ایک نظام کی گھڑیاں باہم ایک وقت بتانے والی بنائی جا سکتی ہیں۔ لیکن وقت کی یہ آفاقیت (universality) کسی ایک جمودی نظام تک محدود ہو کر رہ جاتی ہے۔ ہر جمودی نظام میں اس طرح اپنا آفاقی وقت ہوگا۔ وقت ایک اضافی قدر ہو جاتی ہے، مطلق قدر نہیں رہتی اور چونکہ c ایک قدر لا متغیر ہے تو وقت کے اضافی ہونے کی صورت میں فضا بھی اضافی ہو جاتی ہے۔ اس لیے ہر نظام میں آفاقی وقت قائم کرنے کے بعد ضروری ہو جاتا ہے کہ ایک ساکن نظام K اور ایک متحرک نظام K' کے مابین فضا اور وقت کی تحویل کی کھوج کی جائے۔

اس سلسلے میں پہلی بات جو نوٹ کی جا سکتی ہے یہ ہے کہ حرکت کی سمت کے متعامد واقع فاصلے K اور K' دونوں میں برابر ہوتے ہیں۔ کچھ اور باتیں جو نوٹ کی جا سکتی ہیں حسب ذیل ہیں:-

(1) c کی قدر K اور K' دونوں کے لیے اور ہر سمت میں ایک ہوتی ہے،

(2) K کے مطابق K' سرعت v سے رواں ہوتا ہے اور K' کے مطابق K سرعت $-v$ سے رواں ہوتا ہے،

(3) K اور K' میں گھڑیاں باہم سرعت کی متعامد سمتوں میں روشنی بھیج کر متعدد کی جاتی ہیں

لیکن (1) کے مدنظر ضروری نہیں کہ گھڑیوں کو کسی خاص سمت ہی میں رکھا جائے۔ چونکہ حالت سکون میں ہر سمت میں لمبائی ایک رہے گی اور c بھی ایک ہوگی تو مذکورہ بالا لیزر تجویف گھڑی چاہے کسی سمت میں اشارہ کرے ایک ہی شرح سے چلتی رہے گی۔ K کے ہر نقطے پر ایسی گھڑیاں فرض کی جاتی ہیں جو مذکورہ بالا طریقے سے ایک شرح کی اور ایک ہی وقت بتلانے والی کر دی گئی ہوں۔ K کی سب گھڑیاں ایک ہی وقت t بتاتی ہیں۔ اسی طرح K' کی سب گھڑیاں ایک ہی وقت t' بتاتی ہیں۔ اس لیے اگر t کو K کا وقت اور t' کو K' کا وقت کہیں تو غلط نہ ہوگا۔

(4) جب ایک بار K اور K' میں وقت کی پیمائش کا انتظام کر دیا گیا تو لمبائیاں بھی متعین کر دی جا سکتی ہیں۔ فرض کیجیے کہ K کے مرکز سے $t = 0$ پر روشنی کی کرن چلی اور K کے کسی اور نقطے Q سے منعکس ہو کر واپس مرکز پر t وقت پر پہنچی تب Q کا فاصلہ K کے مرکز سے r کہلائے گا جہاں $r = \frac{ct}{2}$ یعنی $t = \frac{2r}{c}$ ہوگا۔ اس طرح K اور K' میں فردا فردا لمبائی ناپنے کی ایک جالی (8x1a) بچھا دی جا سکتی ہے۔ اس طرح نہ صرف وقت بلکہ فضا کے تصور کو روشنی کی مدد سے K اور K' میں فردا فردا قائم کیا جا سکتا ہے۔ سہولت کے لیے ہم نے فرض کیا ہے کہ K' کا x' محور K کے x_1 محور کے ساتھ لگ کر رفتار v سے پھسلا جا رہا ہے۔ K اور K' میں فردا فردا (x_1, t) اور (x'_1, t') کے ناپنے کا بندوبست ہے۔ بلکہ ان احداثیات کی تعریف ہی ان کے مخصوص طرز سے ناپنے سے ہوتی ہے۔

اب تین چار (پانچ) باتیں ایسی ہیں جو x_1، x'_1، t اور t' کی مذکورہ بالا تشغیلی تعریفوں سے ان مقداروں کے مابین رابطے قائم کرنے میں اہم ثابت ہوتی ہیں۔ وہ باتیں حسب ذیل ہیں:-

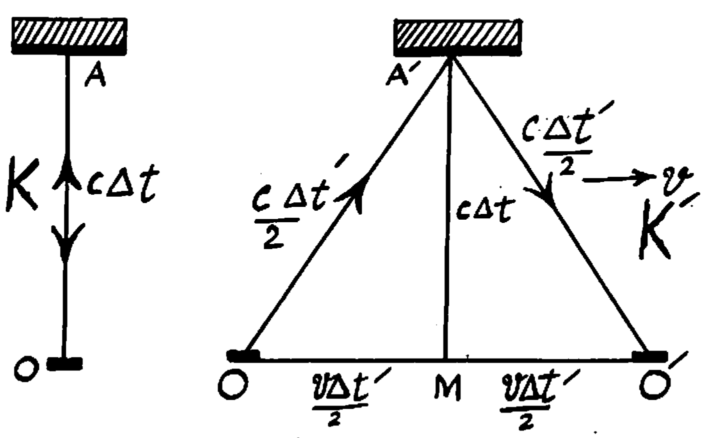
(5) باہم سرعت کی متعامد سمت میں واقع فضائی وقفے لا متغیر رہتے ہیں جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے،

(6) اگر دو واقعات کے بیچ میں ایک وقفہ وقت $\Delta\tau$ ناپا جاتا ہے تو نسبتی سرعت $\pm v$ سے رواں نظام K کے مطابق انہیں واقعات کے بیچ وقفہ $\gamma\Delta\tau$ ہوتا ہے جہاں $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ ہوتا ہے،

(7) ایک لمبائی ΔL جو K' میں باہم حرکت کی سمت میں ناپی گئی ہو نسبتی حرکت $\pm v$ سے رواں نظام K کے مطابق $\Delta L/\gamma$ سے دی جاتی ہے جہاں پہلے کی طرح $\beta = v/c$، اور $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ہوتا ہے،

(8) ساکن نظام K میں حرکت کی سمت ایک دوسرے سے ΔL فاصلے پر واقع دو گھڑیاں جو ایک ہی وقت بتاتی ہیں $v+$ سرعت سے رواں نظام K' کے مطابق $\delta = -\frac{\Delta L v}{c^2}$ کی حد تک الگ الگ وقت بتاتی ہیں اور (9) جو واقعہ K میں ایک ہی جگہ ہوتا ہے، متحرک نظام K کے مطابق $\Delta x = v\Delta t$ کی دوری پر واقع دو الگ الگ نقطوں پر ہوتا ہے یہاں یہ مفروض ہے کہ Δt ساکن نظام K میں دو واقعات کے بیچ ایک وقفۂ وقت ہے جو یکے بعد دیگرے K میں ایک ہی جگہ ہوتے ہیں۔

مذکورہ بالا باتوں کی تشریح یوں ہو سکتی ہے۔ فرض کیجیے کہ K کے مرکز $x_1 = 0$ پر ایک صاحب "ساکن صاحب" مع اپنی گھڑی کے موجود ہیں اور اسی طرح K' کے مرکز $x_1' = 0$ پر ایک اور صاحب بنام "متحرک صاحب" اپنی گھڑی سے لیس موجود ہیں۔ شکل نمبر 9 کے مطابق ساکن اور متحرک صاحبان فقط ایک لحظے کے لیے یکجا تھے جسے وہ $t = t' = 0$ سے ممیز کرتے ہیں۔ یہ لمحہ کل K کے لیے $t = 0$ اور کل K' کے لیے $t' = 0$ ہوتا ہے۔ اسی لمحے دونوں حضرات اپنے اپنے نظاموں میں حرکت کی متعامد سمت میں روشنی کی کرنیں بھیجتے ہیں تاکہ اپنی اپنی گھڑیوں کی شرح متعین کرتے رہیں۔ روشنی کی کرنیں جاتی ہیں اور پلٹ کر اپنے اپنے نظاموں کے مرکز پر آجاتی ہیں۔ روشنی کے جانے اور آنے کے کل وقفے کو ساکن صاحب Δt اور متحرک صاحب $\Delta t'$ کہتے ہیں۔ اب دونوں حضرات کی باہمی حرکت پر غور کیجیے۔



شکل نمبر 9 ساکن اور متحرک نظاموں میں وقت کی اکائیوں کا موازنہ

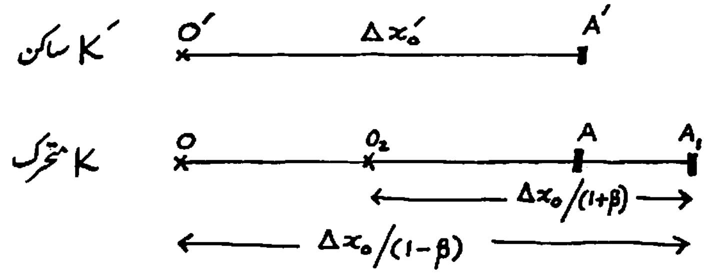
اوپری شکل سے واضح ہے کہ $\Delta t' = \gamma \Delta t$ ہوگا کیونکہ فیثا غورث کے مسئلے کے مطابق $\Delta OA'M$ میں $\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t'}{2}\right)^2 - \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2$ ہے یعنی $\Delta t' = \Delta t/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ہے اور اگر $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ لیتے ہیں تو اسے سہولت کی خاطر $\Delta t' = \gamma \Delta t$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس فارمولے کی توجیہہ اور K کے K' کے متساوی ہونے کی تشریح کے لیے ہم فرض کرتے ہیں کہ ساکن صاحب اور متحرک صاحب باہم گفتگو کر سکتے ہیں۔ Δt کو ساکن صاحب ایک طرح سے اپنے نظام کے وقت کی اکائی مانتے ہیں۔ اس عرصے Δt میں ساکن صاحب دیکھتے ہیں کہ متحرک صاحب X محور پر بڑھتے چلے گئے ہیں۔ اس بنا پر ساکن صاحب کہیں گے کہ متحرک صاحب کی بھیجی روشنی کی کرن ترچھی گئی اور ترچھی لوٹ کر متحرک صاحب تک واپس گئی۔ اس کے برخلاف متحرک صاحب کہیں گے: "بھئی میں یہ تو نہیں کہہ سکتا کہ میں حرکت کر رہا ہوں۔ میری تو سب چیزیں ساکن ہیں۔ ہاں ساکن صاحب ضرور کھسکتے چلے جا رہے ہیں۔ ابھی ہم دونوں یہیں تھے اور اب نہیں ہیں"۔ دونوں حضرات اپنی جگہ صحیح ہیں اور یہ اس لیے کہ جہاں K کے نزدیک K' سرعت v سے رواں ہے تو K' کے مطابق K سرعت $-v$ سے رواں ہے۔ جہاں تک ساکن صاحب اور متحرک صاحب کا انفرادی طور پر تعلق ہے وہ خود اپنے نظام میں رہ کر اپنی کسی "مطلق حرکت" کی بات بھی نہیں کر سکتے۔ اصول اضافیت کا ایک بیان یہ بھی ہے کہ کوئی بھی تجربہ جو کسی جمودی نظام میں رہ کر کیا جائے یہ نہیں بتا سکتا کہ جمودی نظام میں کوئی مطلق حرکت ہے یا نہیں۔ اگر دو جمودی نظاموں کے مابین نسبی حرکت ہے (اور حرکت فقط نسبی ہی ہو سکتی ہے) تو ہر ایک نظام اس حرکت سے رونما ہونے والے اثرات کو دوسرے نظام کی حرکت کا نتیجہ بتائے گا۔ ساکن صاحب کہیں گے "دیکھیے متحرک صاحب! جہاں میرے مطابق میری بھیجی ہوئی روشنی کی کرن O سے A کو جاتی اور واپس O کو آتی ہے، وہاں آپ کی بھیجی ہوئی کرن O' سے A' کو جاتی ہے اور واپس O'' پر آتی ہے۔ میں یہ کسی طرح نہیں مان سکتا کہ OAO کا فاصلہ، O'A'O'' کے فاصلے کے برابر ہے! آپ اور میں پہلے ہی متفق ہو چکے ہیں کہ c ایک ہی ہے۔ پس میں آپ کے وقت کی اکائی کو Δt نہیں مان سکتا۔ میں آپ کے وقت کی اکائی کو $\Delta t'$ لکھ کر ظاہر کروں گا اور عموماً آپ کے وقت کو t' سے ظاہر کروں گا۔ امید ہے کہ آپ کو اعتراض نہ ہوگا"۔ متحرک صاحب اس پر فرمائیں گے "ساکن صاحب! میں کب کہہ رہا ہوں کہ آپ میری اکائی کو Δt مانیے! چونکہ میں K' میں ہوں ہی تو آپ اسے شوق سے $\Delta t'$ کہہ لیجیے۔ لیکن آپ میری پوزیشن بھی تو ذرا سمجھیے! میں تو اسی طرح سے روشنی کی کرنیں بھیج رہا ہوں

جیسے بھیجتا تھا۔ اوپر شکل نمبر 9 بھی دیکھی لیکن حرکت میں تو نہیں کر رہا ہوں تو میں کیوں کہوں کہ میری روشنی کی کرنیں ترچھی گئیں؟ ساکن صاحب اس مسئلے کا حل یہ ہے کہ میرے نزدیک Δt وہی ہے جو آپ کے نزدیک Δt ہے۔ سوال اگر یہ ہے کہ تمہارے نزدیک Δt کیا ہے تو بھائی وہ تم اوپری شکل میں دیکھ ہی چکے ہو، تم اسے $\Delta t' = \gamma \Delta t$ کہو جہاں تم Δt تو ناپ ہی نہ سکتے ہو اور γ کے بارے میں ہم دونوں میں کوئی اختلاف نہیں۔ لیکن اگر پھر میں یہ کہوں کہ میرے مطابق $\Delta t = \gamma \Delta t'$ ہے تو اس میں کوئی تضاد نہیں۔ $\Delta t' = \gamma \Delta t$ تمہارا نقطہ نظر ہے، تم ایسا کہنے میں حق بجانب ہو۔ $\Delta t = \gamma \Delta t'$ میرا نقطہ نظر ہے اور میں ایسا کہنے میں حق بجانب ہوں۔ دونوں اپنی جگہ درست ہیں۔ اسی کا نام اضافیت ہے!"

ساکن صاحب یہ سن کر بہت خوش ہوں گے۔ کہیں گے "متحرک صاحب آپ نے اصول اضافیت کو نچوڑ کر رکھ دیا۔ آیئے ہم دونوں، اس بات پر ایک ایک جام صحت اپنے اپنے نظام میں نوش فرمائیں کہ جیسے ہم ویسا ہمارا وقت۔ یعنی میں اگر K میں ساکن ہوں تو t میرا مناسب وقت کہلائے گا (جسے انگلش میں (proper time) کہتے ہیں) اور t' اسی نسبت سے میرا غیر مناسب وقت (improper time) کہلائے گا اور اگر آپ K' میں ساکن ہوں تو t' آپ کا مناسب وقت اور t غیر مناسب وقت کہلائے گا۔ ہمارے لیے نہ صرف یہ زیبا ہے کہ اپنی طبیعیات میں اپنی ہی مناسب مقداریں استعمال کریں بلکہ واقعہ یہ ہے کہ سوائے مذکورہ بالا معنوں کے ان مقداروں کا ہمارے لیے کوئی مطلب ہو ہی نہیں سکتا۔ جہاں تک میرے $\Delta t' = \gamma \Delta t$ کہنے کا تعلق ہے میں ویسے تو فقط Δt ہی ناپ سکتا ہوں لیکن بعض صورتوں میں میرے ناپے ہوئے وقفے Δt کو $\Delta t' = \gamma \Delta t$ میں تحویل ہوتا سمجھ سکتا ہوں، اور وہ صورت یہ ہے کہ میں جن دو واقعات کو یکجا ہوتا تصور کرتا ہوں وہ تمہارے مطابق الگ الگ ہوتے ہیں۔"

اس کے بعد مسئلہ حرکت کی سمت میں لمبائیوں کے موازنے کا اٹھتا ہے۔ ایک فاصلہ جو K' میں $\Delta x'_0$ ہے، K کے مطابق کیا ہوگا؟ اذیر (7) کے مطابق یہ $\frac{\Delta x_0}{\gamma} = \Delta x_0$ سے دیا جائے گا۔ اسے دیکھنے کے لیے $\Delta x'_0$ کی تعریف $\Delta t'_0 = \frac{2\Delta x'_0}{c}$ پر غور کریں۔ یہاں Δx_0 کوئی بھی لمبائی اور $\Delta t'_0$ اسی نسبت سے کوئی بھی وقت ہو سکتے ہیں۔ ضرورت صرف $\Delta x'_0$ کے K' میں ساکن رہنے کی ہے جو یہ کہہ کر پوری ہوتی ہے کہ جب $\Delta x'_0$ ناپا گیا تو $\Delta x'_0$ کے دونوں کناروں پر واقع K' کی گھڑیاں ایک ہی وقت دکھا رہی تھیں

Δx_o دریافت کرنے کے لیے فرض کرتے ہیں کہ Δx_o اور $\Delta x_o'$ کے بائیں کونے $t = t' = 0$ پر یکجا تھے۔ اور اسی وقت روشنی کی کرن سرعت کی متوازی سمت میں O اور O' سے چلی (شکل ۱۱)۔ جب تک یہ کرن A تک پہنچتی A بڑھ کر آگے جا چکا ہوگا اس لیے بجائے A پر منعکس ہونے کے یہ A_1 پر منعکس ہوگی۔ یہ بآسانی دیکھا جا سکتا ہے کہ $OA_1 = \frac{\Delta x_o}{(1-\beta)}$ ہے۔ واپسی میں O بڑھتے بڑھتے O_2 پر پہنچ چکا ہوگا اس لیے واپسی کا فاصلہ محض $A_1O_2 = \frac{\Delta x_o}{(1+\beta)}$ ہی ہوگا۔ اس کے برخلاف K' میں (جسے ہم اب ساکن سمجھ رہے ہیں) روشنی $\Delta x_o'$ جاتی اور $\Delta x_o'$ واپس آجاتی ہے۔ اس بنا پر $\Delta t_o' = \frac{2\Delta x_o'}{c}$ لے سکتے ہیں مگر $\Delta t_o = \frac{OA_1 + A_1O_2}{c}$ لینا ہوگا!



$O'A' = \Delta x_o'$
$\beta = v/c$

شکل ۱۱ حرکت کی سمت میں لمبائیوں کا موازنہ

ساتھ ہی ساکن اور متحرک گھڑیوں کے مابین اوپر دریافت شدہ رابطہ بھی ملحوظ رکھنا ہوگا یعنی $\Delta t_o = \gamma \Delta t_o'$ لینا ہوگا کیونکہ اب K' ساکن اور K متحرک ہے۔ اس طرح تھوڑی سی الجبرا کے بعد واضح ہو جاتا ہے کہ $\Delta x_o = \frac{\Delta x_o'}{\gamma}$ ہے۔

[یعنی

$$\Delta t_o = \frac{\frac{\Delta x_o}{(1-\beta)} + \frac{\Delta x_o}{(1+\beta)}}{c} = \frac{2\Delta x_o \gamma^2}{c}$$ ہے

جبکہ $\Delta t_o = \gamma \Delta t_o' = \frac{2\Delta x_o' \gamma}{c}$ بھی ہے تو اس لیئے $\frac{2\Delta x_o' \gamma}{c} = \frac{2\Delta x_o \gamma^2}{c}$ ہے اور اس طرح $\Delta x_o = \frac{\Delta x_o'}{\gamma}$ ہوتا ہے۔]

اس موضوع پر ساکن صاحب اور متحرک صاحب میں پھر گفتگو ہوتی ہے۔ متحرک صاحب کہتے ہیں۔

"ساکن صاحب: میں K میں ہوں، میں حرکت کی سمت ایک لمبائی Δx_0 ناپتا ہوں، یہ لمبائی جو دراصل ایک پیمانہ (scale) ہے میرے پاس ساکن ہے۔ میں جانتا ہوں کہ آپ حرکت میں ہیں۔ اگر آپ کو اپنے حسابے میں اس لمبائی کو استعمال کرنا ہو تو بہتر ہے آپ اسے $\Delta x_0/\gamma$ لیں۔ Δx_0 میرے لیے مناسب لمبائی اور Δx_0 غیرمناسب لمبائی ہے۔ اس کے برخلاف اگر یہی پٹری میں آپکو دے دوں اور آپ اسے اپنے پاس رکھ کرناپیں تو آپ وہی لمبائی پائیں گے جو میں اس کی ناپ رہا ہوں۔ اس لیے فرق صرف اس قدر ہے کہ ایک صورت میں پیمانہ آپ کے نظام میں ساکن ہے جبکہ دوسری صورت میں یہ پیمانہ آپ کے نظام میں متحرک ہے۔ اس طرح میں نے اپنے نظام میں جو لمبائیاں حالتِ سکون میں متعین کرلی ہیں اگر حرکت کی سمت میں یعنی x-محور پر ہوں تو بہتر یہ ہے کہ آپ ان لمبائیوں کو γ کی حد تک گھٹا ہوا تصور کریں یعنی میں آپ کی نسبت حرکت میں ہوں تو آپ کے مطابق حرکت کی سمت میں میری لمبائیاں γ کی حد تک گھٹ جاتی ہیں۔" اس پر ساکن صاحب کہیں گے "میں پوری طرح متفق ہوں۔ بس یہ بات یاد دلانا چاہتا ہوں کہ اسی نسبت سے اگر میں اپنے نظام میں Δx_0 لمبائی پاتا ہوں تو آپ کے مطابق اسے $\Delta x' = \frac{\Delta x_0}{\gamma}$ ہونا چاہیے۔ القصہ مختصر جہاں غیرمناسب وقت، مناسب وقت سے γ گنا زیادہ ہوتا ہے وہاں غیرمناسب لمبائی مناسب لمبائی سے γ گنا کم ہوتی ہے۔ واقعی اضافیت کے مسلّے اپنانے سے بڑے دلچسپ نتائج برآمد ہوتے ہیں!"

آخر میں مسئلہ دو گھڑیوں کا جن کی K میں باہم دوری Δx ہے اور جو ایک ہی وقت بتا رہی ہوں، K' کے مطابق $\frac{v\Delta x}{c^2}\gamma$ کی حد تک باہم الگ وقت بتانے والی معلوم ہونے کا ہوتا ہے۔ اس کی آسان توجیہہ اس طرح ہو سکتی ہے کہ A اور O پر گھڑیوں کی شرح کو علی الترتیب O اور A سے روشنی بھیج کر متعین ہوتا باور کرلیں تب جہاں O سے چلکر روشنی کی کرن A پر $\frac{\Delta x}{c}$ کے بعد پہنچے گی وہاں A سے روشنی کی کرن O پر بھی $\frac{\Delta x}{c}$ کے بعد پہنچے گی، کیوں کہ Δx، K میں ساکن ہے اور اس طرح K میں O اور A دونوں جگہوں پر گھڑیاں ہمیشہ ایک ہی وقت دکھائیں گی۔ اب فرض کیجیے K' میں O پر گھڑی کی شرح کو A ہی سے چلی روشنی سے متعین کرنا ہے تو اب حرکت کی وجہ سے O کے مقابلے O'، K' کے مطابق A کی طرف $\left(\frac{\Delta x}{c}\right)v$ کی حد تک بڑھ آئے گا۔ اس فاصلے کو طے کرنے میں روشنی کو $\frac{v\Delta x}{c^2}$ کا وقت لگتا ہے۔ اس لیے اگر روشنی کا A سے چلکر O یا O' پر پہنچنا ہی گھڑیوں کی شرح متعین کرتا ہے تو واضح ہے کہ O' اور O کی حد تک (اور اسی طرح A اور A'

کی حد تک) $\frac{v\Delta x}{c^2}$ کی کمی بیشی ہوگی۔ اس کمی بیشی کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ Δt اور $\Delta t'$ کے مابین مکمل رابطہ $\Delta t' = \gamma \Delta t$ کی بجائے $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$ سے دیا جائے گا۔ یہ یوں بھی کہ اگر $\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$، $\Delta x' = v\Delta t'$، $\Delta x = v\Delta t$ اور $\Delta t' = \gamma(\Delta t + \delta)$ مان لیا جائے تو بآسانی بتایا جا سکتا ہے کہ $\delta = -\frac{v\Delta x}{c^2}$ ہوتا ہے [یعنی $\frac{\Delta x}{\gamma v} = \gamma\left(\frac{\Delta x}{v} + \delta\right)$ ہے تو اس لیے $\delta = \frac{-v\Delta x}{c^2}$ کیونکہ $\delta = \frac{\Delta x}{v}\left(\frac{1}{\gamma^2} - 1\right)$ حاصل ہوتا ہے]

اس طرح ایک تشغیلی طور پر $\frac{v\Delta x}{c^2}$ کے فیز فیکٹر (phase factor) کو بھی سمجھا جا سکتا ہے۔ ریاضیاتی نقطۂ نظر سے ہم یہاں دو طرح کے اثرات سے دوچار ہیں ایک وہ جو یکجائی (colocality) کی اضافیت کا نتیجہ ہیں اور دوئم وہ جو یکوقتی (simultaneity) کی اضافیت کا نتیجہ ہیں۔

جب دونوں اثرات ایک ساتھ لیے جاتے ہیں تب ہی مکمل رابطہ حاصل ہوتا ہے۔ مثلاً وقت کی حد تک K' میں یکجائی کا اثر $\Delta t_c = \gamma \Delta t$ اور K' میں یکوقتی کا اثر $\Delta t_s = \gamma \frac{v\Delta x}{c^2}$ الگ الگ لیں تو کل رابطہ $\Delta t = \Delta t_s + \Delta t_c$ سے یعنی $\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2}\right)$ سے حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح فضا کی حد تک K' میں یکجائی کا اثر $\Delta x_c = \gamma v \Delta t'$ اور یکوقتی کا اثر $\Delta x_s = \gamma \Delta x'$ لیں تو کل رابطہ $\Delta x = \Delta x_s + \Delta x_c$ یعنی $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$ سے دیا جائے گا۔

(ریاضیاتی اظہار میں $\Delta t = \left(\frac{\partial t}{\partial x'}\right)_{t'} \Delta x' + \left(\frac{\partial t}{\partial t'}\right)_{x'} \Delta t'$ اور $\Delta x = \left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)_{t'} \Delta x' + \left(\frac{\partial x}{\partial t'}\right)_{x'} \Delta t'$ لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)_{t'} = \gamma \text{ ، } \left(\frac{\partial x}{\partial t'}\right)_{x'} = v\gamma$$

$\left(\frac{\partial t}{\partial x'}\right)_{t'} = \frac{v\gamma}{c^2}$ اور $\left(\frac{\partial t}{\partial t'}\right)_{x'} = \gamma$ سے دیے جائیں گے۔)

غور کیجیے تو $\Delta t = \gamma \Delta t'$ اور $\Delta t' = \gamma \Delta t$ دونوں کو بہ یک وقت درست مانتے ہوئے یہ نتیجہ نکالنا کہ اس لیے $\gamma^2 = 1$ ہے سراسر غلط ہے کیونکہ یہ دونوں رابطے الگ الگ نظاموں سے تعلق رکھتے ہیں۔ آپ جب محاسبات کر رہے ہوتے ہیں یا جب کوئی شاہد ہوتا ہے تو اس کا ایک جمودی نظام ہوتا ہے جس میں وہ ساکن ہوتا ہے۔ اسی نظام کی نسبت سے متحرک نظام میں ناپے گئے وقت $\Delta t'$ کو $\Delta t = \gamma \Delta t'$ لکھ کر ظاہر کرتے ہیں۔ اگر اسی مسئلے کو متحرک نظام سے دیکھا جائے تو لازمی بات ہے آپ چاہیں تو $\Delta t' = \gamma \Delta t$ لکھ سکتے ہیں، مگر تب یہ بالکل مختلف بات ہوگی کیوں کہ آپ ایک مختلف نظام میں رہ کر طبیعیات کر رہے ہیں۔ آپ بطور شاہد کے ایک

بالکل دوسرے جمودی نظام میں ہیں۔ اسی لیے بالعموم رموز کی بجائے ساکن مشاہد اور متحرک مشاہد کہا جاتا ہے تاکہ کسی طرح کا مغالطہ باقی نہ رہے۔

اس طرح ہم سہل طور پر وقت اور فضا کے حسب ذیل تحویلی فارمولے حاصل کرتے ہیں جو لورنٹز تحویل کے فارمولے ہیں۔

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2) \quad , \quad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$
$$x = \gamma(x' + vt') \quad , \quad x' = \gamma(x - vt)$$

ان فارمولوں کی ایک دلچسپ توجیہہ یہ ہے کہ اگر ساکن نظام K اور متحرک نظام K' کے مراکز O اور O' کسی لمحے $t = t' = 0$ پر یکجا تھے جب ایک واقعہ ہوا جس کا جائے وقوع K کے مطابق x اور K' کے مطابق x' تھا اور اگر فاصلے کو $x = \frac{c}{t}$ سے ظاہر کریں اور t سے مراد وہ وقت لیں جو واقعے سے روشنی کے چلنے اور O پر پہنچنے میں لگا تو ظاہر ہے کہ جسے ہم x'/c کہیں گے وہ $\frac{\gamma(x - vt)}{c}$ ہوگا اور جسے ہم اسی طرح t' کہیں گے وہ $\gamma(t - vx/c^2)$ ہوگا کیوں کہ ہم K' کی وقت کی اکائی کو K میں اس طرح لیتے ہیں کہ γ کا معامل (factor) داخل ہو جاتا ہے۔ اس کی وجہ ہم نے اوپر یہ بتا کر واضح کر دی ہے کہ وقت سے مراد ہی دو نقطوں کے مابین روشنی کے آنے جانے سے ہے جس سے γ کا ہونا سمجھ میں آ جاتا ہے۔

دراصل جہاں تک صرف روشنی کے چلنے کا تعلق ہے $x = ct$ اور $x' = ct'$ لینے سے $x' = \gamma(x - vt)$ اور $t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})$ ویسے بھی ایک ہی ہو جاتے ہیں یعنی $x' = \alpha x$ یا $t' = \alpha t$ جہاں $\alpha = \sqrt{\frac{(1-\beta)}{(1+\beta)}}$ اور $\beta = v/c$ ہیں اور اس طرح ہمیں جیسے x' اور t' کو x اور t میں ظاہر کرنے کے لیے ایک تشکیلی فیکٹر (scale factor) مل جاتا ہے۔ بہرحال لورنٹز تحویل تمام وقت حاصل ہوتی ہے جب ساکن اور متحرک دونوں مشاہد ایک ہی واقعے کو ریکارڈ کرتے ہیں۔ اگر واقعہ $t = t' = 0$ پر نہیں بلکہ کسی متناہی Δt پر واقع ہوتا ہے تو $t = t' = 0$ کے بعد جب O اور O' منطبق تھے ایک وقفہ Δt گزرنے پر $\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2})$ سے اور $\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$ سے دیے جائیں گے اور جب واقعے سے روشنی چلی اور O پر پہنچی اور اگر اس میں ایک وقت t_1 لگا تو اسی طرح $t_1' = \gamma(t_1 - \frac{vx_1}{c^2})$ اور $x_1' = \gamma(x_1 - vt_1)$ سے دیا جائیگا۔

اب اگر کل وقت سے مراد $t = (t_1 + \Delta t)$ لیتے ہیں تو ظاہر ہے کہ $t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})$ اور $x' = \gamma(x - vt)$ ہی آتا ہے جبکہ $x = x_1 + \Delta x$

لیا جائے۔ دلچسپ بات یہ ہے کہ $\Delta t' = \gamma \Delta t$ کے بجائے $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$ لینے سے ایسا ہی ہوتا ہے جیسے ہم نے نہ صرف $t = t' = 0$ پر بلکہ ایک وقت Δt بعد بھی مرکز سے Δx فاصلے پر K اور K' کی گھڑیوں کو یک وقتی بنا دیا ہے کیونکہ تبھی اوپری فارمولے درست معلوم ہوتے ہیں!

بہرحال ہم یہ تو نہیں کہہ سکتے کہ لورنز تحویل کی ایک ہی توجیہہ ہو سکتی ہے جو ہم نے اوپر دی ہے مگر عام فہم انداز میں ان فارمولوں کو کچھ اسی طرح سمجھنے کی کوشش کی جا سکتی ہے!

خاص لورنز تحویل (Special Lorentz Transformation)

لورنز تحویل کے فارمولوں کو فضا کے ہر سمت یکساں اور متجانس ہونے یعنی (isotropic) اور (homogeneous) ہونے اور وقت کے متجانس (homogeneous) ہونے سے بھی اخذ کیا جا سکتا ہے جیسے کئی حضرات نے بتایا ہے [27] واقعہ یہ ہے کہ لورنز تحویل کو اخذ کرنے سے کئی اور طریقے بھی بتائے گئے ہیں۔ مثلاً ایک اشتقاق (derivation) میں ڈی بروئی (de Broglie) کے رابطے $p = \frac{h}{\lambda}$ سے شروعات ہوتی ہے۔

بعض اور اشتقاقات میں گروپ تھیوری (group theory) کا استعمال ہوتا ہے۔ لیکن آئنسٹائن نے جن دو مسلموں سے اُن کو حاصل کیا اس کے بعد وقت کی توجیہہ بھی کی اور اصول اضافیت کو ممیز مقام دیا اس کی اہمیت اپنی جگہ ہے۔

جہاں تک فارمولوں $x' = \gamma(x - vt)$ اور $t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$ کا تعلق ہے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اگر $x = ct$ لیں تو $x' = ct'$ بھی حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح ساکن اور متحرک دونوں جمودی نظاموں کا c کی ایک ہی قدر دریافت کرنے کا جو مسئلہ تھا وہ اس تحویل میں مضمر ہے۔

اس کے علاوہ جو امر خاصی اہمیت کا حامل ہے وہ یہ ہے کہ لورنز تحویل کے اوپری فارمولوں کے مطابق $x'^2 - ct'^2 = x^2 - ct^2$ حاصل ہوتا ہے۔ یعنی مقدار $(x^2 - ct^2)$ ایک لورنز لامتغیر (invariant) ہے۔ ہر ریاضیاتی تحویل کی ممیزہ بات اس کے لامتغیر ہوتے ہیں۔ لورنز تحویل کا یہ لامتغیر یعنی $(x^2 - ct^2)$ فضا-وقت تسلسل (space-time continuum) اور چار سمتوں (four vectors) کی نشاندہی کرتا ہے جن کا مزید ذکر آگے آئے گا۔

لورنز تحویل کی تیسری اہم خصوصیت سرعتوں کے جمع کرنے کا قاعدہ ہے۔ گلیلیائی تحویل کے

مطابق ایک ہی سمت میں دو سرعتیں u اور v جمع کرکے $(u+v) = w$ حاصل کیا جاتا ہے،
لیکن لورنٹز تحویل کے مطابق ایک ہی سمت میں دو سرعتیں u اور v جمع ہونے کے بعد
$\frac{(u+v)}{(1 + uv/c^2)} = w$ سے دی جاتی ہیں۔ یہاں اگر $u=c$ یا $v=c$ لیں تو $w=c$ آتا ہے،
اور اس طرح

c نسبی سرعتوں کی ایک نہائی حد بن جاتی ہے۔ لورنٹز تحویل کی سرعتوں کو جمع کرنے کی ترکیب سے بآسانی فیزو کے تجربے کو سمجھا جاسکتا ہے۔ فیزو کے مطابق اگر گلاس ٹیوب سے پانی ثابت سرعت V سے پمپ کیا جائے اور اس ٹیوب میں روشنی کی رفتار ناپی جائے تو نتیجہ $\omega = c'+V-n^2V$ آتا ہے جہاں c' ساکن پانی میں روشنی کی رفتار اور $n = c/c'$ معامل انکسار (refractive index) ہے لیکن لورنٹز تحویل کے مطابق

$$\omega = \frac{c'+V}{1+\frac{c'V}{c^2}} \simeq (c'+V)\left(1-n\frac{V}{c}\right) = c'+V-n^2V$$

بالراست نکل آتا ہے۔

اسی طرح بہکاو اور ڈاپلر تاثیر کے فارمولے سہل طور سے حاصل ہوجاتے ہیں جنکا ذکر آگے بھی آئے گا۔ سرعتوں کی تحویل کی ایک خصوصیت یہ بھی ہے کہ جہاں حرکت کی متعامد سمتوں میں فاصلے نہیں بدلتے وہاں ان سمتوں میں ہونے والی سرعتیں لورنٹز تحویل میں بدل جاتی ہیں۔ یعنی اگر

$$\begin{cases} x' = \gamma(x-vt), \; y'=y, \; z'=z, \\ t' = \gamma(t - vx/c^2) \end{cases}$$

ہے تو

$$u'_x = \frac{u_x - V}{1 - \frac{u_xV}{c^2}}$$

$$u'_y = \frac{u_y\sqrt{1-V^2/c^2}}{1 - \frac{u_xV}{c^2}}$$

$$u'_z = \frac{u_z\sqrt{1-V^2/c^2}}{1 - \frac{u_xV}{c^2}}$$

حاصل ہوتا ہے یعنی گیلیلیائی تحویل کی طرح $u'_y = u_y$ اور $u'_z = u_z$ حاصل نہیں ہوتا!

فارمولے $\omega = \frac{(u+v)}{\left(1+\frac{uv}{c^2}\right)}$ کی حسب ذیل فارمولے سے شباہت پر غور کیجیے :-

$$\tan i(\alpha+\beta) = \frac{(\tan i\alpha + \tan i\beta)}{(1 - \tan i\alpha \tan i\beta)}$$

چنانچہ اگر ہم $v/c = i \tan i\alpha$ لیں اور اُسے لورنز تحویل میں ڈالیں تو

$$x' = x \cos i\alpha + ict \sin \alpha.$$
$$ict' = -x \sin i\alpha + ict \cos i\alpha$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ فارمولے مستویات (planes) کی جیومیٹری میں احداثیات کے محوروں کے گھماؤ کے بیان میں ملنے والے فارمولوں

$$x' = x \cos\theta + y \sin\theta$$
$$y' = -x \sin\theta + y \cos\theta$$

سے ملتے جلتے ہیں۔ اس سہل تمثیل سے لورنز تحویل کی ایک خالص جیومیٹریائی توجیہہ حاصل ہوتی ہے، جس کے بارے میں حسب ذیل امور بیان کیے جا سکتے ہیں :-

(۱) وقت یا زیادہ سہولت کے لیے ict کو چوتھا بعد (fourth dimension) سمجھا جا سکتا ہے،

(۲) لورنز تحویلیں (x, ict) مستوی (plane) میں ایک زاویے $i\alpha$ کی حد تک خیالی گھما ہوتی ہیں،

(۳) وہ جسے ہم نسبی سرعت کہتے ہیں اس خیالی زاویے $i\alpha$ کا ٹینجنٹ (tangent) ہوتی ہے،

(۴) دو یکے بعد دیگرے لورنز تحویلوں $i\alpha$ اور $i\beta$ کا نتیجہ ایک واحد لورنز تحویل $i(\alpha+\beta)$ کے مُتساوی ہوتا ہے،

(۵) دو واش... یا مقداریں جو ایک دوسرے سے ایک لورنز تحویل کے ذریعے حاصل ہوں طبعی طور پر یکساں ہوتی ہیں، اور

(۶) وقت کا پھیلاؤ اور لورنز سکڑن نئے نظام کے محورات پر وقت اور لمبائی کی اکائیوں کی تظلیل (projection) کا سہل نتیجہ ہوتے ہیں۔

لورنز تحویل کی یہ خالص جیومیٹریائی توجیہہ کافی اہمیت کی حامل ہے۔ اس کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ اب لورنز تحویل کی خصوصیات محض جیومیٹری سے بھی (تاکہ کسی خاص موضوع جیسے برق مقناطیسیت وغیرہ سے) اخذ کی جا سکتی ہیں۔ ان فضا-وقت شکلوں کا بیان آگے بھی آئے گا۔ جس طرح گیلیلائی تحویل سے اقلیدسی جیومیٹری حاصل ہوتی ہے اسی طرح لورنز تحویل سے جو فضا-وقت جیومیٹری حاصل ہوتی ہے اسے منکاوسکی جیومیٹری (Minkowski geometry) کہتے ہیں۔

لورنز سکڑن (Lorentz Contraction)

مذکورہ بالا فارمولا $\Delta x = \Delta x'/\alpha$ لورنز سکڑن کی اضافیاتی توجیہہ کرتا ہے، یا یوں کہیے کہ اضافیت کی رو سے وہی فارمولا ہے جو لورنز سکڑن کا ہے لیکن اس کے ساتھ وقت کی توجیہہ مذکورہ بالا معنوں میں ہوتی ہے۔ لورنز سکڑن کا بالراست مشاہدہ روشنی کی سرعت c کے بہت زیادہ ہونے کے سبب مشکل معلوم ہوتا ہے اور اس کا کوئی راست قابل ذکر مشاہدہ بطور تجربے کے نہیں ہے کیونکہ پیمائشیں متناہی اجسام پر کرنی ہوتی ہیں اور پھر یہ بھی مسئلہ ہوتا ہے کہ آیا Δx اور $\Delta x'$ دو نظاموں K اور K' میں علی الترتیب یک وقتی کی اضافیت کے مطابق پیمائش ہو سکتے ہیں کہ نہیں۔

ایک ہی نقطے پر پیمائش سے $\Delta x = \Delta x'/\alpha$ یا $\Delta x = \Delta x'\alpha$ ، حاصل ہوتا ہے جس کا انحصار اس پر ہوتا ہے کہ K' ، بہ نسبت K کے مرکز سے دور ہو رہا ہے یا نزدیک آ رہا ہے۔

لورنز سکڑن پر ایک مزاحیہ منظوم ٹکڑا اکثر سننے میں آتا ہے اور وہ ہے :

There was a young fellow named Frisk
Whose fencing was exceedingly brisk
So fast was his action
The Lorentz contraction
Reduced his rapier to a disk !

وقت کا پھیلاو Time Dilation

لورنز سکڑن کے مقابلے میں وقت کے پھیلاو کے جو فارمولے $\Delta t = \gamma \Delta t'$ سے ظاہر ہوتا ہے کئی تجربے موجود ہیں۔ ابتدائی ذروں (elementary particles) میں جو زوال پانے والے ہوتے ہیں وہ ایک خاص مدت کے بعد زوال پاتے ہیں۔ یہ مدت اس ذرے کے اس مخصوص

طریقہ زوال کی مخصوص قدر ہوتی ہے۔ لیکن $\Delta t = \gamma \Delta t'$ کے مطابق ذرے کی مدت حیات کی پیمائش کرنے سے مختلف اعداد حاصل ہوں گے جن کا دارومدار ذرے کی ناپنے والے کی نسبت سرعت پر ہوگا۔ مثلاً میوآنس (muons) کی بابت معلوم ہے کہ حالتِ سکون میں وہ 2.2×10^{-6} s کی نصف حیات (half-life) سے زوال پاتے ہیں، نصف حیات و قفے کے بعد میوآنس زوال پاکر اپنی تعداد کا فقط آدھا رہ جاتے ہیں، اس طرح نصف حیات میوآنس کے ثبات کا ایک سہل پیمانہ سا ہے۔ ایک تجربے میں میوآنس کو ایک زیادہ تحرک (momentum)، جسکی مقدار 1.284 GeV/c تھی، دینے کے بعد پتہ چلا کہ یہی نصف حیات ناپنے پر $(26.37 \pm 0.05) \times 10^{-6}$ s پائی گئی۔ اب اگر اس تحرک پر میوآنس کی رفتار معلوم کی جائے تو $\gamma = 12.14$ آتا ہے اور اگر ہم $\Delta t' = 2.2 \times 10^{-6}$ s مان لیتے ہیں تو $\Delta t = \gamma \Delta t' = 26.69 \times 10^{-6}$ sec حاصل ہوتا ہے جو پیمائش شدہ نصف حیات سے مطابقت میں معلوم ہوتا ہے! اس طرح کے اور بھی کئی تجربے ہیں جن سب سے فارمولے $\Delta t = \gamma \Delta t'$ کی تصدیق ہوتی ہے، یہ خاص نظریہ اضافیت کا بہت نمایاں ثبوت ہے [28,29]۔

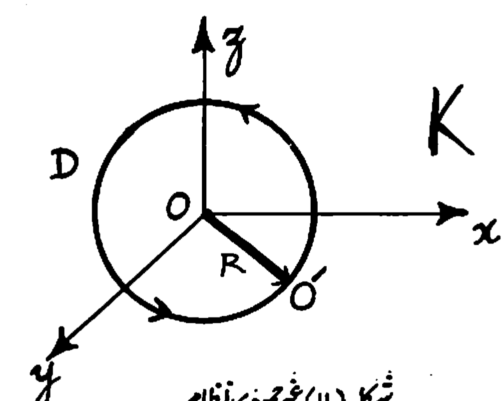
گھڑیوں کی بابت قول متناقص یا جڑواں بھائیوں کا مسئلہ
(Clock or Twin Paradox)

ہم پہلے ہی لکھ آئے ہیں کہ $\Delta t = \gamma \Delta t'$ اور $\Delta t' = \gamma \Delta t$ کو بیک وقت صحیح سمجھ کر $\gamma^2 = 1$ کہنا صحیح نہیں ہے۔ یہ نظریۂ اضافیت کی روح کے خلاف بات ہے۔ بسا اوقات کوشش یہ کی جاتی ہے کہ دو گھڑیوں کو یک وقتی بنانے کے بعد ان میں سے ایک کو کسی سمت روانہ کر دیا جاتا ہے اور وہ پھر واپس آتی ہے تو اس کا موازنہ پہلی گھڑی سے کیا جاتا ہے۔ اس طریقے سے ان دو گھڑیوں میں سے ہر ایک کو دوسرے کی نسبت حرکت میں جانتے ہوئے کہا جاتا ہے کہ ہر ایک گھڑی دوسری گھڑی کی نسبت سست ہے! یہی قول متناقص ہے اسے یوں بھی کہا جاتا ہے کہ دو جڑواں بھائیوں میں سے ایک دور دراز کے سفر پر چلا جاتا ہے اور جب لوٹتا ہے تو کون سا بھائی زیادہ بوڑھا ہو چکا ہوگا یا کیا دونوں بھائی ایک ہی عمر کے ہوں گے وغیرہ؟

جہاں تک گھڑیوں سے متعلق قول متناقص کا تعلق ہے یہ کہا جا سکتا ہے کہ وہ گھڑی جو حالت سکون سے چل کر حالت حرکت میں آتی ہے، اور پھر واپس حالت سکون میں لوٹ جاتی ہے، ایک جمودی نظام میں نہیں ہوتی جبکہ نظریۂ اضافیت کی جس خاص شکل سے ہم دوچار ہیں اس کا تعلق

محض جمودی نظاموں سے ہوتا ہے۔ اس لیے اس کیفیت کا بیان خاص نظریہ اضافیت سے تعلق ہی نہیں رکھتا غیر جمودی مشاہدوں کے لیے منکاؤسکی فضاء وقت کا بے معنی ہوجانا حسبِ ذیل مثال سے بالکل واضح ہوجاتا ہے۔

فرض کیجیے O ایک جمودی نظام K کے مرکز پر ساکن ہے اور O´ نظام K میں بنے ایک دائرے D پر منتظم طور پر (uniformly) گھوم رہا ہے۔ چونکہ O´ قوتِ مرکز جو (centripetal force) کے زیر اثر ہے اس لیے ایک جمودی مشاہد نہیں ہے۔



شکل (11) غیر جمودی نظام

(Non - Inertial System)

سوال کیا جا سکتا ہے کہ اگرچہ O´ ایک جمودی مشاہد نہیں ہے لیکن اس پر اضافیاتی خیالات نافذ کرنے سے کیا اثر ہوسکتا ہے؟ اس کا جواب حسبِ ذیل ہے:۔

(1) O´ کی گھڑی O کی گھڑی کے مقابلے γ حد تک آہستہ چلتی ہے،

(2) دائرے کا محیط (circumference) O´ کے لیے $1/\gamma$ کی حد تک گھٹ جاتا ہے جبکہ

(3) دائرے کا نصف قطر (radius) R دونوں مشاہدوں کے لیے ایک ہی ہوتا ہے۔

اس طرح O اور O´ کی گھڑیوں کی شرح سے متعلق پیچیدگی سے قطع نظر جہاں تک O´ کا تعلق ہے زیرِ غور دائرے کے محیط اور نصف قطر کا تناسب π سے کم ہوجاتا ہے۔ چنانچہ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ فطرت کے قوانین کو جمودی نظاموں سے غیر جمودی نظاموں میں تحویل دینے کے لیے لورنز تحویل کا استعمال غلط ہے۔ اس کے باوجود خیال یہ ہے کہ ایک حد میں شاید جڑواں بھائیوں کا مسئلہ خاص اضافیت کے تابع ہوتا ہی ہے یا یہ کہ غیر جمودی نظاموں سے بابت جو تحویلیں ہوں وہ

بھی بعینہٖ وہی نتیجہ دیتی ہوں جو لورنز تحویل دیتی ہے؟ اس لیے جاننے کی کوشش ہو رہی ہے کہ کیا انسانوں میں اپنی خود کی اندرونی طور پر وقت ناپنے کی آلیات (mechanisms) ہیں پیاجے (Piaget) تجربات سے بتاتا ہے کہ بچہ شروع شروع میں سرعت اور جگہ کے تصورات تشکیل دیتا ہے اور بعد ہی میں وہ وقت کو علیحدہ سے طور پر سمجھنے کے قابل ہوتا ہے [30]۔ اروِن بیونگ (Erwin Bewing) نے جانوروں میں پائے جانے والے ادوار پر تحقیق کی [31]۔ اس کے علاوہ ہیمنر (Hamner) نے بتایا کہ قطب شمالی پر لے جانے پر جہاں دن اور رات چھ چھ ماہ کے ہوتے ہیں لوگوں کے تقریباً چوبیس گھنٹوں والے جو اندرونی ادوار تھے وہ اسی طرح رہے [32]۔ پروفیسر براؤن (Brown) کا خیال ہے کہ ارضی طبیعیاتی (geophysical) اثرات ہمارے اندرونی وقت ناپنے کی صلاحیت اثر ڈالتے ہیں [33]۔ پروفیسر کلاوڈزلی تھامسن (Cloudsley Thomson) کے خیال میں "اگر حیاتیاتی گھڑیاں درستگی کے لیے واقعی ارضی طبیعیاتی اطلاعات پر انحصار کرتی ہیں تو ان کا ہٹا لیا جانا خلا بازوں پر خطرناک حد تک اثر انداز ہو سکتا ہے۔ یہ بات واضح نہیں کہ یہ ارضی طبیعیاتی اثر کس قدر فیصلہ کن ہے [34]۔ اس بحث میں جانا ہمیں اصل موضوع سے دور لے جائے گا۔ جہاں تک غیر جمودی نظاموں کا تعلق ہے ہم لورنز تحویل نافذ نہیں کر سکتے اور چونکہ غیر جمودی نظاموں سے بحث کے لیے اور طریقے جیسے عام نظریہ اضافیت موجود ہیں تو اس لیے خاص نظریہ اضافیت کی اس کتاب میں ہم اس مسئلہ پر مزید غور نہیں کریں گے۔

ڈاپلر اثر (Doppler Effect)

اگر لورنز تحویل کے فارمولوں میں $x = ct$ لیتے ہیں تو جیسا کہ ہم پہلے دیکھ چکے ہیں $t' = \alpha t$ لکھا جا سکتا ہے جہاں $\alpha = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ اور $\beta = v/c$ ہے۔ چونکہ فریکوینسی یا تواتر (frequency) وقت کا عکس (reciprocal) ہوتا ہے تو اس کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ $\nu' = \nu/\alpha$ ہوتا ہے یعنی اگر تواتر ν کے اشعاع کا کوئی ماخذ کسی ریسیور کی طرف سرعت v سے قریب آتا جا رہا ہے تو ریسیو کرنے پر تواتر ν یا $(1+\beta)\nu$ نہیں بلکہ ν/α ہوگا جو نظریہ اضافیت میں طولانی (longitudinal) ڈاپلر اثر کا اظہار ہے۔ اگر ماخذ بجائے نزدیک ہونے کے ریسیور سے دور ہوتا جائے تو ریسیو کیا جانے والا تواتر ν/α نہیں بلکہ $\nu\alpha$ ہوگا۔ طولانی ڈاپلر اثر کے علاوہ حرکت کی عمودی سمت میں اشعاع پر غور کرنے سے ایک اور طرح کا

متعامد یا عمودی ڈاپلر اثر (transverse Doppler effect) بھی حاصل ہوتا ہے جہاں بجائے ν/ν_0 یا ν_0/ν ہونے کے ہمیں ν/ν_0 حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ $(1-\beta^2)^{-1/2} = \gamma$ تو اس لیے اسے $(v/c)^2$ میں ایک دوسرے رتبے کا اثر مانا جاتا ہے۔

ڈاپلر اثر کی ایک مثال دور دراز کے تیز رفتار مجروں (galaxies) سے آنے والے اشعاع کے تواتر میں لال ہٹاو (red shift) کا پایا جانا ہے۔ ہوتا یہ ہے کہ عناصر یا ریڈیکلز (radicals) یعنی ایون (ions) سے جو اشعاع ہوتا ہے اس کا طیف اگر زمین پر تجربہ کرکے ناپا جائے اور یہی عناصر وغیرہ دور دراز کے مجروں (galaxies) سے اشعاع کریں اور مجرے ہم سے تیزی سے دور ہو رہے ہیں اور پھر ان کا اشعاع زمین پر ناپا جائے تو یہ دو طرح کے طیف یوں مختلف ہوں گے کہ ساری طیف لکیریں ایک مخصوص مقدار تک کم قدروں کی طرف گھٹ جائیں گی اور چونکہ یہ لکیریں عموماً فوٹو پر پائی جاتی ہیں اور لال رنگ کا تواتر دوسرے اور رنگوں جیسے نیلے اور بنفشئی رنگوں کے تواتر سے کم ہوتا ہے اس لیے حرکت کے سبب اشعاعی تواتروں کے گھٹ کر یعنی کم مقدار کے ریلیز ہونے کو "لال ہٹاو" کہا جاتا ہے۔

ڈاپلر اثر کی ایک دوسری مثال زمین کے کسی ریسیونگ اسٹیشن (receiving station) پر سے کسی مصنوعی سیارے (satellite) کا گزرنا ہے جبکہ وہ سیارہ گزرتے ہوئے اسٹیشن کی جانب اشعاع کرتا ہے۔ مصنوعی سیارے بہت تیزی سے پرواز کر سکتے ہیں اور بہت حساس آلوں سے تردد کے ہٹاو کو ناپا جا سکتا ہے!

1938ء میں آیوس اور اسٹلویل (Ives and Stilwell) نے H_2^+ اور H_3^+ سے اشعاع ہوتی بامر سیریز (Balmer series) کی دوسری لائن H_β کا سرعت کی سمت اور مخالف سمت دونوں میں بہت احتیاط سے مشاہدہ کیا۔ یہ لائن فیروزی (turqoise blue) رنگ کی ہوتی ہے اگرچہ کہ دوسرے رتبے کے ڈاپلر اثر سے پیدا شدہ تردد کی تبدیلی بہت کم تھی لیکن آیوس اور اسٹلویل نے ثابت کیا کہ اضافیتی فارمولا درست ہے [35]۔ ماسباور اثر (Mössbaur effect) کے تجربوں میں تردد کی بہت درستگی سے پیمائش ہو سکتی ہے۔ 1960ء میں ماشباور اثر کا ایک تجربہ کیا گیا جس میں Co^{57} کے گاما شعاع ماخذ کو تیزی سے گھومتی قرص (disc) کے مرکز پر اور Fe^{57} کے گاما شعاع جاذب (absorber) اور گاما ڈیٹکٹر (detector) کو قرص کے کنارے پر رکھ کر عمودی ڈاپلر اثر کے فارمولے کو جانچا گیا اور مشاہدے کو نظریے کے نتیجے پر پہنچے

[36] بعض لوگ اسے مذکورہ بالا جڑواں بھائیوں کے مسئلے کا ثبوت بھی مانتے ہیں۔

دوسرا اور اسی سے ملتے جلتے تجربوں کے ذریعے یہ بتایا گیا کہ جب ماسباور آلے کا ماخذ اور گاما شعاع جاذب گھومتی قرص کے مخالف کناروں پر ہوتے ہیں تو کوئی تواترہٹاؤ نہیں ہوتا لیکن جب ماخذ گھومتی قرص کے بیچ میں اور ریسیور قرص کے کنارے ہوتا ہے تو تواترہٹاؤ مذکورہ بالا فارمولے کے مطابق ہوتا ہے [37,38] -

ماسباور تجربوں سے اس طرح دوسرے رتبے کی ڈاپلر تاثیر کو ثابت کرنے میں یہ اعتراض بظاہر بجا معلوم ہوتا ہے کہ غیر جمودی نظاموں پر خاص نظریۂ اضافیت کا اطلاق نہیں ہوتا [39] لیکن یہاں ہم محض حرکت کی عمودی سمت اشعاع سے دوچار ہیں اس لیے یہ اعتراض اتنا درست معلوم نہیں ہوتا۔ یہ ضرور ہے کہ اگر نا پایا گیا اثر اسراع (acceleration) کا نتیجہ ہے تو ہماری بحث ہی سے خارج ہے۔ جہاں تک ہمارا تعلق ہے ہم فی الحال اس اثر کو اضافیاتی ڈاپلر اثر کی تصدیق ہی مانتے ہیں۔

ڈینامکس (Dynamics) کا بیان

ڈینامکس جس کا تعلق قوات سے ہے محض حرکیات (kinematics) نہیں ہوتی بلکہ ہمیں منکاوسکی جیومیٹری کے ساتھ مادی اجسام اور کچھ اور اصول بھی شامل کرنے ہوتے ہیں۔ مادی اجسام کے طور پر جو چیز بنیادی طور پر داخل کرنی ہے وہ جیسا کہ ہم دیکھیں گے کمیت (mass) ہے جو توانائی (energy) کا ہی ایک دوسرا روپ ہے۔ جو نئے اصول یہاں داخل کیے جاتے ہیں وہ کسی الگ تھلگ مادی نظام میں توانائی (energy)، تحرک (momentum) اور زاویائی تحرک (angular momentum) کے بقا (conservation) کے اصول ہیں۔ اس کے علاوہ ایک اور اہم اصول ہے اور وہ یہ ہے کہ کسی الگ تھلگ نظام کی توانائی کبھی منفی نہیں ہو سکتی! آخر الذکر کو ہم توانائی کے یقینی طور پر مثبت ہونے کا اصول (Principle of Positive Definiteness of Energy) کہتے ہیں۔ بقائی اصولوں کا فضا۔ وقت جیومیٹری کی یکسانیت (isotropy) اور متجانسیت (homogeneity) سے گہرا تعلق ہوتا ہے جس کا ذکر آگے آئے گا۔

اگر ہم دو جمودی مشاہدوں کے لیے آئن سٹائن۔ لورنز تحویل کو درست جانیں اور یہ بھی کہیں کہ متحرک کمیت کے بقا اور تحرک کے بقا کے اصول دونوں مشاہدوں کے لیے درست ہیں تو ضروری ہو جاتا ہے کہ ہم کمیت کو سرعت v کے ساتھ (جو ان جمودی مشاہدوں کے مابین نسبی سرعت ہے) بدلتا ہوا لیں ورنہ یا تو ہم کو کمیت کے بقا کے اصول کو ترک کرنا ہوتا ہے یا تحرک کے بقا کے اصول

کو اکمیت کو v پر منحصر ہوتا سمجھنے سے لورنز تحویل کو درست مان کر تحرک اور کمیت دونوں کے بقا کے قوانین سمجھ میں آجاتے ہیں اور دونوں اصولوں کو برقرار رکھا جا سکتا ہے۔ اس طرح جو فارمولا حاصل ہوتا ہے وہ $m = \gamma m_0$ سے دیا جاتا ہے جہاں پہلے کی طرح $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ ہوتا ہے اور m_0 جسم کی حالت سکون میں ناپی گئی کمیت ہونے کے ناطے اس کی سکونی کمیت (rest mass) یا مناسب کمیت (proper mass) کہلاتی ہے۔

m کو γm_0 کے برابر لینے کے بعد تحرک کی تعریف جو mv سے دیا جاتا ہے $\gamma m_0 v$ سے کی جا سکتی ہے۔

$m = \gamma m_0$ کے مدنظر بی رفتاروں کی بالائی حد کا c ہونا سمجھ میں آجاتا ہے کیونکہ اگر v کو c کے قریب قریب مساوی لیا جائے تو γ اور اس لیے γm_0 قریب قریب لامتناہی حد تک بڑا ہو جاتا ہے یعنی اب مزید اسراع یا v کا مزید بڑھاو ممکن نہیں ہوتا، ہاں اگر m_0 ہی خود صفر ہو تو اس صورت میں v نہ صرف یہ کہ c کے مساوی ہو سکتا ہے بلکہ فقط c کے مساوی ہی ہوتا ہے! ایسی کیفیت فوٹان (photon) میں یقینی طور پر اور شاید نیوٹرینو (neutrino) میں بھی پائی جاتی ہے۔

بعض نظریوں میں فقط ایسے ذرے لیے جاتے ہیں جو ہمیشہ c سے بڑی ہی رفتار سے چلتے فرض کیے جاتے ہیں۔ ایسی صورت میں γm_0 سے متعلق مشکل جسکا ہم نے ذکر کیا v کو بڑھانے کی بجائے گھٹا کر c کر دینے سے پیدا ہوتی ہے۔ ایسے c سے بالا رفتار سے چلنے والے ذروں کے لئے تیزیلوں (tachyons) کا نام تجویز ہوا ہے۔ ان کی تجرباتی کھوج جاری ہے اور انھیں فی الحال محض ایک مفروضہ ہی کہا جا سکتا ہے۔ تیزیلوں کی بہ نسبت فقط c سے ہی چلنے والے ذروں جیسے فوٹان کو ردشنیے (luxons) اور c سے کم رفتار سے چلنے والے ذروں کو منیے (tardyons) کا نام دیا جاتا ہے۔

فارمولے $m = \gamma m_0$ کو اس صدی کے شروع میں ہی بوشیرز، کادفمان اور گائی اور لوانشی نے تجربے سے صحیح بتایا تھا بلکہ اس کی دریافت جیسا کہ ماقبل کے پوانکارے کے بیان سے بھی ظاہر ہے، آئن سٹائن کے نظریہ اضافیت کے 1905ء میں منظر عام پر آنے سے پہلے ہی ہو چکی تھی [40]۔ خاص نظریہ اضافیت سے $m = \gamma m_0$ حاصل کرنے کے معنی یہ تھے کہ یہی وہ ہمہ گیر اضافیتی نظریہ تھا جس کی پوانکارے نے امید کی تھی اور جو حرکیات کنماتیات (kinematics) کے ...

ساتھ ڈینامکس کے مسئلوں کا حل بھی تھا۔ ۱۹۶۴ء میں برٹوزی (Bartozzi) نے تیز رو الیکٹرانوں کو ایک خطی اسراع گر (lineer accelerator) سے جسکو اختصار کے لیے لیناک (LINAC) کہتے ہیں گزار کر ان کے گزرنے کا وقت اور اس طرح ان کی سرعت ناپی۔ مختلف حرکی توانائی (kinetic energy) والے برقیوں کی سرعت ناپنے پر پتا چلا کہ یہ سرعت آئن سٹائن کے فارمولے کے مطابق تھی [41]۔

نظریۂ اضافیت کی ایک شہرۂ آفاق پیش کش کمیت اور توانائی کے دو الگ الگ باور کیے جانے والے تصورات کا ایک ہی تصور ہونا ثابت ہونا ہے جسے اختصار کے طور پر فارمولے $E = mc^2$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ جہاں E توانائی کے لیے اور m کمیت کے لیے استعمال کیے گئے ہیں۔

جہاں تک اس فارمولے کے اشتقاق (derivation) کا تعلق ہے یہ سہل طور پر ایک بالکل الگ تھلگ خلا میں معلق کھوکھلے ڈبے کے اندر اشعاع کے ایک طرف سے خارج ہو کر مقابل طرف پر جذب ہونے کے سبب ڈبے میں جو مختصر سی حرکت ہوتی ہے اس حرکت کی قدر کے ذریعے ثابت کیا جا سکتا ہے۔ آئن سٹائن نے ایسا ہی کیا تھا [42] دوسرے طریقے بھی ہیں۔ مثلاً لینگوین Langevin. نے ایک ذرے کو باور کیا جو از خود ٹوٹ کر دو باہم مخالف سمتوں میں چلنے والے فوٹانوں میں تبدیل ہو جاتا ہے۔ کمیت، تحرک اور توانائی کے بقا کے عام اصولوں کو روا رکھنے اور ڈاپلر اثر کے فارمولوں کے استعمال سے بھی فارمولہ $E=mc^2$ ثابت کیا جا سکتا ہے [43]۔

فارمولے $E = mc^2$ کا مطلب یہ ہے کہ توانائی اور کمیت ایک ہی تصور کے دو مختلف روپ ہیں، جیسا کہ ہم پہلے کہہ آئے ہیں۔ بعض اجسام صفر کمیت یا محض توانائی ہوتے ہیں (یعنی حرکی توانائی)، یہ ذرے ہمیشہ چلتے رہتے ہیں فوٹان اور نیوٹرینو ایسے ذرات ہیں۔ ان ذروں کی سکونی کمیت صفر ہو تو ہو لیکن حرکی کمیت، $E=mc^2$ کے مطابق صفر نہیں ہو سکتی۔ اس کے برخلاف حالت سکون میں عام اجسام کمیت رکھتے ہیں اور کمیت کو ہم $E = m_0c^2$ کی رو سے سکونی توانائی (rest energy) کا نام دے سکتے ہیں۔ الغرض سوائے c^2 کے معامل کے E اور m ہر طرح متساوی تصورات بن کر سامنے آتے ہیں۔

کمیت اور توانائی کو ایک ہی ماننے کے بعد اب کمیت کے بقا اور توانائی کے بقا کو الگ الگ سمجھنے کے بجائے ایسے نظاموں میں جہاں تفاعلات کے دوران کمیت کم زیادہ بھی ہو جاتی ہو یہ بھی باور کیا جا سکتا ہے کہ جہاں کمیت اور توانائی مجموعی طور پر بقا پاتے ہیں وہاں تبدیلیوں کے پہلے

اور بعد میں کمیت ازخود الگ   اور توانائی ازخود الگ بقا نہیں پاتی یعنی کمیت کو توانائی میں اور توانائی کو کمیت میں بدلتا ہوا باور کیا جا سکتا ہے۔ کمیت کی توانائی میں تبدیلی کی ایک مشہور مثال ایٹم بم یا ہائیڈروجن بم وغیرہ میں ہونے والے نیوکلیئر ری ایکشنز یعنی نووی تفاعلات (nuclear reactions) ہیں۔ آج کل رانا پرتاپ ساگر (راجستھان) نرورا (یوپی) کلپکم (تامل ناڈو) وغیرہ پر بننے والے بجلی گھر بھی اسی فارمولے $E = mc^2$ کے استعمال کی بنا پر ہی ہیں۔ اس کا ایک راست عملی نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ مثلاً فقط ایک لاری (lorry) یورینیم ایندھن ان بجلی گھروں میں سے کسی کو برسوں چلانے کے لیے کافی ہوتا ہے۔

واقعہ یہ ہے کہ نیوکلیئر ری ایکشنز میں توانائی کا اخراج عام کیمیائی ری ایکشنز کے مقابلے لاکھوں گنا زیادہ ہوتا ہے اس لیے نتائج بھی قابل قدر ہوتے ہیں ورنہ تو فارمولا $E = mc^2$ ہر طرح کی توانائی اور کمیت کے لیے درست ہوتا ہے۔ کمیت اور توانائی کی باہمی تبدیلی کی ایک اور دلچسپ مثال سورج میں ہوتے نیوکلیئر ری ایکشنز اور سورج سے اشعاع ہوتی توانائی کی ہے۔ ناپنے سے پتہ چلتا ہے کہ سورج سے ہم تک پہنچنے والی توانائی تقریباً 1.35×10^3 watts/m^2 ہے۔ اگر اس توانائی کا ماخذ ہم سورج میں ہوتے $4H^1 \rightarrow He^4$ نیوکلیئر فیوژن (fusion) ری ایکشن کو لیتے ہیں تو پتہ چلتا ہے کہ $E = mc^2$ کے مطابق اشعاع کے سبب سورج میں ہر سیکنڈ ساڑھے چار کروڑ ٹن کمیت کی کمی ہو رہی ہے۔ سورج کی کمیت دراصل کتنی زیادہ ہے اس کا اندازہ اس بات سے ہو سکتا ہے کہ سورج اربوں سال سے اسی طرح چمک رہا ہے۔ واقعہ یہ ہے کہ ساڑھے چار کروڑ ٹن سورج کی کمیت کا محض 10^{13} میں فقط ایک حصہ ہے [44]۔

منکاؤسکی جیومیٹری کا ذکر پہلے آ چکا ہے۔ وقت کو بطور چوتھے بعد (dimension) کے لے کر ict کو بالکل فضا کے کسی احداثیے کی طرح باور کیا جاتا ہے۔ چنانچہ $x_4 = ict$ یا $x_0 = ict$ کو x_3, x_2, x_1 کے ساتھ شامل کر کے کل کو x_μ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں μ علی الترتیب 3، 2، 1 یا 4 (یا 3، 2، 1 اور صفر) ہو سکتا ہے۔ تب سرعت کے طور پر $v_\mu = \frac{dx_\mu}{dt}$ لیتے ہیں اور تحرک کے طور پر $p_\mu = m v_\mu$ لیتے ہیں۔ $x_4 = ict$ کے مدنظر $v_4 = ic$ اور $p_4 = imc$ ہوتے ہیں۔ اس کے علاوہ زاویائی تحرک کی تعریف بھی پہلے کی طرح ہی

$$M_{\mu\nu} = p_\mu x_\nu - p_\nu x_\mu$$

سے کرتے ہیں جہاں ν بھی مثلاً 3، 2، 1 یا 4 ہو سکتا ہے۔ قوت کی تعریف

$$F_\mu = \frac{dp_\mu}{dt}$$

سے ہو جاتی ہے۔

$E = mc^2$ رابطے سے $p_4 = imc$ حاصل ہوتا ہے کیونکہ اس فارمولے کے مطابق p_4 کو iE/c سے ظاہر کر سکتے ہیں جو سوائے i/c کے مُعامِل کے محض توانائی E ہی ہے۔ اس طرح جیسے وقت، فضا کے ساتھ ہو جاتا ہے، توانائی، تحرک کے ساتھ ہو جاتی ہے۔

جہاں تک F_4 کا تعلق ہے یہ محض $\frac{d}{dt}(imc)$ ہونے کے سبب ذرّے کو دی جا رہی توانائی فی اکائی وقت کا اظہار ہوتا ہے، اِلّا اس کے کہ ic وغیرہ ثابت مُعامِل اور آتے ہیں۔

ہم قوانینِ حرکت کو ایک الگ تھلگ ذرّے کے لیے عمل تکامل (action integral) سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں یہ عمل تکامل $\int p_\mu dx_\mu$ ہوتا ہے۔ وہ اصول جو ہمیں عمل تکامل سے حرکت کی معادلات مہیا کرتا ہے یہ کہتا ہے کہ حرکت کے مدار پر $\int p_\mu dx_\mu$ کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ ہوگا۔ چونکہ اس عمل تکامل کو ایک اور طرح سے یعنی $imc\int_{s_1}^{s_2} ds$ سے بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے تو مذکورہ بالا اصول کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ ایک الگ تھلگ ذرّہ کسی دو نقطوں کے بیچ ان نقطوں کو ملانے والے کم سے کم فاصلے سے جاتا ہے۔ اس فاصلے کو ایک خطِ مستقیم کہتے ہیں۔ واقعہ یہ ہے کہ عمل تکامل کے کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ ہونے کی شرط کا لاگو کرنا دراصل کینماتیات سے تحرک اور توانائی کے بقا کے قوانین کو شامل کر لینے کے برابر ہوتا ہے جو از خود ڈینامکس کی بنیاد ہیں!

جب دو ذرات یا نظام باہم تبادل فعل (interaction) کرتے ہیں تو ان میں بالعموم تحرک، توانائی اور زاویائی تحرک کا تبادلہ ہوتا ہے لیکن مجموعی طور پر ان مقداروں کا بقا ہوتا ہے۔ نظریۂ اضافیت کے مطابق دو ذروں میں تبادلِ الفعل لامتناہی سرعت سے نہیں ہو سکتا۔ اس لیے تبادل الفعل کے دوران دو ذروں کے بیچ کچھ حصہ ایسا ہوتا ہے جہاں یہ مقداریں ذروں کو چھوڑ چکی ہوتی ہیں لیکن دوسرے ذروں تک نہیں پہنچ پاتیں۔ اس لیے تبادل فعل کے دوران بقا کے اصول کا اطلاق نہ صرف ذرات پر بلکہ ذرات جمع تبادل الفعلی منطقہ دونوں پر ملا کر ہوتا ہے۔ اس بات کو ہم

$$p_\mu^{(initial)} = p_\mu^{(final)}, \quad p_\mu = p_\mu^{(particle)} + p_\mu^{(interaction)}$$

اور

$$M_{\mu\nu}^{(initial)} = M_{\mu\nu}^{(final)}, \quad M_{\mu\nu} = M_{\mu\nu}^{(particle)} + M_{\mu\nu}^{(interaction)}$$

لکھ کر ظاہر کر سکتے ہیں۔

اگر مادہ۔ توانائی کو فضا میں مسلسل طور پر (بجائے منفصل ذروں کی شکل میں) پھیلا ہوا لیا جائے تو ہمیں تحرک اور توانائی وغیرہ کی کثافتیں (densities) یعنی ان کی مقداریں فی اکائی فضائی حجم بحث میں شامل کرنی ہوتی ہیں۔ ایسی صورت میں ایک ٹینسر (tensor) $T_{\mu\nu}$ کے ذریعے جسے کھنچاو۔ توانائی ٹینسر (stress - energy tensor) کہتے ہیں نہ صرف تحرک، توانائی اور زاویائی تحرک کو بلکہ ان کے بقا کے قوانین کو بھی خوبصورتی کے ساتھ ظاہر کر سکتے ہیں۔[1]

چنانچہ یہ کہنے کی بجائے کہ توانائی، تحرک بقا یاب ہیں فقط $\partial_\nu T_{\mu\nu} = 0$ لیا جائے تو وہی بات ہوتی ہے اور اسی طرح زاویائی تحرک کے بقا کو محض $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$ لکھ کر ظاہر کر سکتے ہیں یعنی محض یہ کہہ دینے سے کہ کھنچاو۔ توانائی ٹینسر تباعد (divergence) سے آزاد اور متوازن (symmetric) ہوتا ہے تحرک، توانائی اور زاویائی تحرک تینوں کے بقا کے اصول تشریح پا جاتے ہیں۔ یہ نظریہ اضافیت میں پیدا ہونے والی خوبصورتیوں کی ایک اور مثال ہے۔ کھنچاو۔ توانائی ٹینسر کا مزید ذکر آگے آئے گا۔

---

[1] نوٹ کیا جا سکتا ہے کہ چار بعدی (۴) زمکانی فضا میں جہاں ایک چار ویکٹر کے چار مرکبات یا اجزا ہیں وہاں ایک 4×4 ٹینسر کے کل سولہ (۱۶) اجزا ہوتے ہیں لیکن جہاں $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$ ہوتا ہے وہاں یہ اجزا گھٹ کر فقط دس (۱۰) غیر منحصر اجزا رہ جاتے ہیں۔

باب (4)

خاص نظریہ اضافیت (2)

چار بعدی طبیعیات (Four Dimensional Physics)

اگر ہم چار احداثیات x, y, z, ict لیں اور انہیں $x_1\ x_2\ x_3\ x_4$ سے ظاہر کریں تو حسب ذیل تحویل وہ سب سے عام تحویل ہے جس کے تحت $ds^2 = \sum_{\mu} dx_{\mu}^2$ لامتغیر رہتا ہے یعنی جسکے تحت منکاؤسکی فضا کی خصوصیات لامتغیر رہتی ہیں:-

$$x'_{\nu} = \sum_{\mu} a_{\nu\mu} x_{\mu} + b_{\nu} \quad , \quad \sum_{\sigma} a_{\sigma\mu} a_{\nu\sigma} = \delta_{\nu\mu}$$

جہاں $\delta_{\nu\mu}$ کی تعریف یہ ہے کہ $\delta_{\nu\mu} = 1$ اگر $\mu = \nu$ اور $\delta_{\nu\mu} = 0$ اگر $\mu \neq \nu$ ہے۔ اس عام تحویل کے خاص کیسوں میں حسب ذیل کا شمار کیا جا سکتا ہے:-

(1) xy، yz اور zx مستویوں میں عام فضائی گھماو

(2) (xt، yt اور zt مستویوں میں) فضا۔ وقت (لورنٹز) گھماو اور

(3) محورات کا ایک ثابت مقدار "b" کی حد تک ادھر ادھر کیا جا سکنا۔

یہ سلسلہ وار (continuous) یا مناسب (proper) لورنٹز تحویلوں کی مثالیں ہیں۔ انہیں سلسلہ وار یا مناسب لورنٹز گروپ (proper group) بھی کہتے ہیں۔ اس کے علاوہ ریاضیاتی طور غیر سلسلہ وار تحویلیں بھی ہیں جن کے تحت ds^2 لامتغیر رہتا ہے۔ ان کی مثالیں حسب ذیل ہیں:-

(4) فضا۔ الٹاو (space inversion) جسے $x'_i = -x_i$ ، $i = 1, 2, 3$ ، $x'_4 = x_4$ سے ظاہر کر سکتے ہیں اور

(5) وقت۔الٹاؤ (time reversal) ، جیسے

$x_i' = x_i$ ، $x_4' = -x_4$ ، $i = 1, 2, 3$ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ انہیں غیر سلسلہ وار (discontinuous) یا غیر مناسب (improper) لورنٹز تحویلیں کہا جاتا ہے۔ اگر ہم وقت۔ الٹاؤ کے امکان کو بحث سے خارج کردینا چاہتے ہیں تو یہ شرط عائد کرسکتے ہیں کہ $a_{44} > 0$ یا سکے برخلاف فضا۔ الٹاؤ کے امکان کو رَد کرنے کے لئے $i, k = 1, 2, 3$ ، $\det |a_{ik}| > 0$ کی شرط عائد کرتے ہیں۔ مناسب اور غیر مناسب لورنٹز تحویلیں مل کر مکمل لورنٹز تحویلیں (complete Lorentz transformation) یا مکمل لورنٹز گروپ (complete Lorentz group) کہلاتی ہیں۔ اگر $a_{44} > 0$ ہو تو ایسی تحویلوں کو صحیح وقت والی (orthochroneous) تحویلیں کہتے ہیں۔

اب جو مسئلہ اور ایک اہم سوال ابھر کر سامنے آتا ہے وہ یہ ہے کہ کیا طبیعیاتی قانونوں کی مساوات "مکمل" لورنٹز تحویلوں کے تحت لامتغیر ہوتی ہیں یا آیا وہ فقط "مناسب" لورنٹز تحویلوں کے تحت ہی لامتغیر ہوتی ہیں جیسا کہ آئینسٹائن نے شروع میں بتلایا تھا؟ کوئی بیس سال پہلے تک یہ سمجھا جاتا تھا کہ مساوات مکمل لورنٹز تحویلوں کے تحت لامتغیر ہوتی ہیں۔ لیکن 1956ء میں یانگ اور لی (Yang and Lee) نے ایک تجربہ تجویز کیا جس سے پتہ چلا کہ β۔زوال (β-decay) سے متعلق بعض مظاہر ہیں جن میں فضا۔ الٹاؤ لاتغیر نافذ نہیں ہوتا [5 ب]۔ ان تحقیقوں کا نتیجہ یہ ہے کہ کمزور تبادل فعل (weak interaction) کے مظاہر بالعموم فضا۔ الٹاؤ لاتغیر کے تابع نہیں ہوتے۔ اس لیے وقت الٹاؤ تحویلوں کی بابت بھی شبہات ابھر آئے ہیں۔ ان حالات کے تحت کیا ہمیں منکاوسکی جیومیٹری اور لورنٹز تحویلوں کو رَد کردینا چاہیے؟ اکثریت اس کے خلاف ہے۔ بجائے ایسا کرنے کے بنیادی ذرات کو زیادہ ساخت کا حامل بنا کر اس مشکل کو طے کیا جاتا ہے۔ چنانچہ نیوٹرینو ہمیشہ سیدھے ہاتھ گھوم کر بڑھنے والے اسکریو کی طرح بڑھتے سمجھے جاتے ہیں یعنی سیدھے ہاتھ والے سمجھے جاتے ہیں جبکہ مخالف نیوٹرینو الٹے ہاتھ والے ہوتے ہیں۔ اس بنا پر اگر ہم فضا۔ الٹاؤ تحویل کرتے ہیں اور ساتھ ہی سارے ذرات کو ان کے مخالف ذرات میں بدل دیتے ہیں تو توازن بحال ہوجاتا ہے۔ ذرّوں کو مخالف ذرّوں سے بدلنے کو شحنہ جوڑا بدلی (charge conjugation) کہتے ہیں اور C سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح CP مل کر لاتغیر کو برقرار رکھتے ہیں جہاں P سے مراد فضا۔ الٹاؤ ہے جس کا دوسرا نام پیریٹی (parity) ہے اور جس کا نشراسی

واسطے P ہے۔ بعد میں دریافت ہوا کہ CP بھی کلیتاً لاتغیر کو برقرار رکھنے کے قابل نہیں بلکہ CPT لینا ہوگا جہاں T سے مراد وقت۔ الٹاو (time reversal) ہے۔ یہ مسئلے ابھی تحقیق کے مراحل میں ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ نظریۂ اضافیت ایک فروغ پذیر مضمون ہے جس میں مزید انکشافات کے امکانات ہیں۔

طبیعیات کے بیان کے لیے نظریہ اضافیت کی رو سے ایسی مقداروں کی کافی اہمیت ہے جو لورنز تحویل میں اس طرح بدلتی ہیں کہ اپنی ہئیت برقرار رکھتی ہیں۔ ایک عدد یا اسکیلر (scalar)، ایک ویکٹر (vector)، یا ایک ٹینسر (tensor) ایسی ریاضیاتی مقداروں کی مثالیں ہیں۔ ان کو لورنز گروپ کی نمائندگیاں (representations) کہا جاتا ہے۔ اگر فضا ۔ الٹاو کے تحت کوئی ٹینسر اپنی علامت (sign) بدل دے تو اسے سیوڈو ٹینسر (pseudo tensor) کہتے ہیں۔

ان نمائندگیوں کے علاوہ لورنز گروپ کی نمائندگیوں کی ایک اہم مثال اسپنور (spinor) ہے۔ ایک اسپنور کی تحویلی خصوصیات رسمی طور پر ایک ویکٹر کی تحویلی خصوصیات کی طرح ہی ہوتی ہیں لیکن فرق یہ ہوتا ہے کہ لورنز گھماو کی ایک مقدار ϕ پر اسپنور فقط $\phi/2$ ہی گھومتا ہے۔ اس لیے اسپنور کو آدھا ویکٹر (half vector) بھی کہتے ہیں۔ اگر ہم ایک ویکٹر کی تحویل کو $U'_\mu = L_{\mu\nu} U_\nu$، یا سہل طور پر $U' = L U$ کہیں تو رسمی طور پر $L^0, L^{1/2}, L^1, L^{3/2}, L^2 \ldots$ علی الترتیب، ایک اسکیلر، ایک اسپنور، ایک ویکٹر، ایک $\frac{3}{2}$ رتبے (3/2 order) کے اسپنور، ایک دوسرے رتبے کے ٹینسر وغیرہ کی تحویل کو ظاہر کرتے ہیں۔ ریاضی کے ماہرین نے ثابت کیا ہے کہ صحیح عدد (integer) رتبے اور نصف صحیح عدد رتبے کے ٹینسر ہی فقط لورنز گروپ کی متناہی نمائندگیاں (finite representations) ہو سکتے ہیں یعنی اضافیتی طبیعیات کی مساوات کو ہمیں ٹینسرز یا اسپنورز میں ہی بیان کرنا ہے۔

نظریۂ اضافیت اور لقا کے اصولوں کے مطابق جو مادی اجسام ہم طبیعیات میں روا رکھ سکتے ہیں وہ بڑی حد تک محدود نوعیت کے ہو جاتے ہیں۔ مثلاً جاسی اجسام (ri;id bodies) کے تصور کو استعمال کرنے کی اجازت نہیں ہوتی۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ چونکہ کوئی بھی قوت کسی جگہ سے زیادہ سے زیادہ سرعت c سے پھیل سکتی ہے تو اس لیے کسی ایسے جسم کے کل نقطے جو متناہی ابعاد کا ہو ایک ہی ساتھ حرکت میں نہیں لائے جا سکتے ہیں جبکہ ایک جاسی بدن سے مراد ایک ایسا بدن ہوتا ہے جس کے سب نقطے بیک وقت حرکت میں آجاتے ہیں۔ اس طرح پھیلے ہوئے

طبیعیاتی اجسام مرتب سکنے والے اجسام کے طور پر بیان کرنے ہوتے ہیں یعنی x, y, z, t کی اصطلاح میں یا x, y, z, t کے فنکشنز (functions) کے طور پر اور ایسے فنکشنز کو ہی میدانات (fields) کہتے ہیں۔ لیکن ہر قسم کے میدانات قابل قبول نہیں ہو سکتے۔ مذکورہ بالا بحث کے مدنظر ظاہر ہے کہ فقط اسکیلر، ویکٹر، ٹینسر اور اسپنور ہی وہ مقداریں ہیں جو بطور میدانات خاص اضافیتی طبیعیات میں داخل کی جا سکتی ہیں۔

مشکل یہ ہوتی ہے کہ ابتدائی ذرات کی حرکت کے بیان کے لیے فقط ان کی جگہ، سرعت اور مجموعی طور پر گھماؤ کو جاننا ہوتا ہے، اس لیے اگر ابتدائی ذرے کو فضا میں پھیلا ہوا سمجھتے ہیں تو اسے جاسی بدن ماننا پڑے گا لیکن یہ نہیں ہو سکتا! اس لیے ضروری ہو جاتا ہے کہ ابتدائی ذروں کو نقطئی جسیمہ (point particle) سمجھا جائے۔ اس طرح نظریہ اضافیت میں یا تو میدانات قابل قبول ہوتے ہیں یا نقطئی جسیمے لیکن سوال پیدا ہوتا ہے کہ یہ نقطئی جسیمے گھماؤ کے حامل کیسے ہو سکتے ہیں؟ اس لیے ہمیں یاد رکھنا چاہیے کہ کوانٹم میدان نظریے میں (جس کا ذکر پہلے آچکا ہے) جسیماتی خصوصیات کی طرح کی خصوصیات کوانٹم کاری (quantization) سے ابھرتی ہیں، اور یہ اس طرح ممکن ہو جاتا ہے کہ ان خصوصیات کے طور پر ذروں کے اندرونی گھماؤ کو سمجھا جا سکے۔ جہاں تک کوانٹم میدان نظریے کا تعلق ہے اس پر کافی تنقید بھی ہو رہی ہے کیونکہ اس میں کچھ لامتناہی مقداریں آجاتی ہیں جنکو دور کرنے میں دشواریاں ہوتی ہیں اس وجہ سے ایک اور طریقہ بیان رائج ہوا جسے تنشیت رابطہ یا تشتت رابطہ (dispersion relation) طریقہ کہتے ہیں جس میں میدان کا تصور داخل نہیں ہوتا بلکہ ایک مخصوص طبیعیاتی ماڈل زیر بحث ہوتا ہے۔ یہاں سوائے ان باتوں کے بہت ہی سرسری ذکر کے مزید تفصیل نہیں دی جا سکتی۔

جاسی اجسام کو رد کر دینے کے بعد ہمیں جمودی نظام کے احداثیات کے محورات کو جاسی جاننا اور اسے اپنے نظریے میں داخل کرنا کہاں تک درست ہے یہ واقعی ایک قابل غور بات ہے! یہ ہمارے نظریے کی ایک خامی ہی ہے لیکن ہم اس کے باوجود نظریے کو اس لیے مان لیتے ہیں کہ اس خامی سے قطع نظر، یہ طریقۂ بیان ایسے نتائج فراہم کرتا ہے جن کی ایک بہت بڑی حد تک درستگی سے تجربات سے تصدیق ہوتی ہے۔

اِسکیلر میدانات (Scalar Fields)

اصولِ اضافیت اور بقا کے اصولوں کے علاوہ توانائی کے یقینی طور پر مثبت ہونے کا اصول اور علیت کا اصول (principle of causality) وہ اصول ہیں جن کی طبیعیات کے کل میدانات کو تشفی کرنی ہوتی ہے۔ اس کے علاوہ ہر میدان کی اپنی مخصوص امتداد مساوات (propagation equations) ہوتی ہے جو اس طرح وضع کی جاتی ہے کہ قابل قدر نتایج برآمد ہوسکیں۔

سب سے سہل اضافیاتی امتداد مساوات جو ایک اسکیلر میدان ϕ کے بیان کے لیے استعمال کی جاسکتی ہے،

$$\partial_\mu \partial_\mu \phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\phi = 0$$

سے دی جاسکتی ہے لیکن افسوس کے یہ میدان ایک بنیادی سطح پر فطرت میں کہیں نہیں ملتا۔ اس کے بعد سہل ترین مساوات

$$\left(\partial_\mu \partial_\mu - \kappa^2\right)\phi = 0$$

ہے جہاں κ ایک ثابت (constant) ہوتا ہے۔ نیوکلیر فزکس (nuclear physics) میں میزان میدان (meson field) جو نیوکلیر قوت کا باعث ہوتا ہے ایسے ہی ایک میدان سے بیان کیا جاتا ہے۔ جیث تبادل فعل بھی ہوتا ہے تو یہی مساوات

$$\left(\partial_\mu \partial_\mu - \kappa^2\right)\phi = 4\pi\,\sigma(x)$$

ہوجاتی ہے جہاں $\sigma(x)$ ایک اسکیلر فنکشن (function) ہوتا ہے جسے ماخذ (source) یا شحنہ (charge) کثافت کہتے ہیں جو اس طبیعیاتی فاعل کو ظاہر کرتا ہے جو ذرے پر واقع ہوتا، اور تبادل فعل کا باعث ہوتا ہے:

$\sigma(x) = 0$ لے کر مساوات حل کرنے سے ایک سہل طبیعیاتی حل جو حاصل ہوتا ہے اسے $\phi = \frac{A e^{-\kappa r}}{r}$ سے ظاہر کرسکتے ہیں، جہاں r قطبی احداثیات میں نصف قطر ہے۔ اس ϕ کو یوکاوا پوٹنشیل (Yukawa potential) کہتے ہیں۔ ساکن نواتے (static nuclei) ایسے میدانات کی تولید کا باعث باور کیے جاتے ہیں۔ 1935ء میں ایچ یوکاوا (H. Yukawa) نے

تجویز کیا تھا کہ نیوکلیر قوات ایسے ایک میدان سے پیدا ہو سکتی ہیں۔ قوت کی مدی (Range) کی تعریف $l = 1/k$ سے کی جاتی ہے۔ k کو سہل طور سے سکونی کمیت m_0 کے ساتھ ایک رابطے $k = \frac{2\pi m_0 c}{h}$ سے جوڑا جا سکتا ہے، جہاں h پلینک کا مستقل (Planck's constant) ہوتا ہے۔ اس طرح یوکاوا نے پیشین گوئی کی تھی کہ اگر اسکی تجویز صحیح ہے تو $m_0 \simeq 1.8 \times 10^{-26} g$ (یعنی برقیہ کمیت سے تقریباً 200 گنا زیادہ) کمیت کے ذرے پائے جانے چاہییں اور واقعی میں برقیہ کمیت سے 270 گنا کمیت کا ذرہ بعد میں دریافت ہوا جسے پائی وسطیہ (π-meson) کہتے ہیں۔ یہ بھی معلوم ہوا ہے کہ تین طرح کے پائی وسطیے ہیں۔ π^+، π^0 اور π^- یعنی ایک متعادل (neutral) وسطیہ، ایک مثبت شحنے والا وسطیہ، ایک منفی شحنے والا وسطیہ۔ متعادل وسطیہ ایک حقیقی میدان سے بیان کیا جا سکتا ہے جیسا کہ اوپر کیا گیا لیکن شحنے والے وسطیوں کے بیان کے لیے مرکب (complex) میدانات استعمال کرنے ہوتے ہیں۔

اوپری مساوات کے حل کو لکھنے کا ایک اور طریقہ ہے مثلاً لکھتے ہیں کہ

$$\phi(x) = \int \sigma(x') G(x-x') d\Omega' + \int \{ G(x-x') \partial'_{\mu} \phi(x') - \partial'_{\mu} G(x-x') \phi(x') \} dS'_{\mu}$$

جہاں $G(x-x')$ خاص دلچسپی کی چیز ہے۔ اسے گرین کا فنکشن (Green's function) کہتے ہیں اور طبیعیاتی توجیہ میں اس کی کافی اہمیت ہوتی ہے۔

جہاں تک علیت کے اصول کا تعلق ہے، یہ اصول کہتا ہے کہ ایک نقطے سے دوسرے تک طبعی اثرات روشنی کی رفتار سے زیادہ تیز نہیں جا سکتے۔ اس اصول سے میدان مساوات کے امکانی حلوں پر ایک حد عائد ہو جاتی ہے۔ ایسے لہری اثرات، جو واقعہ ہونے کے ایک مدت t بعد کسی جگہ پہنچتے ہیں، روکے گئے پوٹینشیل (retarded potentials) کہلاتے ہیں جبکہ دوسرے قطعی غیر طبعی اثرات، جو مثلاً کہا جائے کہ واقعہ ہونے سے مدت t پہلے ہی دوسرے نقطے پر پہنچ چکے ہوتے ہیں، بڑھے ہوئے پوٹینشیل (advanced potentials) کہلاتے ہیں۔ روکے گئے پوٹینشیل کا تصور علیت کے اصول کا نمایاں پہلو ہوتا ہے۔ علیت کے اصول کا ایک اور بہت اہم نتیجہ، والے $e^{ikx}/(k^2+\kappa^2)$ کی بطور تردد (یعنی ck_4) کے والے کی تحلیلی خاصیت (analytical property) کا حامل ہونا ہے، یہاں k، لہر عدد چار سمتیے k_μ کی لمبائی کا اظہار ہے۔

چنانچہ مرکب ہ۔مستوی میں تکامل میں اس فنکشن کو(جو گرین کے فنکشن کی ایک مثال ہے) اوپری نصف مستوی میں تحلیلی لیا جاتا ہے ورنہ لامتناہی مقداریں داخل ہو جاتی ہیں اور علیت کے اصول کی نفی کرتی ہیں۔اس طرح گرین فنکشن کے مخصوص تحلیلی خواص سے کر علیت کے اصول کی تشفی کی جا سکتی ہے۔

اگر ہم ثقل (gravitation) کو مساوات کو

$$\partial_\mu \partial_\mu \phi = 4\pi\sigma(x) \quad , \; K=0$$

سے ظاہر کرنا چاہیں (کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ یہاں $A/4 = \phi$ ہے) تو افسوس کہ پچھلی دو صدیوں میں مشاہدہ کیے گئے تین تجرباتی نتائج جو نیوٹن کی تھیوری سے سمجھائے نہ جا سکے وہ ثقل کی اس اسکیلر تھیوری سے بھی نہیں سمجھائے جا سکتے۔یہ نتائج حسب ذیل ہیں:۔

(۱) سیارے عطارد (Mercury) کا نقطہ حضیض (perihelion) فی صدی 43 قوسی ثانیۂ قوس کی حد تک بڑھتا رہتا ہے (یعنی تقریباً تیس لاکھ سال میں ایک دائرہ مکمل کر لیتا ہے۔)

(2) سورج کی سطح کے قریب سے گزرنے والی روشنی تقریباً 1.75 قوسی ثانیۂ قوس اندر کی طرف مڑ جاتی ہیں اور

(3) وزنی ستارے سے اشعاع ہوئی روشنی کی طیف لکیریں لال رنگ کی طرف ایک ایسی مقدار تک ہٹ جاتی ہیں جو سیرئیس کے ساتھی (Companion of Sirius) کے کیس میں (جو ایک کثیف وزنی تارہ ہے) $(\delta\nu/\nu) = 6.3 \times 10^{-5}$ مقدار کی ہوتی ہے۔اس لیے ہمیں ثقل کی اسکیلر تھیوری کو رد کرنا ہوتا ہے۔تفصیلی جائزے سے معلوم ہوتا ہے کہ خود خاص نظریۂ اضافیت کی ساخت اس مقصد کے لیے یعنی ثقل کے بیان کے لیے ناکافی اور قابل رد ہوتی ہے۔ثقل کا قابل قبول نظریۂ عام نظریۂ اضافیت ہے جس کی تفصیل کا یہاں موقع نہیں، لیکن جس کا مختصر ذکر آگے آئے گا۔

ویکٹر میدانات (Vector Fields)

حقیقی ویکٹر میدان کی ایک نمایاں مثال برقی مقناطیسی میدان ہے۔میدان نظریے کے بہت سے تصورات دراصل برق مقناطیسی میدان کے نظریے سے ہی ابھرے۔برق مقناطیسی میدان

$j_\nu = \left(\frac{\rho_0}{c}\right) u_\nu$ چار سمتیہ (charge-current) برقی شحنہ۔ تیار کا ماخذ ہوتا ہے جہاں ρ_0 حالت سکون میں برقی شحنہ کثافت اور $u_\nu = \frac{dx_\nu}{d\tau}$ سرعت چار سمتیہ (velocity four vector) ہوتی ہے۔ ایک الگ تھلگ نظام کا مجموعی شحنہ لقا پاتا ہے۔ اس کو $\partial_\mu j_\mu = 0$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ برق مقناطیسی میدان کو پوٹینشیل چار سمتیے A_ν کے ذریعے داخل کرتے ہیں جہاں

$$\partial_\mu \partial_\mu A_\nu = -4\pi j_\nu$$

سے دیا جاتا ہے۔ یہاں ہم $\kappa = 0$ لیتے ہیں کیونکہ برق مقناطیسی میدان روشنی کی سرعت سے چلتا ہے اس لئے $m_0 = 0$ ہوتی ہے۔ مذکورہ بالا مساوات برق مقناطیسی میدان کی امتداد مساوات ہے۔

برق مقناطیسی میدان نظریے میں ایک اصول گیج کے لاتغیر (gauge invariance) کا اصول ہوتا ہے جو یہ کہتا ہے کہ برق مقناطیسی نظریے کی قابل مشاہدہ مقداریں حسب ذیل تحویل :- $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \Phi$ کے تحت لاتغیر ہوتی ہیں جہاں Φ ایک مناسب اسکیلر فنکشن ہے جسے گیج فنکشن (gauge function) کہتے ہیں جو مقداریں گیج فنکشن پر منحصر ہوتی ہیں وہ قابل مشاہدہ نہیں ہوتیں۔ چنانچہ سب سے پہلے ہم دیکھتے ہیں کہ A_μ خود قابل مشاہدہ نہیں کیونکہ یہ گیج پر انحصار کرتا ہے کہ اس لیے ایک گیج سے آزاد میدان $f_{\mu\nu}$ کی تعریف

$$f_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

سے کیجاتی ہے۔ A_μ کے مقابلے میں $f_{\mu\nu}$ قابل مشاہدہ ہوتا ہے اس کے علاوہ برق مقناطیسی میدان کی توانائی کو یقینی طور پر مثبت رکھنے کے لیے ایک شرط $\partial_\mu A_\mu = 0$ نافذ کرنا ہوتی ہے جسے لورنز شرط (Lorentz condition.) کہتے ہیں۔ اس سے یہ بھی پتا چلتا ہے کہ $\partial_\mu \partial_\mu \Phi = 0$ ہے۔

اس طرح ہم

$$\partial_\mu f_{\mu\nu} = -4\pi j_\nu$$

اور

$$\partial_\sigma f_{\mu\nu} + \partial_\nu f_{\sigma\mu} + \partial_\mu f_{\nu\sigma} = 0$$

حاصل کرتے ہیں جہاں σ، μ و ν علی الترتیب 1,2,3 یا 2,3,4 یا 3,4,1 یا 4,1,2 ہو سکتے ہیں۔

یہ ظاہر کرنے کے لیے کہ $f_{\mu\nu}$ کو برق مقناطیسی میدان ٹینسر کیوں کہتے ہیں ہمیں محض $f_{\mu\nu}$ کے مرکبات (components) یا عنصروں (elements) کو دیکھنا ہے جو حسب ذیل سے

دیے جاسکتے ہیں:-

$$f_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_x & -iE_x \\ -H_z & 0 & H_y & -iE_y \\ H_x & -H_y & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix},$$

جہاں E_x, E_y, E_z اور H_x, H_y, H_z علی الترتیب برقی اور مقناطیسی میدان کے مرکبات ہیں۔ اسی لیے $f_{\mu\nu}$ کو برق مقناطیسی میدان ٹینسر کہتے ہیں۔ اوپری حاصل کی گئی مساوات، میکسویل کی برق مقناطیسی میدان مساوات کے ہر طرح متساوی ہوتی ہیں۔

اگر ہم مذکورہ بالا امتداد مساوات وضع کرتے وقت $= 0$ نا لیتے تو دیکھتے کہ $f_{\mu\nu}$ گیج سے آزاد نہیں رہ سکتا تھا لیکن $f_{\mu\nu}$ ایک قابل مشاہدہ مقدار ہوتی ہے اس لیے ضروری ہو جاتا ہے کہ گیج لاتغیر کے اصول کے مطابق $f_{\mu\nu}$ گیج پر انحصار نہیں کرتا ہو۔ اس لئے یہ امر کہ برق مقناطیسی کوانٹم کی سکونی کمیت صفر ہوتی ہے یا یہ کہ برق مقناطیسی میدان سرعت c سے چل سکتا ہے محض گیج لاتغیر کے اصول کا ہی ایک نتیجہ ہوتا ہے!

اگرچہ برق مقناطیسی میدان کے لیے ایک کھنچاو۔ توانائی ٹینسر $T_{\mu\nu}$ کی حسب ذیل مساوات سے تعریف کی جا سکتی ہے لیکن یہ $T_{\mu\nu}$ گیج لامتغیر نہ ہونے کے سبب قابل مشاہدہ نہیں ہوتا۔

$$T_{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi}\left(\partial_\mu A_\alpha \partial_\nu A_\alpha - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\partial_\alpha A_\beta \partial_\alpha A_\beta\right)$$

لیکن $f_{\mu\nu}$ کی اصطلاح میں یہ ممکن ہے کہ ایک ایسے گیج لامتغیر کھنچاو۔ توانائی ٹینسر کی تعریف کی جا سکے جو حسب ذیل سے دیا جا سکتا ہے:-

$$\Theta_{\mu\nu} = \left(\frac{1}{4\pi}\right)\left(f_{\mu\sigma} f_{\nu\sigma} - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu} f_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta}\right)$$

جہاں یہ شرط بھی ہوتی ہے کہ $\partial_\mu \Theta_{\mu\nu} = 0$ ہوتا ہے۔

یہ لورنٹز شرط کا ایک نتیجہ ہی ہوتا ہے کہ برق مقناطیسی میدان یا روشنی ایک مستعرض (transverse) لہر مظہر ہوتی ہے۔

شحنہ والے جسیموں کی موجودگی میں توانائی اور تحرک، جسیموں اور میدان کے مابین تبادلہ پا سکتے ہیں۔ شحنہ والے جسیموں کی حرکت کی مساوات، اس لیے تحرک اور توانائی بقا کے اصولوں کے مطابق

$$m_0 \frac{d^2 x_\mu}{d\tau^2} = \frac{e}{c} f_{\mu\nu} u_\nu = f_\mu$$

سے دی جاتی ہے اس اضافیتی چار سمتی قوت f_μ کے فضائی مرکبات وہی ہوتے ہیں جو بالعموم لورنز قوت Lorentz force کے مرکبات ہوتے ہیں۔

حرکت کی یہ مساوات ہم ایک ایکشن تکامل (action integral) کے ذریعے بھی حاصل کر سکتے ہیں جبکہ ہم ایکشن A کی تعریف $A = \int (P_\mu + \frac{e}{c} A_\mu) dx_\mu$ سے کرتے ہیں۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ ایک برق مقناطیسی میدان میں ذرے کا تحرک P_μ سے بدل کر $(P_\mu + \frac{e}{c} A_\mu)$ سے دیا جا سکتا ہے۔ اسے کم سے کم ادلا بدلی (minimal substitution) اور ایسے تبادل الفعل کو کم سے کم تبادل الفعل (minimal interaction) کہا جاتا ہے یہ بنیادی طور پر گیج لاتغیر کا ایک نتیجہ ہوتا ہے۔

اسکیلر اور ویکٹر میدانوں میں ایک اہم فرق ویکٹر میدان کی مستقطب (polarized) ہو سکنے کی قابلیت ہوتی ہے۔ اسکی بنیادی وجہ یہ ہوتی ہے کہ اسکیلر میدان کا فقط ایک مرکبہ جبکہ ویکٹر میدان کے کئی مرکبے ہوتے ہیں۔ ایک مستقطب میدان کو ہم $A_\mu = \epsilon_\mu \cos(\omega t - kz + \alpha_\mu)$, $\omega = c|k|$ سے ظاہر کر سکتے ہیں جہاں ϵ_μ کو استقطاب چار سمتیہ (Polarization four-vector) کہتے ہیں۔

اسکیلر اور ویکٹر میدانوں کا ایک اور اہم فرق یہ ہوتا ہے کہ مثلاً برق مقناطیسی میدان ایک اندرونی (intrinsic) زاویائی تحرک کا حامل ہوتا ہے۔ اس کا راست مشاہدہ یوں کیا جا سکتا ہے کہ دائری طور پر مستقطب (circularly polarized) روشنی کو ایک حساس طور پر لٹکے دائری قرص پر ڈالا جاتا ہے جسے رنگ کر سیاہ کر دیا گیا ہو۔ استقطاب کی سمت کے مطابق قرص ایک یا دوسری طرف گھوم جاتا ہے۔

یہاں یعنی ویکٹر میدانات کی حد تک لہر مساوات اور حدودی قدروں کے مسائل (boundary value problems) کے حل بنیادی طور پر اسی طرح کے ہوتے ہیں جیسے کہ اسکیلر میدانوں کے ہوتے ہیں۔ چنانچہ ساکن، کروی توازن (spherical symmetry) والا حل جو ایک Q شحنہ والے ذرے کے لیے حاصل ہوتا ہے، $(\phi = \frac{Q}{r}, \; A_x = A_y = A_z = 0)$ کے سوا کچھ اور نہیں ہوتا جو کہ از خود محض کولانب پوٹینشیل (Coulomb potential) کی ایک مثال ہے۔

برق مقناطیسی میدان کے مخصوص مظاہر یعنی اشعاع (radiation) کا ہونا اور نوریوں کا بکھراؤ یا استطارہ (scattering) وغیرہ بھی خاص اضافیت کے نظریے سے ماخوذ ہوتے ہیں۔ ایک لامتناہی مقدار سے چلنے والے میدان میں یہ مظاہر نہیں پائے جا سکتے۔ اس کے علاوہ اسا ستی نظریے

میں اسراع شدہ برقیے اشعاع کے سبب ایک شعاعی ردِعمل (radiation reaction) کے تابع ہوکر ظاہر ہوتے ہیں جو مشاہدے سے مطابقت میں ہوتا ہے۔ ایک آزاد برقیہ جو اسراع نہیں پارہا ہوتا، اشعاع بھی نہیں کرتا۔

اسپنور میدانات (Spinor Fields)

میدان نظریوں کی خصوصیات میں میدانوں کا تداخل (interference)، حیوذ (diffraction)، اشعاع (radiation) وغیرہ کے مظاہر دکھا سکنا شامل کیے جا سکتے ہیں۔ یہ سب خصوصیات اسپنور میدانات بھی دکھا سکتے ہیں۔ وہ اشارہ (index) جس کی رو سے ہم اسکیلر کے لیے 0، ویکٹر کے لیے 1 اور اسپنور کے لیے $\frac{1}{2}$، $\frac{3}{2}$ وغیرہ کے اعداد کا استعمال کرتے ہیں دراصل میدان کی کوانٹم کاری پر میدان کے کوانٹموں کی تدویم یا اسپن (spin) ہوتی ہے جسے $\hbar = h/2\pi$ کی اکائیوں میں ناپا جاتا ہے جہاں h پلینک کا مستقلہ ہوتا ہے۔ چنانچہ میزانس اسپن صفر، نوریے اسپن ایک اور اسی اعتبار سے برقیے، نویئے (nucleons)، نیوٹرینو وغیرہ جو عام اسپنورز سے بیان کیے جاتے ہیں اسپن $\frac{1}{2}$ کے حامل ہوتے ہیں۔

فرض کیجیے کہ ہم ایک اسپنور میدان ψ لیتے ہیں، تب ایک امتداد مساوات $(\partial_\mu \partial_\mu - \kappa^2)\psi = 0$ لکھی تو جا سکتی ہے لیکن ایک اسکیلر میدان کی امتداد مساوات سے یہ اس لیے مختلف ہوتی ہے کہ ہم یہ شرط عائد کرتے ہیں کہ یہ ایک اور مساوات $(\gamma_\mu \partial_\mu + \kappa)\psi = 0$ کی تشفی بھی کرے جو کہ ایک یک رتبہ مساوات (first order equation) ہوتی ہے۔ γ_μ عام اعداد نہیں بلکہ مصفوفات (matrices) ہوتے ہیں جو $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2 g_{\mu\nu}$ کی تشفی کرتے ہیں جہاں $g_{\mu\nu}$ سے ہماری مراد وہی ہے جو $\delta_{\mu\nu}$ سے ہوتی ہے یعنی 1 اگر $\nu = \mu$ اور صفر اگر $\nu \neq \mu$ ہو۔ ان γ_μ کے بے شمار طقم (sets) ایسے ہو سکتے ہیں جو اوپر کی شرط کی تشفی کرتے ہیں۔ ان میں سے بعض طقم زیادہ اہم ہوتے ہیں۔ ایک ایسے طقم کی مثال

$$\gamma_k = \left(\begin{array}{c|c} 0 & -i\sigma_k \\ \hline i\sigma_k & 0 \end{array}\right), \quad \gamma_4 = \left(\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right)$$

ہے جہاں

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

پاؤلی کے مصفوفات (Pauli's matrices) کہلاتے ہیں اور

$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ اکائی مصفوفے کی ایک مثال ہے۔

ایک چار اسپنور ψ کو ایک ستون مصفوفے (column matrix) کے طور پر

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

سے ظاہر کیا جا سکتا ہے اس کے برخلاف $\bar{\psi} = \psi^* \gamma_4$ (جہاں ψ^* سے مراد ψ کا مرکب مترافق (complex conjugate) ہے)، ایک صف مصفوفہ (row matrix) ہوتا ہے جسے $\bar{\psi} = (\psi_1^*, -\psi_2^*, -\psi_3^*, -\psi_4^*)$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

$\bar{\psi}$ جس مساوات کی تشفی کرتا ہے وہ

$$\bar{\psi}(\overleftarrow{\partial_\mu}\gamma_\mu - \kappa) = 0$$

سے ظاہر کی جاتی ہے۔ اس طرح $(\partial_\mu\gamma_\mu + \kappa)$ اور $(\partial_\mu\gamma_\mu - \kappa)$ متساوی اور ہم پلہ لیے جاتے ہیں۔

اسکیلر اور ویکٹر امتداد مساوات کی طرح اسپنور امتداد مساوات $(\gamma_\mu\partial_\mu + \kappa)\psi = 0$ بھی لورنز تحویل کے تحت ہیئت میں لا متغیر رہتی ہے۔ جو قابلِ مشاہدہ مقداریں ایک اسپنور پر منحصر ہوتی ہیں وہ حسبِ ذیل تحویل کے تحت لا متغیر ہوتی ہیں:-

$$\psi \rightarrow \psi e^{i\Lambda} \qquad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-i\Lambda},$$

جہاں Λ کوئی ثابت یا اسکیلر دال ہے۔ اسے پہلے قسم کے گیج لا تغیر (gauge invariance of first kind) کا اصول کہا جاتا ہے۔ برق مقناطیسی میدان میں ہم نے جس

گیج لاتغیر کا ذکر کیا تھا اسے دوسری قسم کے گیج لاتغیر سے یاد کیا جاتا ہے۔ اس اصول کے سبب ψ بذات خود قابلِ مشاہدہ نہیں ہوتا۔ واقعہ یہ ہے کہ مشاہدے سے حاصل ہونے والی مقداریں فقط $\bar{\psi}\psi$ ، $\bar{\psi}B\psi$ ، $\bar{\psi}M\psi$ $\bar{\psi}N\psi$ وغیرہ ساخت والی ہی ہوسکتی ہیں، جن میں $\bar{\psi}$ اور ψ ایک جیسا کہ کہا جاتا ہے دو خطی (bilinear) طرح واقع ہوتے ہیں۔ $P = P^{-1} = \gamma_4$ اور $T = \gamma_1\gamma_2\gamma_3$ اور $T^{-1} = \gamma_3\gamma_2\gamma_1$ لے کر بتایا جا سکتا ہے کہ اسپنور میدان کی امتداد مساوات جسے ڈراک (Dirac) کی مساوات کہتے ہیں فضا۔الٹاو (P) اور وقت۔الٹاو (T) تحویلوں کے تحت ہیئتی طور پر لاتغیر ہوتی ہے۔

یہاں $T_{\mu\nu}$ کی تعریف $T_{\mu\nu} = \bar{\psi}\gamma_\nu\partial_\mu\psi$ سے اور تحرک کی تعریف $P_\mu = i\int T_{\mu\nu}\, dS_\nu$ سے ہوتی ہے۔ پہلے کی طرح $\partial_\mu T_{\mu\nu} = 0$ ہوتا ہے۔ زاویائی تحرک $M_{\mu\nu}$ کو دو حصوں $L_{\mu\nu}$ اور $N_{\mu\nu}$ میں بانٹا جا سکتا ہے، جنھیں (جیسا کہ دیگر میدان میں بھی ہوتا ہے) محوری (orbital) اور اسپن (spin) زاویائی تحرک کہتے ہیں۔ یہ دونوں طرح کے زاویائی تحرک الگ الگ بقا یاب نہیں ہوتے لیکن ان کا مجموعہ یعنی $M_{\mu\nu} = (L_{\mu\nu} + N_{\mu\nu})$ بقا یاب ہوتا ہے۔ $L_{\mu\nu}$ اور $N_{\mu\nu}$ کو

$$L_{\mu\nu} = \int (\bar{\psi}\gamma_\rho\partial_\nu\psi x_\mu - \bar{\psi}\gamma_\rho\partial_\mu\psi x_\nu)\, dS_\rho$$

اور

$$N_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\int \bar{\psi}\gamma_\rho\gamma_\mu\gamma_\nu\psi\, dS_\sigma$$

سے دیا جاتا ہے۔

ایک اور مقدار $Q = \int e\bar{\psi}\gamma^4\psi\, dV$ حاصل کی جا سکتی ہے، جو بقا یاب ہوتی ہے جس کی توجیہہ یہ ہے کہ یہ کل برقی چارج کے بقا کا اظہار ہے (یہاں $e = \sqrt{\frac{2c\hbar}{137}}$ مفروض ہے)۔

جہاں تک مساوات کے حل کا تعلق ہے مثبت اور منفی تردد کے اجزا کو الگ الگ لے کر بحث کی جا سکتی ہے کیونکہ یہ لورنز تحویل کے تحت الگ الگ طور پر یعنی ایک دوسرے سے متاثر ہوئے بغیر تحویل پاتے ہیں۔ منفی تردد والے حل مخالف ذرے (anti- ar:icle) کہلاتے ہیں۔ چونکہ ہر مثبت یا منفی تردد والے حل میں ایک اوپرا اسپن (up-spin)، اور ایک نیچے اسپن

(down-spin) حل بھی ہوسکتا ہے اس لیے ڈراک معاولے کا پورا حل

$$\psi(\kappa, x) = c_1 \psi^{(+)\uparrow} + c_2 \psi^{(+)\downarrow} + c_3 \psi^{(-)\uparrow} + c_4 \psi^{(-)\downarrow}$$

سے دیا جاتا ہے جس کی رسمی طور سے زیادہ مکمل شکل

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ c^{(+)}(\kappa) \psi^{(+)}(\kappa, x) + c^{(-)}(\kappa) \psi^{(-)}(\kappa, x) \right\} d^4\kappa$$ ہے،

جو اسکیلر میدان کے کیس میں حاصل شدہ حل سے قدرے ملتی جلتی ایک شکل ہے۔

گرین فنکشن کی ہئیت کا حل بھی یہاں درست ہوتا ہے اگرچہ صرف ایک ہی شرط پوری کرنی ہوتی ہے۔ اس طرح

$$\psi(x) = \int S(x-x') \gamma_\mu \psi(x') dS'_\mu$$

لکھ سکتے ہیں جہاں گرین کا فنکشن $S(x-x')$،

$$S(x-x') = (\gamma_\mu \partial_\mu + \kappa) G(x-x')$$
$$= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^4 \int \frac{(\gamma_\mu \partial_\mu + \kappa) e^{ik(x-x')}}{(p^2 + \kappa^2)} d^4k$$

سے دیا جاتا ہے۔

ایک اسپنور میدان اور ایک برق مقناطیسی میدان کے باہم تبادل فعل کا اظہار حسب ذیل مساوات سے کیا جاسکتا ہے :-

$$\partial_\mu \partial_\mu A_\alpha = -e \bar{\psi} \gamma_\alpha \psi, \quad (\gamma_\mu \partial_\mu + \kappa) \psi = e \gamma_\mu A_\mu \psi, \quad \bar{\psi}(\partial_\mu \gamma_\mu) - \kappa) = -e \bar{\psi} \gamma_\mu A_\mu.$$

جہاں تک منفی تردد والے حل کا تعلق ہے چونکہ اسے منفی توانائیوں کا حامل نہیں کہا جاسکتا تو اس لیے اسے مثبت توانائی کا ایسا ذرہ باور کیا جاتا ہے جو وقت میں پیچھے کی طرف دوڑ رہا ہے! یہ تصور ہمیں مخالف ذرّے کے تصور تک لے جاتا ہے۔ جہاں اسپنور میدان میں (+) اور (−) تردد کے حل

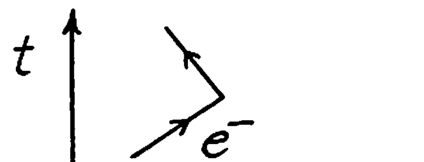
$$a(\kappa) e^{i(\kappa x - \omega t)} \qquad b^*(\kappa) e^{-i(\kappa x - \omega t)}$$

ہئیت کے ہوتے ہیں وہاں حقیقی اسکیلر یا حقیقی ویکٹر میدانوں میں یہ حل •

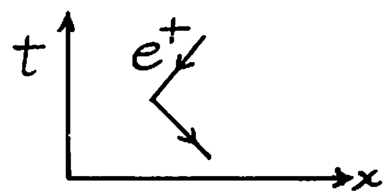
$$a(\kappa) e^{i(\kappa x - \omega t)}, \qquad a^*(\kappa) e^{-i(\kappa x - \omega t)}$$

ہئیت کے ہوتے ہیں، اس لیے حقیقی اسکیلر اور حقیقی ویکٹر میدانوں میں ذرے اور مخالف ذرے میں تمیز

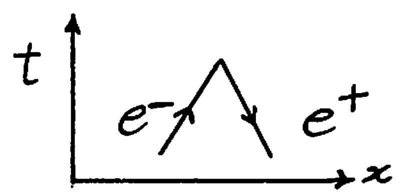
نہیں کی جا سکتی۔ اسپنور میدان میں مخالف ذرے کے ابھرنے والے تصور کے اظہار کی ایک مثال برقیے
اور مثبتیے (positron) کے بکھراؤ ہیں جن کی فضا۔ وقت شکلیں حسب ذیل ہوتی ہیں:۔



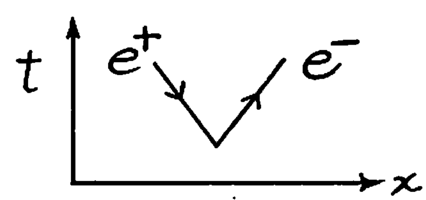
(a) برقیہ بکھراؤ (Electron Scattering)



(b) مثبتیہ بکھراؤ (Positron Scattering)



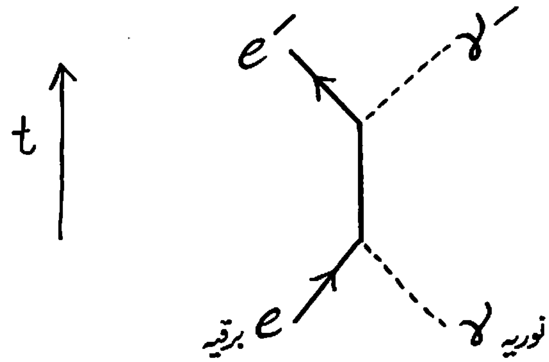
(c) جوڑا افنا (Pair Annihilation)



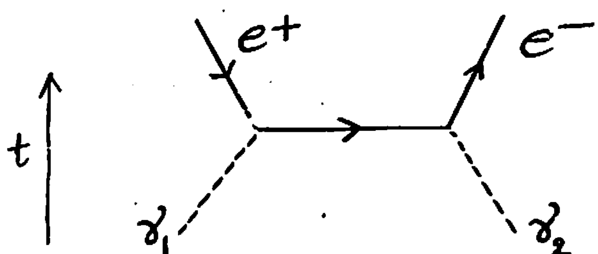
(d) جوڑا تخلیق (Pair Creation)

شکل (12) ذرے اور مخالف ذرے کی فضا وقت شکلیں

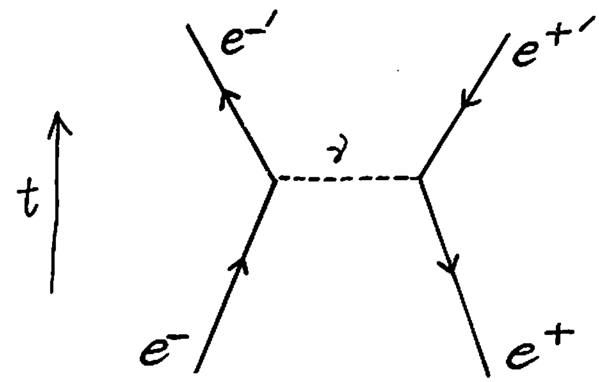
برقیوں کے نور سے تبادل فعل کو اسی طرح حسب ذیل شکلوں سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



(Electron-Photon Scattering) برقیہ-نوریہ بکھراو (a)



(b) دو نوریوں سے برقیہ-ثبتیہ جوڑا تخلیق



(c) برقیے کا ثبتیے سے نوریے کے تبادلے سے بکھراو

شکل (13) برقیے اور ثبتیے کا نوریے سے تبادل فعل

جوڑوں کے افنا اور تخلیق میں شحنہ بقا کے مدنظر مثبتے کا شحنہ برقیے کے شحنے کی مخالف علامت والا مگر مقدار میں مساوی ہوتا ہے۔

جہاں برقیوں کے اسپنور میدان کو ایک چار مرکبی (four - component) اسپنور سے بیان کرتے ہیں وہاں نیوٹرینو کے بیان کے لیے ایک دو مرکبی اسپنور کافی ہوتا ہے۔ نیوٹرینو کی امتداد مساوات چار مرکبی اسپنور کی امتداد مساوات کے ٹکڑے کرکے حاصل کی جاتی ہے۔ یعنی

$$\psi = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

لیں تو دکھایا جاسکتا ہے کہ نیوٹرینو کے لیے

$$\left(-i\sigma_k \partial_k + \frac{1}{ic}\frac{\partial}{\partial t}\right) u = 0$$

اور

$$\left(i\sigma_k \partial_k + \frac{1}{ic}\frac{\partial}{\partial t}\right) v = 0$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $\kappa = 0$ مفروض ہے۔ یہ مساوات مناسب لورنتز تحویل کے تحت تو ہئیت نہیں بدلتیں لیکن فضا ـ الٹاو (P) کے تحت لامتغیر نہیں ہوتی ہیں! یہ مساوات وائل (·eyl) نے اخذ کی تھیں اور اس عدم تغیر کے سبب پہلے انہیں رد کیا گیا۔ بعد میں 1957ء کے بعد جب فضا ـ الٹاو مظہر کو تجربے سے مشاہدہ کرکے بتایا گیا کہ واقعی βـ زوال جس میں نیوٹرینو حصہ لیتے ہیں اس لاتغیر کی تشفی نہیں کرتا تو پتہ چلا کہ نیوٹرینو کو مذکورہ بالا میں سے پہلی مساوات سے بیان کیا جاسکتا ہے۔ دوسری مساوات فطرت کے کسی مظہر سے تعلق نہیں رکھتی اس لیے اسے $v = 0$ لکھ کر رد کردیا جاتا ہے۔ اسطرح نیوٹرینو میدان کی مساوات فضا ـ الٹاو کے تحت لامتغیر نہیں ہوتی ہیں۔ اور نیوٹرینو تفاعلات بالعموم پیسرٹی کے بقا کی نفی کرتے ہیں۔

نیوٹرینو میدان کی توانائی، تحرک اور اسپن زاویائی تحرک کا اظہار

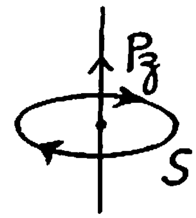
$$\mathcal{E} = i\int u^* \frac{\partial}{\partial t} u \, dV$$

$$P_k = -i\int u^* \partial_k u \, dV$$

$$N^{\mu\nu} = \frac{i}{2}\int u^* \sigma^\mu \sigma^\nu u \, dV$$

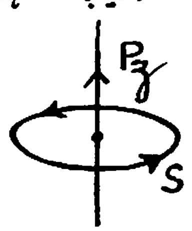
سے کیا جاتا ہے۔

جہاں تک نیوٹرنو مساوات کا تعلق ہے اگر کسی سمت مثلاً z - محور پر رواں حل دریافت کرتے ہیں تو (+) تردد، (+) توانائی (+) تحرک اور منفی z سمت رواں حل نیوٹرینو کے اظہار کے طور پر لیا جاتا ہے اور حسب ذیل شکل سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس لیے نیوٹرینو کو بائیں ہاتھ والا (left handed) کہتے ہیں۔



شکل (14) نیوٹرینو (Neutrino.)

اس کے برخلاف مخالف نیوٹرینو (anti- neutrino) حل (—) تردد والا حل ہوتا ہے جو (—) توانائی کا حامل ہوتا اگر ہم میدان کی کوانٹم کاری میں بعض احتیاطیں نہ برتتے۔ ان احتیاطوں کے بعد یہ (+) توانائی، (+) تحرک اور مثبت z سمت میں اسپن لیے ہوئے ظاہر ہوتا ہے۔ اسے حسب ذیل شکل سے دکھایا جا سکتا ہے:۔



شکل (15) مخالف نیوٹرینو (Anti- Neutrino)

اس طرح مخالف نیوٹرینو ایک سیدھے ہاتھ کا (right-handed) ذرہ ہے۔

نیوٹرینو متعادل ہوتا ہے اس لیے برق مقناطیسی تبادل الفعل نہیں کرتا۔ برقیوں، میو وسطیوں اولیوں، متعادلوں وغیرہ کے ساتھ نیوٹرنیو کے تفاعلات کی مثال $G\psi_p^* u \psi_e^* \psi_N$ ہے جو تفاعل $N = e + P + \bar{\nu}$ یعنی متعادلے کے ایک اولیے، ایک برقیے اور ایک مخالف نیوٹرنیو میں β- زوال کی مثال ہے۔ G ایک تبادل الفعل ثابت (interaction constant)

ہے۔ اس تبادل الفعل کو کمزور (فرمی (Fermi) تبادل الفعل) کہا جاتا ہے اور $G_F = 10^{-16}$ ہوتا ہے۔ دریافت ہوا ہے کہ دو طرح کے نیوٹرینو پائے جاتے ہیں جنہیں ν_e اور ν_μ لکھ کر ظاہر کرتے ہیں۔ ν_e برقیوں کے ساتھ اور ν_μ میوو سطیوں کے ساتھ منسلک کیے جاتے ہیں۔ یہ الگ الگ ہوتے ہیں اور اسی لیے کہا جاتا ہے کہ نہ صرف ملکیے (leptons) تعداد میں کسی تفاعل میں بقا پاتے ہیں بلکہ اینیٹان (eptons) اور میپٹان (meptons) (جن سے مراد (e^-, ν_e) اور (μ^-, ν_μ) وغیرہ علی الترتیب ہے) فرداً فرداً تعداد میں بقا پاتے ہیں۔ آج کل گہری کانوں (mines) میں نیوٹرینو سے متعلق تفتیش ہو رہی ہے۔ نیوٹرینو کا گہرا تعلق کائنات کی ساخت سے متعلق مباحثات سے بھی ہے۔

کوانٹم کاری (Quantization) یعنی خاص نظریہ اضافیت اور کوانٹم میدان نظریہ (Quantum Field Theory)

ہم نے اوپر دیکھا ہے کہ محض کلاسیکی طرز تفتیش سے اسپنور میدان کے کیس میں منفی توانائی والے حل آنے لگتے ہیں۔ ہم نے کہا تھا کہ اس مشکل کو مناسب کوانٹم کاری سے رفع کیا جاتا ہے۔ دراصل میدان نظریہ لیگرینجی (lagrangian) طرز سے زیادہ بہتر طور پر وضع کیا جا سکتا ہے، اور تب ایک اصول کے ذریعے، جسے شونگر (Schwinger) کا عمل اصول کہتے ہیں، میدانات کی اس طرح کوانٹم کاری ممکن ہوتی ہے کہ ایک بڑی حد تک تشفی بخش نظریہ دستیاب ہو سکتا ہے۔ یہاں ہم زیادہ تفصیل میں نہیں جا سکتے

کوانٹم میکانیک میں قابل مشاہدہ مقداریں (observables) عوامل (operators) سے ظاہر کیجاتی ہیں اور یہ بات مسلمہ ہوتی ہے کہ جب یہ مقداریں ناپی جائیں تو اس عامل سے منسلکہ بعض مخصوص یا ممیزہ مقداریں ہی جنہیں (eigenvalues) یا (characteristic values) کہتے ہیں دستیاب ہوتی ہیں۔ اسے ایک ممیزہ مقدار معادلے (eigeinvalue equation) $O|o\rangle = o'|o\rangle$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ چونکہ o' ایک حقیقی عدد ہوتا ہے اس لیے طبیعی قابل مشاہدہ مقداروں کے عوامل جیسا کہ کہا جاتا ہے ہرمایٹی (Hermitian) ہوتے ہیں یعنی $O^\dagger = O$ ہوتا ہے۔ عام عددوں اور عوامل میں بنیادی فرق یہ ہوتا ہے کہ عوامل ادل بدل

مقداروں کی ادلا بدلی کی عدم قابلیت اس خاصیت کو (commutation) کے عمل کے تحت وہی نہیں رہتے (non-commutability) کہتے ہیں۔

لیگرنجی طریقے میں ایک اضافیاتی طور پر لامتغیر فنکشن لیا جاتا ہے جو مثلاً فقط میدان متغیرات (field variables) اور ان کے پہلے مشتقوں (first derivatives) پر انحصار کرتا ہے۔ اس فنکشن کو لیگرنجی (lagrangian) کہتے ہیں۔ لیگرنجی بالراست x_μ پر منحصر نہیں ہوتا۔ اس عدم انحصار سے توانائی، تحرک اور زاویائی تحرک کے بقا کے قوانین ثابت ہوتے ہیں۔ تب ایک عمل تکامل (action integral)

$$W_{12} = \int_{\sigma_2}^{\sigma_1} \mathcal{L}(\psi, \partial_\mu \psi)\, d\Omega$$

کی تعریف کی جاتی ہے جس پر ایک شرط $\delta W_{12} = 0$ عائد کی جاتی ہے جس کا دوسرا نام ہی عمل اصول (action principle) ہے۔ اس شرط کے نتیجے میں ہم دریافت کرتے ہیں کہ لیگرنجی $\mathcal{L}(\psi, \partial_\mu \psi)$ کو حسب ذیل مساوات کی تشفی کرنا ہوتی ہے:—

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \psi)} \right) = 0$$

یہی ψ کی حرکت کی مساوات ہوتی ہیں۔ یہاں ψ اسکیلر، ویکٹر یا اسپنور کوئی بھی میدان ہو سکتا ہے۔

کسی تحویل کے تحت $\mathcal{L}$ کا عدم تغیر کسی نہ کسی بقا اصول کا پیش خیمہ ہوتا ہے۔

جدول (2) میں ہم پانچ عام طور سے مستعمل ہونے والے میدانوں کے لیے لیگرنجی اور بعض اور دوسری خصوصیات دیتے ہیں۔ $\psi \to e^{i\epsilon t}\psi$، $t = 1$ کے تحت اسپنور کا عدم تغیر (جہاں ϵ ایک بہت چھوٹا عدد ہے) تسلسل مساوات $\partial_\mu j_\mu = 0$ کا باعث ہوتا ہے جہاں $j_\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ ہوتا ہے۔ اسی طرح دوسرے میدانات میں بھی j_μ اخذ کیا جاتا ہے۔ $T_{\mu\nu}$ سے مراد کھنچاؤ۔ توانائی ٹینسر ہے۔

دو یا دو سے زیادہ میدانات کے لیگرنجی جو آپس میں تبادل فعل بھی کرتے ہوتے ہیں آزاد میدان لیگرنجیوں اور تبادل الفعل طرفوں (interaction terms) کا مجموعہ ہوتے ہیں۔ مثلاً برق مقناطیسی میدان اور برقیوں کے میدان کے تبادل الفعل کے لیے جو لیگرنجی استعمال ہوتا ہے

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu A_\alpha \partial_\mu A_\alpha + \bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + \kappa)\psi + e\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \psi$$

ہوتا ہے جس سے لیگرینجی طریقے بموجب A، $\bar{\psi}$ اور ψ کو الگ الگ تغیر دے کر حسب ذیل متن[34]

	حقیقی اسکیلر φ	$K=0$ حقیقی ویکٹر A_μ	4 - اسپنور $\bar{\psi}, \psi$	$K=0$ اسپنور - 2 u^*, u	مرکب اسکیلر ϕ^*, ϕ
$\mathcal{L}$	$\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi - K^2\phi^2)$	$\frac{1}{2}\partial_\mu A_\alpha \partial_\mu A_\alpha$	$\bar{\psi}(\gamma_\mu\partial_\mu + K)\psi$	$u^*\sigma_\mu\partial_\mu u$	$\partial_\mu\phi^*\partial_\mu\phi - K^2\phi^*\phi$
$T_{\mu\nu}$	$\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\mathcal{L}$	$\partial_\mu A_\alpha \partial_\nu A_\alpha - \delta_{\mu\nu}\mathcal{L}$	$\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi - \delta_{\mu\nu}\mathcal{L}$	$u^*\sigma_\mu\partial_\nu u - \delta_{\mu\nu}\mathcal{L}$	$\partial_\mu\phi^*\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\mathcal{L}$
t	0	0	1	1	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}$
j_μ	0	0	$e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$	$\lambda u^*\sigma_\mu u$	$e(\partial_\mu\phi^*\phi - \phi^*\partial_\mu\phi)$

جدول (2) پانچ سب سے عام میدانوں کے لیے لیگرینجی اور دوسری اہم مقداریں

مساوات حاصل ہوتی ہیں وہ وہی مساوات ہیں جو اس سے پہلے ہم نے خالص بداہتی طور پر (intuitively) حاصل کی تھیں یعنی :-

$$\partial_\mu \partial_\mu A_\alpha = -e\bar{\psi}\gamma_\alpha\psi \quad , \quad (\gamma_\mu\partial_\mu + \kappa)\psi = ie\gamma_\mu A_\mu\psi$$

اور $\bar{\psi}(\overleftarrow{\partial}_\mu\gamma_\mu - \kappa) = -ie\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu$ ۔ پہلی اور دوسری طرز کے گیج لاتغیر کے پیش نظر بس یہی ایک تبادل الفعل قابل قبول ہوتا ہے۔

حال میں کوشش ہو رہی ہے کہ گیج تحویلوں کو عمومی بنا کر دوسرے تبادلات فعل کے بارے میں اسی طرح کے قاعدے دریافت کیے جائیں۔ کمزور تفاعلات کے نسبتاً کامیاب نظریوں میں سلام۔وائنبرگ (Salam—Weinberg) کا گیج نظریہ خاص اہمیت رکھتا ہے۔

جو تبادلات فعل عام طور استعمال ہوتے ہیں وہ

برق مقناطیسی	$e\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu\psi$
یوکاوا	$g\bar{\psi}\gamma_5\phi\psi$
اور فرمی	$G\bar{\psi}_N\bar{\psi}_\nu\psi_p\psi_e$

وغیرہ ہوتے ہیں۔

تبادل الفعل کو شامل کرنے سے میدان معادلات بالعموم غیر خطی (non-linear) ہو جاتی ہیں۔ ایسی غیر خطی مساوات کو بالکل صحیح طور پر حل کرنے کا نا تو کلاسیکی طبیعیات نا ہی کوانٹم طبیعیات میں کوئی عام طریقہ ہے۔ یہ ممکن ہوتا ہے کہ تقارنی ثابت (coupling constant) e، g یا G کی بڑھتی قوتوں (powers) میں سلسلہ پھیلاو (series expansion) کی شکل میں استقرائی حل (approximate solutions) حاصل کیے جاسکیں۔ ان سلسلوں کو اضطراب سلسلے (perturbation series) کہتے ہیں اور اگر تقارنی ثابت چھوٹا ہو جیسے $e^2 \sim \frac{1}{137}$ یا $G^2 \sim 10^{-14}$ تو پہلے چند طرف کیفیت کے استقرائی اظہار کے بیان کے طور پر لیے جاسکتے ہیں۔ لیکن اگر تقارنی ثابت بڑا ہو جیسے $g^2 \sim 15$ تو سلسلہ پھیلاو کچھ خاص بار آور یا بامعنی نہیں ہوتا۔ بعض اشخاص تو چھوٹے e اور G کے کیس میں بھی دعویٰ کرتے ہیں کہ یہ طریقہ کار غلط اور بے معنی ہے!

جہاں تک شوئنگر کے طریقے کا تعلق ہے یہ بنیادی طور پر مذکورہ بالا لیگرنجی طریقہ ہی ہوتا ہے۔ فرق صرف اتنا ہوتا ہے کہ میدانات کو اب عوامل کے طور پر لیا جاتا ہے اور لیگرنجی خود ایک

عاملی تعبیر (operator expression) بن جاتا ہے۔ کل عوامل ایک معمول (operand) پر عمل کرتے ہیں جو از خود اس لا متغیر لیگرنجی عامل $(\psi, \partial_\mu \psi)$ $\mathcal{L}$ سے دیے گئے نظام کی کل امکانی حالتوں کے ایک مقسم کا اظہار ہوتا ہے۔ نظام کا عملی مُشاہدہ قابل مشاہدہ مقداروں کی ممیزہ قدروں سے ہوتا ہے۔ چونکہ لیگرنجی x_μ یا وقت پر انحصار نہیں کرتا اس لیے ممیزہ قدروں کو بھی وقت کے ساتھ ویسی ہی رہنا چاہیے ہوتا ہے۔ اس طرح ایک احدی (unitary) وقت ارتقا عامل (time evolution operator) U_{21} کی تعریف $|t_2\rangle = U_{21}|t_1\rangle$ سے کی جاتی ہے۔ تب اگر $U_{21} = e^{iF_{21}}$ تو F_{21} (جسے احدی تحویل U_{21} کا مولد (generator) کہتے ہیں) حسب ذیل فارمولے سے دیا جاتا ہے:-

$$\boxed{F_{21} = \frac{2\pi}{h}\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}\, d\Omega} \quad ,$$

جہاں $\mathcal{L}$ سے مراد نظام کے لیگرنجی سے ہوتی ہے یہی شونگر کے عمل اصول (Schwinger's Action Principle) کا بیان ہے اگر ہم ایک عام حالت $\langle 0|$ کو

$$|0\rangle = c_1|0_1'\rangle + c_2|0_2'\rangle + c_3|0_3'\rangle + \cdots\cdots$$

سے ظاہر کریں تو $\langle 0|$ پر پیمائش کرنے پر عدد $0_\kappa'$ کے حاصل کرنے کا احتمال (probability) $\langle 0_\kappa'|0\rangle = |c_\kappa|^2$ سے دیا جاتا ہے۔ اسے کوانٹم میکانیک کی احتمالی توجیہہ (probability interpretation) کہتے ہیں۔

کوانٹم کاری کے طریقے کی درستگی کی جانچ اس کے آزاد میدانات (یعنی تبادل الفعل نہ کرنے والے میدانات) پر اطلاق سے ہوتی ہے۔ تبادل الفعلی میدانات کے کیس میں بعض ناگوار پیچیدگیاں پیدا ہو جاتی ہیں۔

ہم زیادہ تفصیل میں نہیں جائیں گے۔ یہاں صرف چند اہم اہم باتیں کہنے پر اکتفا کریں گے جن میں پہلی قابل ذکر بات تو یہ ہے کہ آزاد اسکیلر اور ویکٹر میدانات کے کیس میں ہم توانائی اور تحرک ممیزہ قدریں $P_\mu = n\frac{h}{2\pi}K_\mu$ حاصل کرتے ہیں جہاں ..., $n = 0, 1, 2$ ہوتا ہے۔ اسے ذرہ عدد نمائندگی (particle number representation) کہتے ہیں۔ یہاں n سے مراد زیر غور حالت میں ذروں یا کوانٹا (quanta) کی تعداد لی جاسکتی ہے۔ چونکہ یہ ذرے سب ایک جیسے ہیں اور ان میں تمیز نہیں کی جا سکتی یعنی یہ غیر قابل امتیاز (indistinguishable) ہوتے ہیں تو اس لیے بوس۔آئینسٹائن (Bose-Einstein) احصا (Statistics)

کی متابعت کرتے ہیں۔ مثلاً روشنی کے لیے پلینک کا دیا گیا کالے بدن کا توزیعی قانون (black body distribution law) اسی امر کا نتیجہ ہوتا ہے۔ اس کے برخلاف اسپنور میدانوں کے لیے مذکورہ بالا نظریہ اور طریقہ کار K_μ $P_\mu = n \frac{h}{2\pi}$ کے ساتھ ساتھ اب یہ نتیجہ بھی دیتا ہے کہ $n = 0, 1$ ہی فقط ہوسکتا ہے۔ اس کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ ایک دی ہوئی حالت میں یا تو فقط ایک ذرہ ہوسکتا ہے یا ایک بھی ذرہ نہیں ہوسکتا۔ چونکہ ذرے ایک طرح کے ہیں تو اس کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ دو یا دو ایک طرح کے ذرے کسی ایک حالت میں نہیں ہوسکتے۔ اسے پاولی کا عدم یکجائی اصول (Pauli exclusion principle) کہتے ہیں اور یہ ایٹموں اور نواتوں (nuclei) کی پرت ساخت (shell structure) اور عناصر کی دوری ترتیب (periodic arrangement) کے سمجھنے میں بے حد اہم رول ادا کرتا ہے۔ اس اصول کے نتیجے میں جو گننے کے اصول حاصل ہوتے ہیں وہ فرمی۔ ڈراک احصا (Fermi-Dirac statistics) کی راہ دکھاتے ہیں۔ اس طرح نوریے اور میزانس بوس آئینسٹائن احصا کی توبرقیے، میو و سطیے، نیوٹرینو وغیرہ پاولی کے اصول اور فرمی۔ ڈراک احصا کی متابعت کرتے ظاہر ہوتے ہیں۔ سب سے اہم بات یہ ہوتی ہے کہ چونکہ مذکورہ بالا نظریہ اسکیلر، ویکٹر اور اسپنور میدانوں کے لیے صفر، ایک اور ½ اسپین بھی صحیح طور پر دیتا ہے اور واقعی طور پر تجربہ اسپین اور احصا کے مذکورہ بالا رابطے کو بالکل درست بتاتا ہے تو اس لیے یہ بات سامنے آتی ہے کہ خاص نظریہ اضافیت اور کوانٹم کاری کا یہ طریقہ آزاد میدانوں کے کیس میں بڑی حد تک صحیح ہے! یہ امور نظریہ اضافیت کی اہم تصدیق فراہم کرتے ہیں۔

جہاں تک تبادل فعل کرتے میدانات کا تعلق ہے برق مقناطیسی اور فرمی تبادلات فعل لینے پر بھی بعض لامتناہی مقداریں (infinities) ابھر آتی ہیں جنھیں کمیت اور شحنہ نو ترتیبی (mass and charge renormalization) کے طریقوں سے دور کرنے کے بعد پتہ چلتا ہے کہ اضطراب سلسلے کے پہلے چند طرفوں کی حد تک برق مقناطیسی اور فرمی تبادلات فعل وغیرہ تجربے سے بڑی حد تک مطابقت میں ہیں! ہوتا یہ ہے کہ فرض کیجیے برقیوں اور نوریوں کا تبادل فعل ہو رہا ہے تو مثلاً ایک تبادل فعل لیگرنجی (interaction lagrangian) $\mathcal{L}_I = e\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \psi$ لیتے ہیں اور آزاد برقیہ میدان اور آزاد نوریہ میدان کے حل الگ الگ درست سمجھ کر لے لیتے ہیں۔ اب کہتے ہیں کہ جو بھی طبعی طور سے مشاہدہ شدہ تبدیلی ہوگی وہ

کلیتاً $\mathcal{L}_I$ کا نتیجہ ہوگی۔ چنانچہ

$$U_{t't} = \exp\left[\frac{i2\pi}{h}\int_t^{t'} e\,\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \psi\, d\Omega\right]$$

لیتے ہیں۔ جب اسے پھیلا دیا جاتا ہے تو

$$U_{t't} = 1 + \frac{ie}{h}\int_t^{t'} d\Omega\, \bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \psi - \frac{e^2}{2\hbar^2}\int_t^{t'} d\Omega \int_t^{t'} d\Omega (\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \psi)(\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \psi) \cdots$$

وغیرہ حاصل ہوتا ہے۔ یہ تعبیر (expression) کل تبادل فعل کو تخلیق اور امتصاص عوامل (creation and absorption operators) کے ایک باہم عمل کے طور پر پیش کرتی ہے۔ مثلاً پہلا طرف آٹھ امکانات ظاہر کرتا ہے جیسے کہ ایک نوریے کو جذب کرنے سے ایک برقیے کا بکھراؤ یا ایک برقیے کے بکھرنے سے ایک نوریے کا انبعاث (emission)، یا ایک نوریے کے جذب ہونے سے ایک برقیہ۔ مثبتیہ جوڑے کی تخلیق وغیرہ وغیرہ۔ ان کیسوں اور ان سے زیادہ پیچیدہ کیسوں کا شکلی اظہار جیسا کہ کہا جاتا ہے فائنمان شکلوں (Feynmann diagrams) کی راہ دکھاتا ہے۔ اس طرح اولی حالتوں (initial states) سے آخری حالتوں (final states) میں منتقلیاں (transitions) باور کی جاتی ہیں۔ منتقلی کا فی اکائی وقت احتمال (probability per unit time)

$$\omega_{if} = \frac{1}{\hbar}\left|\langle f|U|i\rangle\right|^2$$

سے دیا جاتا ہے۔ عامل $U_{t't}$، بکھراؤ مصفوفہ یا S-مصفوفہ (S-matrix) کہلاتا ہے اور بکھراؤ نظریے میں ایک مرکزی اہمیت کا حامل ہوتا ہے۔ جب $t = -\infty$ یا $t' = +\infty$ ہوتا ہے تو ذرے باہم بڑی دوریوں پر علاحدہ علاحدہ ہو جاتے ہیں۔

دکھایا جا سکتا ہے کہ بعض حالتوں میں ایک پہلا استقراب مذکورہ بالا نظریے سے مثلاً ڈیراک معادلے کی راہ دکھا سکتا ہے۔ یعنی اس طرح ہمارے پہلے کی دی ہوئی بحثوں کے متساوی ہے، لیکن یہ ہر کیس کے لیے نہیں کہا جا سکتا۔

وہ مسئلے جن میں مکمل کوانٹم شدہ نظریہ درکار ہوتا ہے یا تو وہ ہوتے ہیں جن میں پھیلاؤ کے بڑے رتبے کے طرف ضروری ہوتے ہیں یا وہ ہوتے ہیں جن میں روشنی کا کوانٹم کردار اہم ہوتا ہے۔ اس سلسلے میں کوانٹم میدان نظریے کی تین شہرہ آفاق کامیابیاں (1) لیمب ہٹاؤ (Lamb shift)

کا محاسبہ (2) برقیے کا شذوذی مقناطیسی عزم (anomaloms magnetic
moment of the electron) اور (3) آئینسٹائن منتقلیوں کے احتمالات (Einstein
transition probabilities) کا اشتقاق (derivation) ہیں۔ ان کی تفصیل کوانٹم برق
قونیات (quantum electrodynamics) کی کسی مناسب کتاب میں دیکھی جا سکتی ہے

باب (5)

اختتامیہ (عام نظریہ اضافیت)

(General Theory of Relativity)

خاص نظریہ اضافیت کی خامیوں میں حسب ذیل کا ذکر کیا جا سکتا ہے :-

(1) یہ محض منتظم سرعت سے رواں شاہدوں کے لیے درست ہوتی ہے۔ اگر جمودی اور غیر جمودی دونوں طرح کے شاہد لیے جائیں تو خاص نظریہ اضافیت کافی نہیں ہوتا بلکہ "تساوی کا اصول" (principle of equivalence) استعمال کر کے ایک عام نظریہ اضافیت (general theory of relativity) وضع کیا جاتا ہے عام نظریہ اضافیت اس لیے ثقل (gravitation) کا ایک نظریہ ہوتا ہے ؎

(2) سورج کے قریب سے گزرنے پر روشنی 1.75 قوسی ثانیے اندر کو بڑھتی ہے لیکن خاص نظریہ اضافیت کے مطابق یہ مڑاو فقط 0.88 قوسی ثانیے ہی ہونا ہوتا ہے جو درست نہیں ؎

(3) عطارد کے نقطہ حضیض کا بڑھاو مشاہدے کے مطابق فی صدی 43 قوسی ثانیے ہوتا ہے۔ خاص نظریہ اضافیت کے مطابق بجائے بڑھاو کے فی صدی 7.2 قوسی ثانیے گھٹاو ہونا چاہیے جو نہیں ہوتا ؎ اور

(4) تجربہ بتاتا ہے کہ قوی ثقلی میدانوں کی موجودگی میں ایٹموں سے خارج ہونے والے اشعاع کی طیف لکیریں لال رنگ کی طرف سرک آتی ہیں۔ مثلاً کثیف ذرتی تارے سیرئیس (Sirius) کے ساتھی کے کیس میں یہ سرکن $\frac{\nu\delta}{\nu} = 6.3 \times 10^{-5}$ ہوتی ہے۔

خاص نظریہ اضافیت کے مطابق ایسی کوئی سرکن نہیں ہونی چاہیے۔

اس کے علاوہ گھڑیوں سے متعلق قول متناقص وغیرہ بھی ہیں جن سب امور کی بنا پر ہمیں خاص نظریہ اضافیت سے بڑھ کر عام نظریہ اضافیت کی مدد لینی پڑتی ہے!

ہم پہلے ہی بتا آئے ہیں کہ چپٹی جیومیٹریوں کو ہم $ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu$ سے ظاہر کرسکتے ہیں جہاں $g_{\mu\nu}$ ازخود x_μ پر انحصار نہیں کرتے۔ جن فضاؤں میں مخالف تغیری ویکٹر اور ہم تغیری ویکٹر الگ الگ رہتے ہیں افائن (affine) فضائیں کہلاتی ہیں، جہاں یہ دونوں طرح کے ویکٹر ایک سے دوسرے میں تبدیل ہوسکتے ہیں وہ فضائیں میٹرک (metric) فضائیں کہلاتی ہیں یہ تبدیلی میٹرک ٹینسر $g_{\mu\nu}$ (metric tensor) کے ذریعے لائی جاتی ہے۔ ds کو لکیری عنصر (line element) اور $ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu$ کو بنیادی مربع شکل (fundamental quadratic form) کہتے ہیں جیسا کہ ماقبل کی بحث سے ظاہر ہے خاص اضافیت کی منکاوسکی فضا، چپٹی فضاؤں کی ایک مثال ہے، جہاں

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2$$

ہوتا ہے اس لیے

$$g_{\mu\nu} = g'_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ہوتا ہے (جبکہ $x_1 = x$، $x_2 = y$، $x_3 = z$، $x_4 = ict$ لیا جائے)

منحنی فضاؤں کی ایک مثال کرے (sphere) کی سطح ہے جس کا اگر نصف قطر $r = a$ ہے تو $x_1 = \theta$، $x_2 = \varphi$ لینے سے $ds^2 = a^2d\theta^2 + a^2\sin^2\theta\, d\varphi^2$ ہوتا ہے۔ اس لیے یہاں $g_{11} = a^2$، $g_{22} = a^2\sin^2\theta$، $g_{12} = g_{21} = 0$ ہوتا ہے چونکہ g_{22}، θ پر انحصار کرتا ہے اس لیے یہ فضا چپٹی نہیں ہوسکتی۔ ریمان کی جیومیٹری (Riemannian geometry) ایسی غیر چپٹی فضاؤں کی جیومیٹری ہوتی ہے۔ مخالف تغیری ویکٹر کو ہم U^μ اور ہم تغیری ویکٹر کو U_μ لکھ کر ظاہر کرتے ہیں۔ $g_{\mu\nu}$ اور $g^{\mu\nu}$ کی مدد سے ہم ایک کرسٹوفل رمز (Christoffel symbol) کی تعریف کرسکتے ہیں جسے $\left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\}$ سے ظاہر کرتے ہیں اور جو

$$\left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\} = \frac{1}{2} g^{\alpha\lambda} \left(\partial_\nu g_{\lambda\mu} + \partial_\mu g_{\lambda\nu} - \partial_\lambda g_{\mu\nu} \right)$$

سے دیا جاتا ہے۔ اس کی مدد سے ہم ایک نیا ٹینسر $R^\lambda_{\mu\nu\sigma}$ بناتے ہیں جسے انحنا ٹینسر

(curvature tensor) کہتے ہیں، یہ

$$R^{\lambda}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\nu \begin{Bmatrix} \lambda \\ \mu\nu \end{Bmatrix} - \partial_\mu \begin{Bmatrix} \lambda \\ \nu\sigma \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \lambda \\ \alpha\nu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \mu\sigma \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \lambda \\ \alpha\mu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \sigma\nu \end{Bmatrix}$$

سے دیا جاتا ہے۔ اس ٹینسر کے سکڑنے یعنی (contraction) سے متوازن رِکی ٹینسر (symmetric Ricci tensor) $R_{\sigma\mu}$ حاصل ہوتا ہے۔

(یعنی یہاں $\lambda = \nu$ ، $R_{\sigma\mu} = R^{\lambda}_{\sigma\mu\lambda} = R_{\mu\sigma}$ ہوتا ہے)

$R_{\sigma\mu}$ کی مزید سکڑن سے انحنا کا لاتغیر (invariant of curvature) $R = g^{\sigma\mu} R_{\sigma\mu}$ حاصل ہوتا ہے۔ ان ٹینسروں کی مدد سے ہم ایک آئینسٹائن ٹینسر (Einstein tensor) کی تعریف

$$\boxed{G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R}$$

سے کرتے ہیں۔ یہ وہ اکیلا ٹینسر ہوتا ہے جو

(1) نوعیت میں خالص جیومیٹریائی ہوتا ہے کیوں کہ یہ $g^{\mu\nu}$ اور اس کے پہلے اور دوسرے مشتقوں (second derivatives) سے ملا کر بنایا جاتا ہے۔ یہ $g_{\mu\nu}$ کے دوسرے مشتقوں میں خطی ہوتا ہے،

(2) یہ دوسرے رتبے کا اور متوازن ہوتا ہے (یعنی $G_{\mu\nu} = G_{\nu\mu}$ ہوتا ہے)، اور

(3) اس کا ہم تغیری تباعُد (covariant divergence) ہر حال میں صفر ہوتا ہے۔

(آخر الذکر کو $D^{\mu} G_{\mu\nu} = 0$ لکھ کر ظاہر کرتے ہیں جہاں D^{μ} مطلق اشتقاق کا رمز ہے۔)

$G_{\mu\nu}$ کی مدد سے اور بالخصوص $D^{\mu} G_{\mu\nu} = 0$ کی مدد سے ثقل کی میدانی معادلات وضع کی جاتی ہیں۔

سب سے پہلے ہم عام ہم تغیر کا اصول (principle of general covariance) لیتے ہیں۔ یہ اصول کہتا ہے کہ احداثیات کی عام تحویل کے تحت فطرت کے قوانین ہیئت کی حد تک

لامتغیر رہتے ہیں اس اصول کی تشفی طبیعیاتی مساوات کو ٹینسروں میں ظاہر کر کے ہو سکتی ہے۔

نیوٹن کے پہلے قانون حرکت کو یوں وسعت دی جاتی ہے کہ کہا جائے ایک آزاد ذرہ منحنی فضا۔ وقت میں ایک ثابت سرعت سے جیومیٹری کے جیوڈسک (geodesic) پر حرکت کرتا ہے جیوڈسک سے مراد منحنی فضا میں دو نقطوں کے درمیان چھوٹے سے چھوٹے فاصلے سے ہوتی ہے۔ جیوڈسک کی مساوات

$$\frac{d^2x^\sigma}{ds^2} + \left\{ {\sigma \atop \mu\nu} \right\} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

ہوتی ہے۔ مادہ-توانائی پھیلاؤ کے بیان کے لیے ایک کھنچاؤ-توانائی ٹینسر $T_{\mu\nu}$ کی تعریف $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$ اور $\partial_\nu T^{\mu}_{\nu} = 0$ سے کیجاتی ہے تب شرط $\partial_\nu T^{\mu}_{\nu} = 0$ عام طور سے میدان کی حرکت کی مساوات تک رہبری کرتی ہے۔ اس طرح ایک عام میدان نظریہ منحنی فضا میں وضع کیا جاسکتا ہے لیکن سوال اٹھتا ہے کہ فضا کا انحنا یعنی $g_{\mu\nu}$ کا x^α پر انحصار کس طرح ناپا جاتا ہے؟ اس کے لیے ہم حسب ذیل تساوی کا اصول وضع کرتے ہیں۔ "شدت g کے ثقلی میدان میں ساکن ایک نظام طبیعیاتی طور پر ثقل سے آزاد فضا میں واقع ایک ایسے نظام کے متساوی ہوتا ہے جو مخالف سمت میں ایک اسراع g سے اسراع پا رہا ہو" اس اصول کو ایوٹواس (Eötvos) نے 10^8 میں ایک کی درستگی سے صحیح بتایا تھا۔ بعد میں اسے ڈکے (Dicke) نے 10^9 میں ایک کی درستگی تک صحیح ثابت کیا۔ اس حد تک یہ اصول تجرباتی طور پر درست سمجھا جاسکتا ہے۔ اس کے بعد جیوڈسک مساوات کو ثقلی میدان میں نیوٹن کی مساوات یعنی

$$\frac{d^2x^\sigma}{dt^2} + \frac{\partial\varphi}{\partial x^\sigma} = 0$$

سمجھتے ہوئے بآسانی دکھایا جاسکتا ہے کہ

$$g_{44} = \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)$$

لے سکتے ہیں جہاں φ سے مراد اس نقطے پر واقع ثقلی پوٹینشیل ہوتا ہے!

جہاں تک ایک چپٹی منکاوسکی فضا کا تعلق ہے تو منحنی فضا۔ وقت جیومیٹری کے کسی غیر عجیب (non-singular) نقطے کے قرب وجوار میں واقع فضا کو منکاوسکی فضا سمجھا جاسکتا ہے جس طرح کہ وسیع سمندر کی سطح کا ایک چھوٹا سا حصہ بہرحال مستوی سمجھا جاسکتا ہے۔ ایک ثقلی میدان

میں آزادی سے رواں نظام ایک مقامی یا محلی جمودی نظام (local inertial system) کہلاتا ہے۔ اس طرح منکاوسکی جیومیٹری کو ایک منحنی فضا میں مقامی چپٹی فضا (local flat space) کہہ سکتے ہیں۔

ہم زیادہ تفصیل میں جانا نہیں چاہتے کیونکہ یہ کتاب عام نظریہ اضافیت کے بارے میں نہیں ہے۔ یہاں ہم فقط یہ بتا دینا چاہتے ہیں کہ ثقل کی آئینسٹائن مساوات

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi \kappa T_{\mu\nu}$$

سے دی جاتی ہیں جہاں κ ثقلی ثابت (gravitational constant) اور $T_{\mu\nu}$ مادہ یا کھنچاو توانائی ٹینسر ہے۔ یہ مساوات ہمیں بتاتی ہے کہ $T_{\mu\nu}$ یعنی مادہ۔ توانائی کا ایک پھیلاو دینے پر فضا کا انحنا یا $g_{\mu\nu}$ کس طرح دریافت کیا جا سکتا ہے۔ ان مساوات کو حل کیا جا سکتا ہے اور ذرات کے مدار اور لہروں کے پھیلاو کی تفتیش کر کے تجربات سے جانچا جا سکتا ہے۔ ثقلی لہروں (gravitational waves) پر آج کل کام ہو رہا ہے اور ان کی کوانٹم کاری کرنے کے بعد انہیں ثقلیوں (gravitons) کی اصطلاح میں بیان کیا جاتا ہے۔ ان کی عملی طور پر پیمائش ابھی باقی ہے۔

یہ دکھایا جا سکتا ہے کہ ایک کروی طور پر متوازن جسم جیسے سورج کے اطراف ds^2 کو

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta \, d\phi^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2$$

یا

$$ds^2 = \left(\frac{1 - \frac{M}{2r}}{1 + \frac{M}{2r}}\right)^2 dt^2 - \left(1 + \frac{M}{2r}\right)^4 \left(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\phi^2\right)$$

سے دیا جا سکتا ہے جہاں M سے مراد اس جسم کی کمیت ہوتی ہے۔ ان فارمولوں کو علی الترتیب شوارزچائیلڈ (Schwerzchild) کے ہر طرف غیر مساوی (non-isotropic) اور ہر طرف مساوی (isotropic) لکیر عنصر کہتے ہیں (یہاں $G = c = 1$ مفروض ہے) اس میٹرک کی مدد سے مثلاً سیاروں کے مدار کا اندازہ لگایا جا سکتا ہے اور نقطۂ حضیض کے بڑھاو کا حساب لگایا جا سکتا ہے۔ عطارد کے کیس میں یہ نظریہ بالکل وہی مقدار نقطۂ حضیض کے بڑھاو کی دیتا ہے جو مشاہدہ ہوتی ہے۔ یہ اس نظریے کے صحیح ہونے کا ایک اہم ثبوت ہے۔

اسی طرح روشنی کے مڑاو کا حساب بھی جیوڈیسک مساوات کے ذریعے $ds = 0$ لے کر کیا جا سکتا ہے۔ یہاں بھی نظریہ اور مشاہدہ پوری طرح مطابقت میں ہیں۔ یہ نظریے کے صحیح ہونے کا

دوسرا اہم ثبوت ہے۔

اس کے علاوہ $ds^2 = e^{-2\alpha} dt^2 = dt'^2$ لے کر بتایا جا سکتا ہے کہ ثقلی میدان کی موجودگی میں طیفی لکیروں میں ایک ہٹاو $\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\varphi}{c^2}$ ہوتا ہے جو $\frac{\gamma \Delta h}{c^2}$ ہونے کے ناطے $\Delta h = 10m$ کے لئے فقط 10^{-15} ہوتا ہے (γ، ثقلی ثابت ہے) تاسبا ور اثر سے اس ہٹاو کو ناپا گیا اور فارمولے کو درست ثابت کیا گیا ہے۔ یہ نظریہ اضافیت کا ایک اور اہم ثبوت ہے۔ ثقلی میدان میں لال ہٹاو کا ہونا عام اضافیت کے نظریے کی ایک اہم خصوصیت ہے۔ یہ بات کہ ایسا واقعی ہوتا ہے ہمیں ثقل سے متعلق تمام چپٹی فضاؤں کے نظریوں کو رد کر دینے پر مجبور کر دیتی ہے!

اس کے علاوہ اور اثرات بھی ہیں جیسے لینز۔ تھرنگ اثر (Lense-Thirring effect)، یا ثقلی اشعاع یا ثقلی لہروں (gravitational waves) کی پیمائش، یا روشنی کے پھیلاو کے ہر سمت ایک ہونے کی بابت تجربے وغیرہ جن سے عام نظریہ اضافیت کی جانچ کی جا سکتی ہے۔ اس بابت مناسب درستگی سے پیمائشیں کرنے کی کوششیں جاری ہیں اور جہاں کچھ ترقی ہوئی ہے نتائج عام اضافیت کی تصدیق کرتے معلوم ہوتے ہیں!

جہاں تک میدان مساوات اور جیوڈیسک مساوات میں رابطے کا تعلق ہے، عام طور سے خیال کیا جاتا ہے کہ توانائی کے چھوٹے ترکزوں (concentrations) کی حد تک میدان مساوات، براہ راست، جیوڈیسک مساوات کی نشاندہی کرتی ہیں۔

اضافیتی کونیاتی نظریے

آخر میں ہم دو دلچسپ باتوں کا ذکر کر دینا چاہتے ہیں۔ ایک تو اضافیاتی کونیاتی نظریوں (relativistic cosmological theories)، اور دوسرے جیومیٹریائی قویات (geometrodynamics) کے بارے میں۔

عام اضافیت کے نظریے کی رو سے جب بھی مادے کا ایک پھیلاو دیا گیا ہو تو فضا ۔ وقت کی ایک ساخت دریافت کی جا سکتی ہے۔ اس لیے اگر کائنات (universe) میں مادے کے اوسط پھیلاو کو میدان مساوات میں داخل کیا جائے تو کل کائنات کی اوسط فضا ۔ وقت ساخت دریافت کی جا سکتی ہے۔ مشاہدہ بتاتا ہے کہ

(۱) اوسطاً کائنات میں مادہ ہموار طور پر تقریباً $\rho \sim 10^{-27} gm/cm^3$ کی کثافت سے پھیلا ہوا ہے،

(2) جہاں ہم ہیں وہاں سے (یعنی نظامِ شمسی سے) کائنات بڑے پیمانے پر بڑی حد تک ہر سمت میں ایک جیسی معلوم ہوتی ہے،

(3) دور دراز کے دھندلکوں (nebulae) سے آنے والی روشنی ہم کو (طے شدہ فاصلے کے تناسب سے) لال رنگ کی طرف ہٹی ہوئی معلوم ہوتی ہے جہاں ہٹاو کا قانون

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = KT \ , \ K = 6\times10^{-28}\ cm^{-1}$$

سے دیا جاتا ہے، اور

(4) تابکاری پیمائشوں (radioactive measurements) سے ظاہر ہوتا ہے کہ زمین کی اوپری پرت کی چٹانیں کم از کم 3.5 تا 4 ارب سال پرانی ہیں۔ یعنی کائنات 4 ارب سال سے زیادہ قدیم ہے۔ ایک اندازے کے مطابق یہ 10 ارب سال سے زیادہ قدیم ہے۔

آئینسٹائن مساوات میں ایک کونیاتی ثابت (cosmological constant) Λ داخل کیا جا سکتا ہے جس کے معنی یہ ہوتے ہیں کہ مادے کے عدم وجود کی صورت میں کائنات ہر جگہ ایک ثابت انحنا $R = 4\Lambda$ کی حامل ہوتی ہے۔ Λ صفر بھی ہو سکتا ہے، منفی بھی، مثبت بھی۔ اس طرح

$$8\pi K\, T_{\mu\nu} = R_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu}^{\nu} R + \Lambda$$

میں Λ کی مختلف قدریں لے کر $T_{\mu\nu}$ کے مختلف امکانات کے ساتھ شامل کر کے کائنات کے مختلف ماڈل زیرِ بحث لائے جا سکتے ہیں۔ اس طرح آئینسٹائن کائنات میں

$$ds^2 = dt^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 - \frac{dr^2}{(1 - r^2/R^2)}$$

لیا جاتا ہے اور ڈی سٹر کی کائنات میں

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) dt^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 - \frac{dr^2}{(1 - r^2/R^2)}$$

لیا جاتا ہے[1]

بونڈی (Bondi) اور گولڈ (Gold) نے تجویز کیا کہ کائنات ہر جگہ، ہمیشہ، ہر سمت میں ایک جیسی ہونی چاہیے۔ یہ اسی وقت ہو سکتا ہے جب پھیلتی ہوئی کائنات میں مادہ مسلسل تخلیق ہوتا

---

[1] کہا جا سکتا ہے کہ آئینسٹائن ماڈل کی رو سے کائنات کی شکل ایک چار بعدی کرے کی سی ہے جس کا نصف قطر تقریباً 3.5×10^{10} نوری سال ہے۔ اس کی تصدیق بہت سے مشاہدات سے بھی ہوتی ہے اور یہ ماڈل لال سرکاؤ (red shift) بھی دیتا ہے۔

رہے۔ ایسی صورت کو

$$ds^2 = dt^2 - e^{2kt}(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

سے بیان کرتے ہیں۔ ہوئیل (Hoyle) نے آئینسٹائن کی میدان مساوات میں تخلیق کی ایک شرح dT^{44}/dt تجویز کر کے مذکورہ بالا لکیر عنصر کو اخذ کیا تھا۔ اس لکیر عنصر سے بیان شدہ کائنات ساکن (static) یا وقت کے ساتھ بدلتی (time. varying) کائناتوں کے برمقابل مستقر حالت والی (steady state) کائنات کہلاتی ہے۔ حال کے تجربے بتاتے ہیں کہ شاید مستقر حالت والی کائنات کا ماڈل درست نہیں ہے۔ اس کے برخلاف یہ زیادہ صحیح ہے کہ کائنات ایک خاص لمحۂ وقت پر ایک زوردار دھماکے کے ساتھ شروع ہوئی اور تب سے اب تک مسلسل پھیل رہی ہے۔ اسے بڑے دھماکے کا نظریہ (big bang theory) کہتے ہیں[1]۔ اس کے ثبوتوں میں سے ایک اہم تجرباتی ثبوت 1965ء کے اطراف دریافت ہونے والا ہر سمت میں ایک جیسا دقیق لہر (microwave) پس منظری (background) اشعاع ہے جس کا درجۂ حرارت (temperature) اب فقط $3°K$ کے لگ بھگ رہ گیا ہے۔ یہ اشعاع کائنات کی اولین تخلیق کے دھماکے کے آثار میں سے ہے اور ناپا جا چکا ہے۔ اس لیے آجکل یہی کہنا زیادہ درست مانا جاتا ہے کہ کائنات ایک خاص لمحۂ وقت پر شروع ہوئی۔

جیومیٹروڈینامکس

(geometrodynamics) جیومیٹروڈینامکس کی بنیاد یہ ہے کہ شحنہ وغیرہ قسم کے طبعی خواص فضا ۔ وقت جیومیٹری کی متعدد رابطگی (multiple-connectedness) یا دیگر اور ٹوپالوجیکل (toplogical) خواص سے ظاہر کیے جا سکتے ہیں۔ اس زاویۂ فکر کے مطابق فزکس بنیادی طور پر جیومیٹری ہے۔

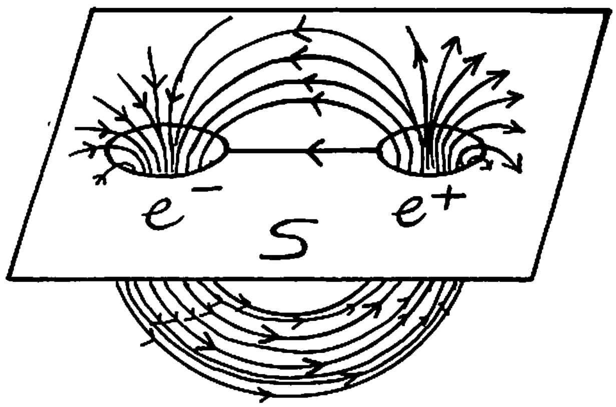
جہاں تک برق مقناطیسیت کا تعلق ہے وہیلر اور مسنر (Wheeler and Misner) اور اس سے قبل رینچ (Rainnch) نے بتایا تھا کہ آئینسٹائن ٹینسر (Einstein tensor) کو ایسی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے کہ وہ رسمی طور پر اسی ساخت والا ہو جاتا ہے جو برق مقناطیسی کھنچاؤ توانائی ٹینسر $T_{\mu\nu}$ کی ہوتی ہے۔ اس طرح

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 2 f_{\mu\sigma} f_{\nu}^{\ \sigma} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} f_{\sigma\tau} f^{\sigma\tau}$$

---

[1] اس نظریے کے مطابق کائنات کی عمر دس تا بیس ارب سال ہے۔

میکسویل مساوات حاصل ہوتی (source free) لکھا جا سکتا ہے جس سے ماخذ سے آزاد ہیں کیونکہ آئینسٹائن ٹینسر کو ہر حال میں صفر ہونا ہوتا ہے۔ چونکہ یہ میدانات ماخذ کی بنا ہوتے ہیں اس لیے ایک نئی چیز تجویز کی جاتی ہے۔ مثلاً شکل (16) کو لیجیے (اسے کیچوے کے سوراخوں" (worm holes) والی شکل کی ایک مثال کہتے ہیں) یہ ایک دو بعدی ٹیوب ہے۔ کہیں بھی کوئی ماخذ نہیں ہے لیکن سطح S سے ایسا معلوم ہو سکتا ہے کہ ٹیوب دو مخالف شحنہ والے ماخذوں کی وجہ سے واقع ہوتی ہے۔ اس تمثیل سے



شکل (16) برقیے اور مثبتیے کو بیان کرنے کے لیے ایک متعدد رابطگی والا منطقہ

فائدہ اٹھا کر کہا جاتا ہے کہ ماخذ، فضا ۔ وقت کے متعدد رابطگی والے منطقے (multiply connected regions) ہوتے ہیں۔ اس زاویۂ نگاہ کی دوسرے میدانوں تک وسعت ابھی ابتدائی مراحل میں ہے اس لیے اس پر مزید کچھ کہنا پیش از وقت ہے سوائے اس کے کہ یہ مجموعی طور پر تمام طبعی خصوصیات کو جیومیٹریائی خصوصیات سے بیان کرنے کی کوشش کرتا ہے۔

علم النجوم (astrophysics) کے بعض جدید اہم مشاہدات جیسے کوئیزرز (quasars) اور کالے سوراخوں (black holes) کے سمجھنے میں عام نظریہ اضافیت سے کافی مدد ملی ہے۔ یہ میدان دن بدن ترقی پر ہے اور مزید تحقیق جاری ہے۔

چونکہ یہ کتاب خاص نظریۂ اضافیت کے بارے میں ہے اس لیے اس میں عام نظریۂ اضافیت پر بہت زیادہ بحث یہاں مناسب نہیں۔ اس کے علاوہ بعض اور باتوں جیسے متحدہ میدان نظریے (unified field theory)، جیومیٹری کی کوانٹم کاری (quantization of geometry) یا ماخ کے اصول (Mach's principle) پر بحث اس لیے شامل کرنا غیر ضروری ہے کہ ان پر تجرباتی تصدیق ابھی واضح نہیں ہو سکی ہیں۔ ہم نے اضافیاتی حرحرکیات (thermodynamics) کو بھی نظر انداز کر دیا کیونکہ ہم نے زیادہ تر مائیکروسکوپی (microscopic) پیمانے کی طبیعیات پر بحث کی ہے۔ اس کے علاوہ ابتدائی ذرات اور تشتت رابطوں (dispersion relations) پر زیادہ تفصیلی بحث ہوتی تو یہ ہمیں اصلی موضوع سے دور ہٹا لے جاتی۔ اس لیے ہم اس امید پر یہ تصنیف ختم کرتے ہیں کہ ایک سنجیدہ قاری کے لیے اب یہ ممکن ہونا چاہیے کہ یہ اور اس طرح کے اور معاملات پر اگر وہ چاہے تو زیادہ گہرائی میں جا کر مطالعہ کر سکتا ہے۔

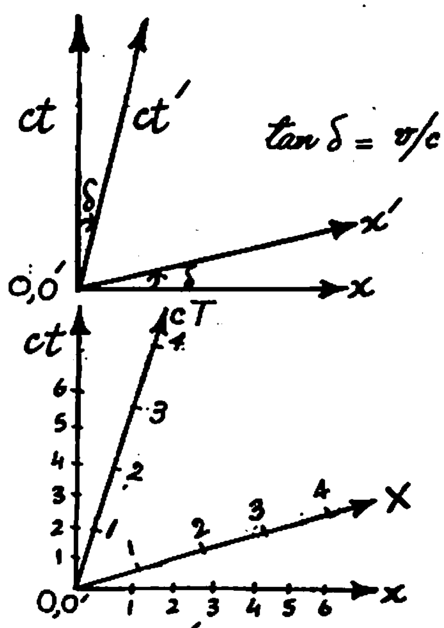
ضمیمہ ۱

فضا ۔ وقت شکلیں

(Space-Time Diagrams)

فضا ۔ وقت شکلوں کا مقصد فضا ۔ وقت میں واقعات کو اس طرح ظاہر کرنا ہوتا ہے کہ تحویلی مساوات کے اثرات کو محض جیومیٹری کے اصولوں سے اخذ کیا جا سکے۔ شروع میں دو طرح کی فضا ۔ وقت شکلیں استعمال ہوئیں۔

(۱) منکاوسکی شکل (Minkowski diagram) اور (2) مرکب گھماو شکل (complex rotation diagram)۔ منکاوسکی شکل کو حسب ذیل شکل سے ظاہر کر سکتے ہیں:-

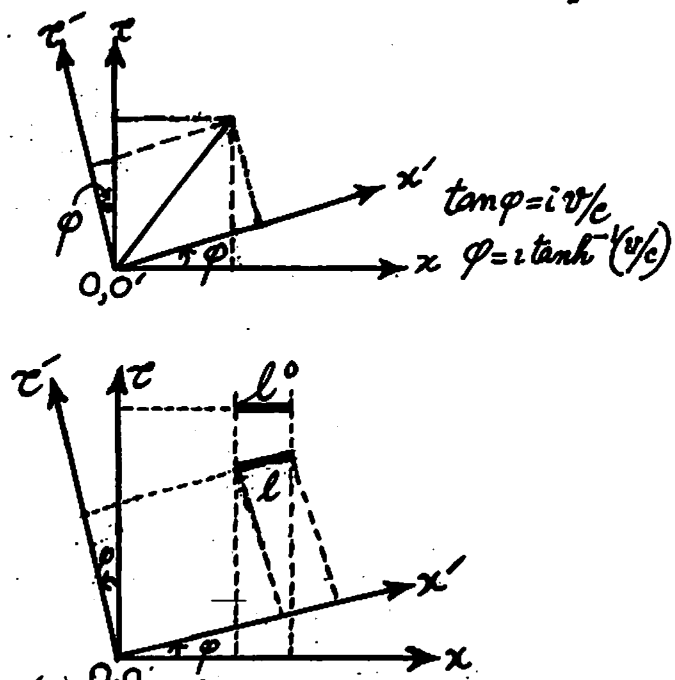


شکل (17) منکاوسکی شکل

(Minkowski Diagram)

اس شکل میں $ds'^2 \doteq ds^2$ لینے کے لیے ضروری ہوتا ہے کہ ایک اسکیل عامل (scale factor) استعمال کیا جائے۔ اس لیے $X=\sqrt{\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}}\,x$ اور $cT=\sqrt{\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}}\,ct$ لیتے ہیں اور اس طرح چونکہ $\beta = v/c$ ہے تو (X, cT) محوروں پر اکائیاں (x, ct) محوروں کی بہ نسبت زیادہ دور دور لی جا سکتی ہے۔ منکاوسکی شکل کی ایک خامی یہ ہے کہ اگرچہ دو جمودی مشاہدوں کے مابین کوئی طبیعیاتی فرق نہیں ہوتا لیکن منکاوسکی شکل میں نہ صرف ہر جمودی مشاہد کی اسکیل الگ ہوتی ہے بلکہ فقط عمودی محوروں والا مشاہد ہی ایسا ہوتا ہے جس کی اسکیل v پر انحصار نہیں کرتی۔ غالباً منکاوسکی کا ہائپربولا (hyperbola) کے ذریعے احداثیات ناپنے کا طریقہ جو اس شکل کے ساتھ استعمال ہوتا ہے، اس شکل کو مقبول بنانے میں کارآمد ہو سکا۔

مرکب گھماؤ شکل بھی منکاوسکی ہی نے سب سے پہلے پیش کی تھی۔ اسے ہم شکل ذیل میں دکھاتے ہیں:—



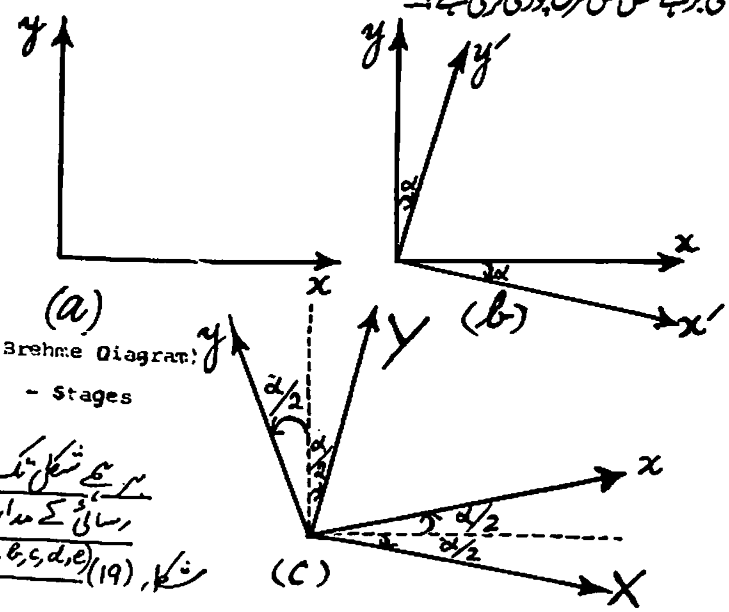
شکل (18) مرکب گھماؤ شکل

(Complex Rotation Diagram)

یہاں ہم $\tau = ict$ لیتے ہیں جہاں $i = \sqrt{-1}$ ہے۔ اس شکل کے استعمال میں جو مشکلات ہوتی ہیں ان کا تعلق τ کے خیالی لینے اور زاویے φ کے خیالی ہونے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہیں۔ اوپری شکل میں ایسا لگتا ہے کہ چونکہ $l = l^{0} \cos\varphi$ ہے تو l^{0} بمقابلے l کے کم ہے، لیکن در اصل چونکہ یہاں φ خیالی ہے تو اس لیے $\cos\varphi > 1$ ہے تو اس لیے l^{0} دیکھنے میں l سے چھوٹا ہونے کے باوجود دراصل بڑا ہوتا ہے۔ اس وجہ سے اس شکل کی توجیہہ میں کافی احتیاط کی ضرورت ہوتی ہے۔ شروع شروع میں اس شکل کا استعمال کافی ہوا لیکن مذکورہ بالا مشکل کے سبب اس کا استعمال کم ہوتا جا رہا ہے۔

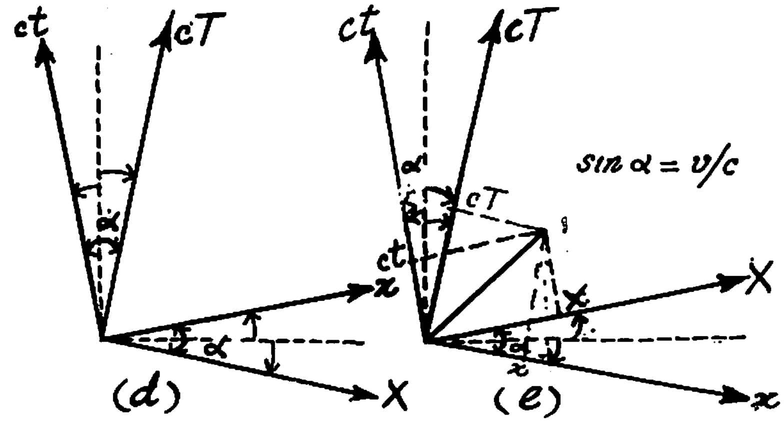
1948ء میں لیوڈل (Loedel) نے ارجنٹینا کے سائنس کے ایک رسالے میں ایک اور طرح کی شکل کی تجویز پیش کی [47] لیکن اس کا استعمال کثرت سے 1955ء کے بعد ہی شروع ہوا جب عمر (Amar) نے اسے ایک امریکی رسالے میں خود سے کام کرتے ہوئے شائع کیا [48]۔

اس شکل کو لیوڈل شکل (Loedel diagram) کہتے ہیں۔ 1961ء میں لیوڈل اور عمر کے کام سے بے خبر ایک آر۔ ڈبلیو۔ بریہے (Brehme) نے ایک اور طرح کی شکل تجویز کی جسے بریہے شکل (Brehme diagram) کہتے ہیں [49]۔ ان سب میں سے لیوڈل شکل ہی زیادہ کارآمد ثابت ہو رہی ہے۔ حسب ذیل شکل میں یہ دکھایا گیا ہے کہ $X^2 - c^2T^2 = x^2 - c^2t^2$ کی اہم شرط کی تشفی بریہے شکل کس طرح پوری کرتی ہے:۔



(Brehme Diagram) - Stages

بریہے شکل تک رسائی کے مدارج (a, b, c, d, e) (19) شکل

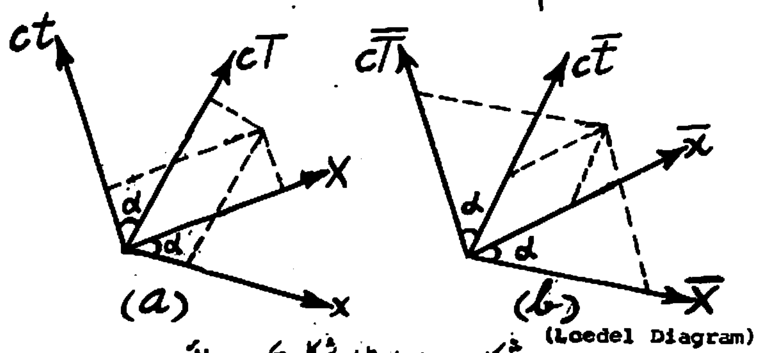


شکل (19) بریہمے شکل تک رسائی کے مدارج (جاری)

(Brehme Diagram) - Stages

جبکہ اوپری شکل میں (d) یہ بہ آسانی دیکھا جاسکتا ہے کہ $X^2+c^2T^2=x^2+c^2t^2$ ہے وہاں اسی سہولت سے (e) میں دیکھا جاسکتا ہے کہ اب $X^2+c^2t^2=x^2+c^2T^2$ ہوگا یعنی $(x^2-c^2t^2)=(X^2-c^2T^2)$ ہوگا جیسا کہ ہونا چاہیے۔ جہاں (d) میں α محورات کا ایک گھماؤ دیتا ہے، وہاں (e) میں α کی اہمیت یہ ہے کہ $c \sin\alpha$ دو جوڑی نظاموں کے مابین نسبی سرعت v کا اظہار ہے۔

لیوڈل شکل کو ہم بریہمے شکل سے حسب ذیل طریقے سے حاصل کرسکتے ہیں۔



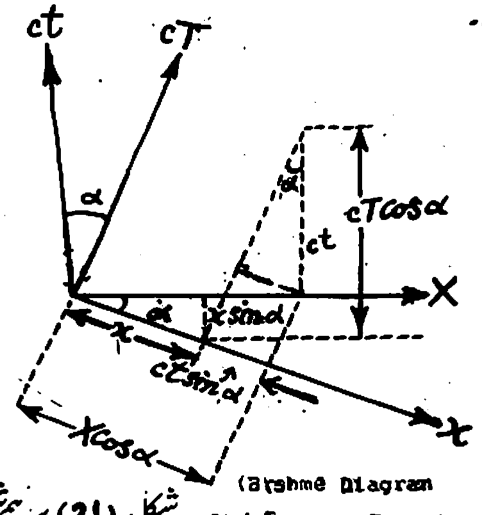
شکل (20) لیوڈل شکل تک رسائی

(Loedel Diagram) - Stages

چونکہ $x = \bar{x} \cos\alpha$ ، $ct = c\bar{t}\cos\alpha$ ، $X = \bar{X}\cos\alpha$ اور $cT = c\bar{T}\cos\alpha$ ہے تو اس لئے $c^2\bar{t}^2 - \bar{x}^2 = c^2\bar{T}^2 - \bar{X}^2$ ہے جیسا کہ ہونا چاہیے۔

بریہے شکل اور لیوڈل شکل بہت کچھ ملتی جلتی شکلیں ہیں۔ بریہے شکل کے استعمال میں البتہ کچھ مشکلیں ہیں ایک ایسے مشاہد کی دنیا لکیر (world line) جو (x, ct) نظام کے مرکز پر ساکن ہے cT محور کے ساتھ ساتھ ہوتی ہے لیکن خود ct مشاہد کے وقت کے وقفے دنیا لکیر کے مناسب نقطوں سے ct محور پر تاکہ cT محور پر عمود گرا کر معلوم کرتے ہوتے ہیں! اس طرح بریہے شکل میں بمقابلہ لیوڈل شکل کے مزید ضمنی (auxiliary) لکیریں اتارنی پڑتی ہیں جس سے پیچیدگیاں بڑھ جاتی ہیں۔ گڑبڑ کی بنیادی وجہ یہی ہوتی ہے کہ دنیا لکیر تو ایک محور پر ہی جاتی ہے لیکن اس کا پیمانہ (measure) دوسرے محور پر ہوتا ہے! واقعہ یہ ہے کہ جہاں لیوڈل شکل مخالف تغیری ویکٹروں (contravariant vectors) کے دکھانے کے لیے موزوں ہوتی ہے وہاں بریہے شکل ہم تغیری ویکٹروں (covariant vectors) کے بیان کے لیے زیادہ موزوں ہوتی ہے۔ چونکہ عام فضا میں ایک قدم مخالف تغیری ویکٹر سے بیان کیا جاتا ہے اس لیے عام طور سے لیوڈل شکل ہی زیادہ موزوں شکل ثابت ہوتی ہے۔

فضا۔ وقت شکلوں کے استعمال کی ایک مثال حسب ذیل بریہے شکل سے لورنز تحویل کو اخذ کرنا ہے۔



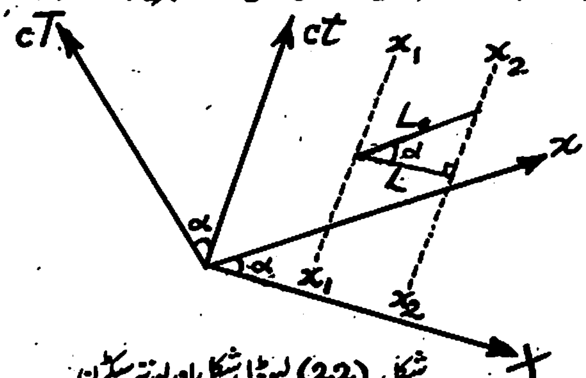
شکل (21) بریہے شکل اور لورنز تحویل (Brehme Diagram and Lorentz Transformation)

اوپری شکل سے بالراست

$$x + (\sin\alpha)\, ct = (\cos\alpha)\, X$$

$$(\sin\alpha)\, x + \quad ct = (\cos\alpha)\, cT$$

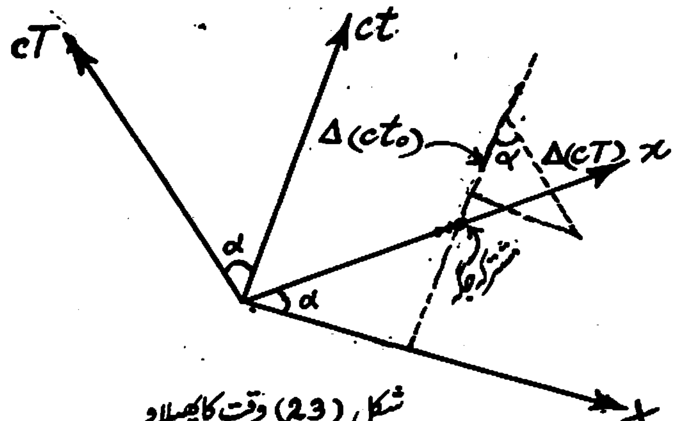
حاصل ہوتا ہے جو چونکہ $\sin\alpha = (v/c)$ ہے تو اس لیے خاص لورنٹز تحویل ہی کا ایک بیان ہے۔
اسی طرح لورنٹز سکڑن کو حسب ذیل لیوڈل شکل سے ظاہر کیا جا سکتا ہے:



شکل (2.2) لیوڈل شکل اور لورنٹز سکڑن

(Loedel Diagram and Lorentz Contraction)

اوپری شکل سے ظاہر ہے کہ $L = L_0 \cos\alpha$ ہے جو $\sin\alpha = (v/c)$ کے مدنظر محض لورنٹز
سکڑن کا ایک بیان ہے۔ وقت پھیلاو کے لیے حسب ذیل شکل ہوتی ہے:

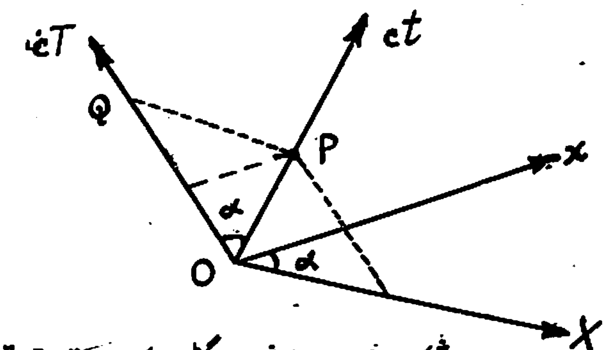


شکل (2.3) وقت کا پھیلاو

(Loedel Diagram and Time Dilation)

اوپری شکل سے $\Delta(ct_0) = \Delta(cT)\cos\alpha$ حاصل ہوتا ہے (جبکہ ایک ہی جگہ دو واقعات ہوتے باور کیے جاتے ہیں) یہ وقت کے پھیلاؤ کا بیان ہے کیوں $\sin\alpha = (v/c)$ ہے۔

گھڑی کے متعلق قول متناقص یا جڑواں بھائیوں کے مسئلے کے لیے حسب ذیل لیوڈل شکل دی جاتی ہے:۔

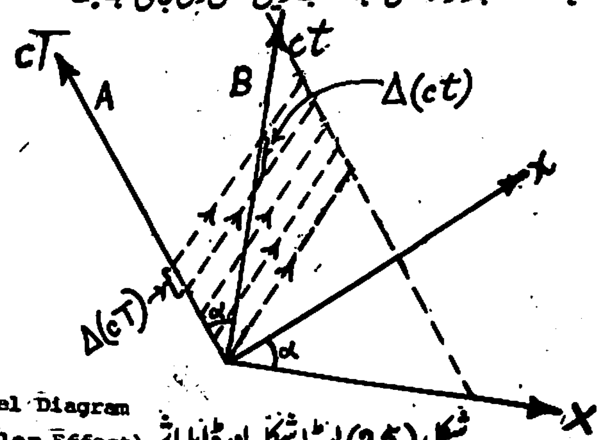


شکل (24) لیوڈل شکل اور گھڑیوں کی بابت قول متناقص

(Loedel Diagram and Clock Paradox)

اس شکل میں دکھایا گیا ہے کہ ایک جڑواں (cT, X) نظام میں ساکت رہتا ہے، دوسرا سرعت $v = \sin\alpha$ سے چل کر P تک جاتا ہے اور پھر پلٹ کر سرعت $(-v)$ کے ساتھ واپس پہلے جڑواں کی طرف آتا ہے جس سے وہ Q پر پھر ملتا ہے۔

جہاں تک ڈاپلر اثر کا تعلق ہے حسب ذیل شکل دی جاتی ہے:۔



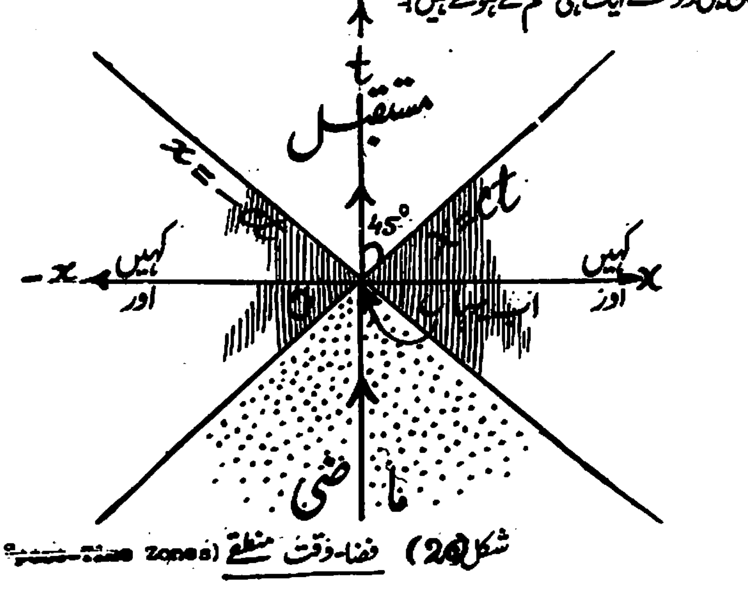
(Loedel Diagram and Doppler Effect) شکل (25) لیوڈل شکل اور ڈاپلر اثر

مذکورہ بالا شکل سے واضح ہے کہ $\Delta(cT) = k\Delta(ct)$ ہے جہاں

$\alpha = \sin^{-1}(v/c)$ ، $\beta = v/c$ ، $k = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ ہے ،

جبکہ A جو (X, cT) نظام میں ساکن ہے ہر $\Delta(cT)$ وقفے بعد روشنی کا سگنل بھیج رہا ہے جو 'B جو (x, ct) میں ساکن ہے ہر $\Delta(ct)$ وقفے سے ریسیو کرتا ہے A'B سے سرعت v سے دور ہو رہا ہے۔ اس طرح یہ سہولت ڈاپلر اثر کا اضافیتی فارمولا دستیاب ہوجاتا ہے۔ [50]

جیسا کہ پہلے کہا جا چکا ہے فضا۔ وقت تسلسل (space-time continuum) کے لیے دُنیا (world) کا لفظ استعمال کیا جاتا ہے۔ اس فضا۔ وقت میں کسی نقطے کو دنیا نقطہ (world point) کہتے ہیں اور کسی نقطہ نما شئے کی لکیر کو اسی اعتبار سے دنیا لکیر (world line) کہتے ہیں۔ دنیا لکیریں Ot محور کے ساتھ زیادہ سے زیادہ زاویہ یعنی 45° اس وقت بناتی ہیں جب $v = c$ ہوتا ہے اور تب انھیں روشنی لکیریں (light lines) کہا جاتا ہے۔ $x = ct$ اور $x = -ct$ کی دو لکیریں جو مجموعا $(x^2 - c^2t^2) = 0$ سے بیان کی جاسکتی ہیں حسب ذیل شکل کی طرح فضا۔ وقت کو چار حصوں میں تقسیم کر دیتی ہیں جن میں دو دو حصے ایک ہی قسم کے ہوتے ہیں۔



شکل (26) فضا۔وقت منطقے (Space-Time Zones)

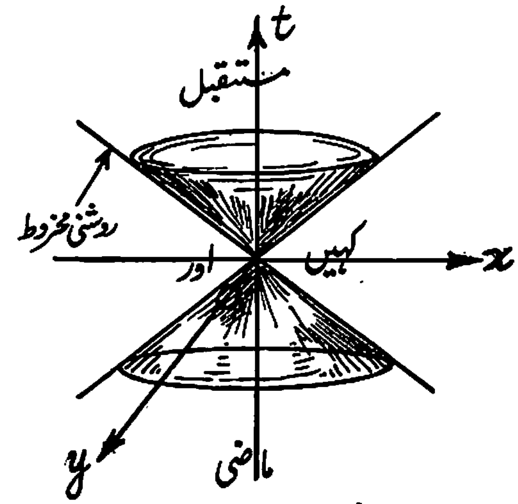
یہ منطقے یا خطے حسب ذیل ہیں:—

(1) ماضی جہاں $(x^2 - c^2 t^2)$ منفی ہوتا ہے اور t بھی منفی ہوتا ہے،

(2) مستقبل جہاں $(x^2 - c^2 t^2)$ تو منفی ہوتا ہے لیکن t مثبت ہوتا ہے اور

(3) کہیں اور جہاں $(x^2 - c^2 t^2)$ مثبت ہوتا ہے۔

اگر بجائے ایک فضائی احداثیے x کے دو فضائی احداثیے x اور y لیتے تو بجائے روشنی لکیروں کے روشنی مخروط (light cone) پاتے جیسا کہ ذیل کی شکل سے واضح ہے:—



شکل (2.7) روشنی مخروط (Light Cone)

جو دنیا لکیریں یا سطحیں Ot سے 45° سے کم کا زاویہ بناتی ہیں وقت نما (time-like)، جو 45° سے زیادہ کا زاویہ بناتی ہیں فضا نما (space-like) اور جو ٹھیک 45° درجے کا زاویہ بناتی ہیں روشنی نما (light-like) کہلاتی ہیں۔ نظریہ اضافیت کی رو سے چونکہ اطلاعات کسی ایک جگہ سے دوسری جگہ c سے زیادہ تیز رفتار سے نہیں بھیجی جا سکتیں تو اس لیے فضا نما اطلاعاتی سگنلوں کی اجازت نہیں ہوتی۔ کسی خالص فضا نما دنیا لکیر سے جڑے دو واقعات کے درمیان اطلاعات کا کوئی ذریعہ نہیں ہو سکتا۔ اسی لیے O پر واقع مشاہد کو منطقے میں ٹھیک $t = 0$ پر ہونے والے کسی واقعے کی بابت کہیں اور کا نام دیا گیا ہے خود $t = 0$ پر کوئی معلومات

ایسی نہیں رکھ سکتا جو بالراست اس تک پہنچی ہوں۔

اس بات کو ظاہر کرنے کے لیے کہ کوئی شئے ج سے زیادہ سرعت سے نہیں چل سکتی لبسا اوقات حسب ذیل مزاحیہ منظوم ٹکڑا دہرایا جاتا ہے تاکہ نظریہ اضافیت کے مطابق ج سے زیادہ رفتار کے ہونے پر علیت (causality) کے اصول کس طرح رد ہوتی ہے اسے دکھایا جا سکے۔

There was a young lady called Bright
Who could travel much faster than light
She went out one day
In a relative way
And came back the previous night

ضمیمہ (2)

کچھ عام بنیادی باتیں

یہاں ہم کچھ ایسی بنیادی باتیں بتا دینا چاہتے ہیں جنکا راست تعلق نظریہ اضافیت سے تو نہیں لیکن جو نظریہ اضافیت کو سمجھنے کیلئے ایک معاون پس منظر ثابت ہو سکتی ہیں۔

سب سے پہلے ہمیں معلوم ہونا چاہیے کہ یہ زمین جس پر ہم رہتے بستے ہیں نظام شمسی (solar system) کا ایک سیارہ (planet) ہے جیسے عطارد (mercury) زہرہ (venus) مریخ (mars) مشتری (jupiter) زحل (saturn) یورانس (uranus) نیپچون (neptune) اور پلوٹو (pluto) دیگر سیارے ہیں۔ حال میں زحل اور مشتری کے درمیان نظام شمسی کا ایک اور ممبر دریافت ہوا ہے جس کے لیے جیرون (chiron) کا نام تجویز کیا گیا ہے۔ سورج میں زمین کی 3 29 390 کمیتوں (masses) کے برابر کمیت ہے اور سورج کی سطح پر کشش ثقل (gravitational attraction) زمین کے مقابلے 28 گنا ہے۔ نظام شمسی کی تفصیل جدول (3) (table) میں دی گئی ہے۔

بڑے اجسام ابتدائی ذرّوں (elementary particles) سے مل کر بنے ہیں۔ اگر فقط ذاتی ثقلی قوت (self gravitation) کو ہی اعتبار (consider) کیا جائے تو اگر کسی بڑے جسم میں 10^{54} یا کم تعداد میں مستقر (stable) ابتدائی ذرے ہوں تو ایسا بڑا جسم یوں خود روشن تارہ (self luminous star) نہیں ہو سکتا۔

جدول (3) نظام شمسی (Solar System)

سیارہ	عطارد	زہرہ	زمین	مریخ	مشتری	زحل	یورانس	نیپچون	پلوٹو
اوسط قطر (a) (کیلومیٹروں میں)	5,000	12,400	12,742	6,870	139,760	115,100	51,000	50,000	12,700
(b) بطور زمینی قطر کی کسر	0.39	0.973	1.000	0.532	10.97	9.03	4.00	3.90	0.46
حجم (زمینی حجموں میں)	0.06	0.92	1.00	0.15	1,318	736	64	39	0.10
کمیت (زمینی کمیتوں میں)	0.04	0.82	1.00	0.11	318.3	95.3	14.7	17.3	1.0
کثافت (زمینی کثافتوں میں)	0.69	0.89	1.00	0.70	0.24	0.13	0.23	0.29	؟
اوسط کثافت (گرام فی مکعب سینٹی میٹر میں)	3.8	4.86	5.52	3.96	1.33	0.71	1.26	1.6	؟
سطحی ثقل (زمینی سطحی ثقل میں)	0.27	0.86	1.00	0.37	2.64	1.17	0.92	1.44	؟

(Soar System) - continued جدول (3) جاری

سیارہ	عطارد	زہرہ	زمین	مریخ	مشتری	زحل	یورانس	نیپچون	پلوٹو
دن کی لمبائی (زمینی دنوں میں)	58.6 دن	30 دن	1 دن	1 دن 37 منٹ 23 سکنڈ	9 گھنٹے 55 منٹ	10 گھنٹے 38 منٹ	10.7 گھنٹے	15.8 گھنٹے	؟
دوران (زمینی دن)	87.97	224.70	365.26	686.98	4,332.59	10,759.2	30,685.93	60,187.64	90,885
سطح کا زیادہ سے زیادہ ٹمپریچر ($^{\circ}K$ میں)	700	700	350	320	153	138	110 (؟)	90 (؟)	80 (؟)
سورج سے فاصلہ (10^6 کیلومیٹروں میں)	58	108	149	228	778	1426	2869	4495	5900

چاند کی کمیت 0.01228 زمینی کمیتوں کے مساوی، اوسط کثافت 3.36، اوسط قطر 3,476 کیلومیٹر، سطحی ثقل 0.17 زمینی سطحی ثقلوں کے برابر اور اس کا زمین سے فاصلہ 38×10^4 Km ہے۔

ایک خود روشن تارے میں اسی اعتبار سے 10^{55} تا 10^{59} مستقر ابتدائی ذرے پائے جاتے ہیں۔ مستقر ابتدائی ذروں میں نوریے (photons)، برقیے (electrons) نیوٹرینوز (neutrinos) اولیے (protons) اور ان کے مخالف ذروں (anti particles) وغیرہ کا شمار ہوتا ہے۔ معتادلہ (neutron) آزاد حالت میں غیر مستقر (unstable) ہوتا ہے مگر مقید حالت (bound state) میں یہ عملی طور پر ایسی تشکیل دیتا ہے جسکے اوسط خواص مستقر کہے جا سکتے ہیں۔ غیر مستقر ذروں میں میئو (mu)، پائی (pi)، کے (kay)، لیمبڈا (lambda)، سگما (sigma)، زائی، (xi) اور اومیگا (omega) ذرات اور ان کے مخالف ذرات کا شمار ہوتا ہے۔ اس کے علاوہ بہت کم مدت تک رہنے والی رنینیں (resonances) بھی ہیں۔ ان ابتدائی ذروں سے اور زیادہ ابتدائی اکائیاں مثلاً مختلف طرح کے کوارک (quarks) تجویز ہوئی ہیں جن کے بارے میں تفتیش ابھی یقین سے ان کا وجود ثابت نہیں کر سکی ہے۔ تفتیش جاری ہے۔ کچھ ابتدائی ذروں کی تفصیل جدول (4) میں دی گئی ہے۔

نظام شمسی ہمارے سورج کا نظام ہے۔ سورج ایک خود روشن تارہ ہے۔ بہت سے تارے مل کر ایک مجرا یا کہکشاں (galaxy) بناتے ہیں۔

ابتدائی ذروں کے مابین باہمی طور پر قوتیں یا تبادلات فعل (interactions) عمل کرتے ہیں جنکو چار اہم قسموں میں تقسیم کیا جاتا ہے یعنی طاقتور (strong)، برق مقناطیسی (electromagnetic)، کمزور (weak) اور ثقلی (gravitational)۔ ان چار قوتوں کی تفصیل جدول (5) میں دی ہے۔ بعض اور طرح کی قوتیں جیسے بے حد طاقتور قوت (super strong) وغیرہ بھی تجویز ہوئی ہیں لیکن مشاہدات کی اکثریت فی الحال ان ہی چار قوتوں کو معتبر بتاتی ہے۔ ان چار قوتوں کی مدد سے ہی طبیعیات کے بیشتر مظاہر سمجھ میں آجاتے ہیں۔

کائنات میں مادہ۔ توانائی کی کئی حالتیں ملتی ہیں جیسے نیوٹران مادہ (neutron matter)، ٹھوس (solid)، مائع (liquid)، گیس (gas)، پلازما (plasma)، مائع بلور (liquid crystal)، اشعاع (radiation) وغیرہ۔ کائنات کا بیشتر حصہ پلازما حالت میں ہے۔ سورج اور سورج کی طرح اور تاروں کا بیشتر حصہ اور بین نجمی (inter steller) مادے کا بیشتر حصہ بھی پلازما حالت میں ہے۔

جدول (4) ابتدائی ذرے (Elementary Particles)

خاندان کا نام	ذرے کا نام	رمز	کمیت	تدویم (spin)	عجیبیت	شحنہ	مخالف ذرہ	اوسط عمر (سیکنڈ)	زوال کا طریقہ
	فوٹان (نوریہ)	γ	0	1	0	0	وہی ذرہ	لامتناہی	—
الیکٹران خاندان	الیکٹران (برقیہ)	e^-	1	$\frac{1}{2}$	—	$-e$	e^+	لامتناہی	—
	الیکٹرانی نیوٹرینو	ν_e	0	$\frac{1}{2}$	—	0	$\bar{\nu}_e$	لامتناہی	—
میوان خاندان	میوان	μ^-	206.77	$\frac{1}{2}$	—	$-e$	μ^+	2.212×10^{-6}	$e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
	میوانی نیوٹرینو	ν_μ	0(?)	$\frac{1}{2}$	-	0	$\bar{\nu}_\mu$	لامتناہی	—
میزانس (وسطیے)	پائی آن	π^+ π^0	273.2 264.2	0 0	0 0	$+e$ 0	π^- π^0	2.55×10^{-8} 1.9×10^{-16}	$\mu^+ + \nu_\mu$ $\gamma + \gamma$
	کے آن (کے-وسطیہ)	K^+ K^0	966.6 974	0 0	+1 +1	$+e$ 0	$\overline{K^+}$ $\overline{K^0}$	1.22×10^{-8} 1.00×10^{-10} 6×10^{-8} اور	$\pi^+ + \pi^0$ $\pi^+ + \pi^-$

(Elementary Particles)-continued جدول (4) (جاری)

خاندان کا نام	ذرے کا نام	رمز	کمیت	تدویم	عجیبیت	شحنہ	مخالف ذرہ	اوسط عمر (سیکنڈ)	زوال کا طریقہ
باریانس (وزنیے)	نیوکلیان (نووپے)	p^+	1836.12	$\frac{1}{2}$	0	$+e$	$\overline{p}^+$	لامتناہی	
		n^0	1838.65	$\frac{1}{2}$	0	0	$\overline{n}$	1013	$p+e^-+\overline{\nu}_e$
	لیمبڈا ذرہ	Λ^0	2182.8	$\frac{1}{2}$	−1	0	$\overline{\Lambda}^0$	2.51×10^{-10}	$p+\pi^-$
	سگما ذرہ	Σ^+	2327.7	$\frac{1}{2}$	−1	$+e$	$\overline{\Sigma}^+$	8.1×10^{-11}	$n+\pi^+$
		Σ^-	2340.5	$\frac{1}{2}$	−1	$-e$	$\overline{\Sigma}^-$	1.6×10^{-10}	$n+\pi^-$
		Σ^0	2332	$\frac{1}{2}$	−1	0	$\overline{\Sigma}^0$	10^{-20} تقریباً	$\Lambda+\gamma$
	زائی ذرہ	Ξ^-	2580	$\frac{1}{2}$	−2	$-e$	$\overline{\Xi}^-$	1.3×10^{-10}	$\Lambda^0+\pi^-$
		Ξ^0	2570	$\frac{1}{2}$	−2	0	$\overline{\Xi}^0$	10^{-10}	$\Lambda^0+\pi^0$

نوٹ : مخالف ذرّوں کی کمیت اور تدویم وہی ہوتی ہے جو ذرّوں کی لیکن اُن کے شحنے اور عجیبیت اعداد مخالف علامت (sign) کے ہوتے ہیں سوائے K^0 میزان کے جس کی دو دو عمریں ہوتی ہیں باقی ماندہ ذرّوں کی فقط ایک عمر ہوتی ہے۔

جدول (5) ابتدائی قوتیں (Elementary Forces)

قوت	ماخذ	نسبی شدت	مدی (range) (سینٹی میٹروں میں)
طاقتور	وزنیہ (baryon) وسطیہ (meson)	1	10^{-13}
برقی مقناطیسی	برقی شحنہ (charge)	10^{-2}	∞
کمزور	ہلکیہ، وزنیہ، وسطیہ	10^{-14}	10^{-15} سے کم
ثقل	کمیت (mass)	10^{-40}	∞

اس کے برخلاف ٹھوس اور مائع حالت جو ہماری زمین پر فراواں ہے کل کائنات کے جز کی حیثیت سے قریب قریب ناپید ہے۔

کائنات میں مادے کا پھیلاو بہت بڑے پیمانے (scale) پر ہموار ہوجاتا ہے۔ کائنات کی سب سے بڑی ناہمواریاں مجروں یا کہکشاوں کے گروہوں کے گروہ ہیں جن کا سائیز تین تا چھ کروڑ پارسیک (parsec ہوتا ہے (پارسیک بڑا فاصلہ ناپنے کی ایک اکائی ہے، ایک پارسیک = 3.084×10^{13} کیلومیٹر ہوتا ہے) اور جن کی کمیت ہمارے سورج کی تقریباً 10^{15} کمیتوں کے برابر ہوتی ہے۔ جب ہم اس سے بھی بڑے فاصلے کے پیمانے لیتے ہیں تو 10^{18} یا زیادہ پارسیک کے پیمانے پر کائنات میں مادے کا پھیلاو ہموار ہوجاتا ہے۔ علاوہ ازیں مشاہدہ بتاتا ہے کہ تاحد نظر کائنات یکساں طور پر (unifornly) اور ہر سمت ایک ہی طرح سے (isotropically) پھیلتی چلی جارہی ہے۔

ضمیمہ

۱۔ ثقلی لہریں

ثقلی لہروں کی دریافت ہو چکی ہے۔ ۱۹۷۹ء میں آسٹریلیا میں دوربین کے ذریعے P.S.R 16 ± 1913 تاروں کے دوہیرے نظام کی دریافت ہوئی۔ باور کیا جاتا ہے کہ یہ نظام دو متعادلہ تاروں پر مشتمل ہے۔ اس دوہیرے نظام سے آتے اشعاع کے دور میں جو تبدیلیاں مشاہدہ ہوئیں وہ آئن سٹائن کے پیش کردہ نظریے کے فارمولوں کے مطابق تھیں۔ یہ اس امر کی پہلی شہادت تھی کہ یہ نظام ثقلی لہروں کے ابتعاث کے باعث توانائی کھوتا جا رہا ہے [۱]

۲۔ مسلماتی عام اضافیاتی کوانٹم نظریہ

ریاضیاتی طور پر مسلماتی اساس پر ایک عام اضافیاتی کوانٹم نظریہ وضع کیا گیا ہے۔ جو صرف چار بنیادی مسلمات پر مبنی ہے [۲]

۳۔ فرط تماثل (Super Symmetry) اور فرط ثقل (Supergravity)

ایک طرح کا کل بنیادی قوات کے اتحاد کا نظریہ فروغ پا رہا ہے جسے فرط تماثل کہتے ہیں فرط تماثل سے مراد ایک ایسا نظریہ ہے جو کچھ ایسے پارامیٹرز کی مدد سے جو فضا۔ وقت انحصار سے آزاد ثابت اسپنورز ہوتے ہیں بوسیوں کے فرمیوں میں اور فرمیوں کے بوسیوں میں تبادلے کی اجازت دیتا ہے۔ فرط ثقل سے مراد ایک محلّی فرط تماثل نظریہ ہے۔ اس میں تدویم ۲ کا ایک بوسیہ جسے ثقلیہ کہتے ہیں، تدویم ۳/۲ کے فرمیئے سے جسے ثقلیچہ (Gravitino) کہتے ہیں متساوی ہو کر ظاہر ہوتا ہے [۳]

۴۔ کالوزا کلائن پانچ بُعدی نظریۂ اضافیت

یہ یوں تو ایک کسی قدر پرانا کلاسیکی نظریہ ہے لیکن آجکل اس نظریے کا احیا ہو رہا ہے

یہ نظریہ برقی مقناطیسی اور ثقلی میدانوں کو ایک مخصوص پانچ۔ بُعدی میٹرک کے ذریعے متحد کرتا ہے۔ ایک مخفی معنی میں یہ پانچ بُعدی نظریہ، آئن سٹائن میکسویل کے اس چہار۔ بُعدی نظریے کے متساوی سمجھا جا سکتا ہے جسے ہم نے اس کتاب میں کہیں اور زیادہ تفصیل سے بیان کیا ہے۔

کالوزا کلائن نظریے کے احیا کا سبب یہ ہے کہ سلام۔ وائنبرگ کے برقی مقناطیسی اور کمزور نیوکلیائی قوتوں کے اتحاد کے گیج نظریے کی طرح، کالوزا کلائن کے برقی مقناطیسی اور ثقلی میدان نظریے کے اتحاد کے نظریے کو بھی ایک خوبصورت طرح سے ریاضیات کی ایک شاخ بنام لیفی حزمات (Fibre Bundles) کی اصطلاحات سے بیان کیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ اس سے کل قوات کے متحدہ نظریے وضع کرنے میں مدد ملتی ہے۔ جہاں کالوزا کلائن نظریہ رئیسی (Principal) لیفی حزمات میں توصیلوں (Connections) سے متعلق ہوتا ہے وہاں گیج میدان نظریہ سمتیہ (Vector) لیفی حزمات میں توصیلوں سے بیان کیے جاتے ہیں [۴] گیج نظریوں اور لیفی حزمات کے مابین رشتہ حالیہ دریافتوں کی کارآمد دریافتوں میں سے ایک ہے۔

۵۔ فضا۔ وقت تسلسل کی بجائے منفصل ساختیں

فضا۔ وقت تسلسل اور تفاضلی جیومیٹری (Differential Geometry) کا ذکر ہم نے کہیں اور زیادہ تفصیل سے کیا ہے۔ جدید تفاضلی جیومیٹری سے طبیعیات کے تصورات میں وضاحت اور وسعت آئی ہے۔ (۵)

بعض ماہرین کا خیال ہے کہ فضا۔ وقت ماڈل وضع کرنے میں ریاضیات کے ایک قابل تفاضل شعب (Manifold) پر انحصار کو ہی بنیاد ماننا ایک غلطی ہے۔ چنانچہ ان حضرات نے کوشش کی ہے کہ فضا۔ وقت سے بھی زیادہ بنیادی سطح پر نظریے وضع کریں۔ ایسے ہی نظریوں میں ایک تصور پیش از جیومیٹری (Pre Geometry) کا ہے [۶] ایک اور تصور تفتلے (Twistor) اور فضا۔ وقت شفرہ پروگرام (Space-Time Code) کا ہے۔ ان سب منفصل ساختوں کے نظریوں کی کوشش ہوتی ہے کہ بجائے فضا۔ وقت کے ہم کچھ اور منفصل یا توافقیتی (Combinatorial) ساختوں پر نظریے کی بنیاد رکھیں۔ پھر ایک پروگرام کے تحت یہ واضح کرنے کی کوشش ہوتی ہے کہ منفصل ساختوں کے ہوتے ہوئے بھی ہم عام حالات میں طبیعیاتی واقعات کو اپنے تئیں فضا۔ وقت میں ہوتا ہوا کیوں پاتے ہیں؟ [۷]

حوالے

(References)

(1) ہوزے اورٹیگا وائی گاسیٹ

"The Modern Theme " Jose Ortega y' Gasset
Harper Torchbooks, New York (1961).

(2) ولاڈیمیر ایلچ لینن

"Collected Works of V.I. Lenin". Moscow. 1908 (English edition of 1968) Vol (14), pp 262, 280, 313, 335, 361

(3) عبداللہ یوسف علی

"Mystic Interpretation of the verse of Light",
A. Yousuf Ali in "Holy Koran, Text, Translation and Commentary", Daral Arab Publishers,
Beirut (1968), pp 920-924.

(4) بلینی اور بلینی

"Electricity and Magnetism", B.I. Bleaney and B.Bleaney
English Language Book Society, 2nd edition (1965) p 194

(5) اے، پی فرنچ

"Special Relativity", A.P.French,
English Langage Book Society, (1968), p 102

(6) فروم

, Froome
Proceeding of Royal Society A 247 (1958) 109

(7 (a ملیگن

Mulligan
American Journal of Physics 25 (1957) 180

b) ایچ' سانڈرس

"The Speed of Light", H.Sanders,
Pergamon Press, Oxford (1965)

(8) لکی اور وائیل

Lucky and Weil
Physical Review 85 (1952) 1060

(9) ٹی' الویجر

T. Alvager
(a) Physics Letters 12 (1964) 260
(b) Arkiv Fysik 31 (1966) 145.

(10) البرٹ آئن سٹائن

"The Meaning of Relativity", Albert Einstein, 5th edition,
Methuen, London (1951), p 26

(11) اے' پی' فرنچ

"Special Relativity", A.P.French,
English Language Book Society, (1972), p 52.

(12) اے' اے' مائیکلسن

A.A.Michelson
American Journal of Science 122 (1881) 120

(13) اے' اے' مائیکلسن اور ای' ڈبلیو مورلے

A.A.Michelson and E.W. Morley
American Journal Of Science 134 (1887) 333

(14) شینکلینڈ وغیرہ

Shankland et al.
Review of Modern Physics 27 (1955) 167

(15) ٹی ایس جسیجا وغیرہ

T.S. Jaseja
Physical Review 133 (1964) A 1221

(16) قیلارہم وغیرہ

Cedarholm et al.
(a) Nature Physical Review Letters 1 (1958) 342-343
(b) Nature 184 (1959) 1350-1351.

(17) ایچ اے لورنٹز

H.A.Lorentz
Proceedings of the Academy of
Sciences, Amsterdam, 6 (1904)

(18) کینیڈی اور تھارنڈائیک

Kennedy and Thorndike
Physical Review 42 (1932) 400

(19) البرٹ اسٹیوارٹ

Albert Stewart
Scientific American, March 1964, p 100

(20) رابرٹ ریسنک

"Introduction to Special Relativity", Robert Resnick,
Wiley, New Delhi, 1972, pp 30-33

(21) a) رٹز

Ritz
Ann. Chem. et Phys. 13 (1908) 145

b) ٹولمان

Tolman
Physical Review 31 (1910) 26

c) تھامسن

Thomson
Philosophical Magazine 19 (1910) 301

d) تھامسن اور اسٹیوارٹ

Thomson and Stewart
Physical Review 32 (1911) 418

(22) ڈبلیو ڈی سٹر

W. De Sitter

Proceeding of Amsterdam Academy
(a) 15 (1913) 1297
(b) 16 (1913) 395

(23) آر ٹوماشیک

R.Tomaschek

Annals of Physics (Leipzig) 73 (1924) 105

(24) ڈی، سی، ملر

D.C. Miller

Proceeding of National Academy of Science 2 (1925) 311

(25) جے، ایچ، پوانکارے

"The Priniciples of Mathematical Physics", J.H. Poincare
in Conqress of Arts and Sciences,
Volume (I): Philosophy and Mathematics,
edited: H.J. Rogers, Houghtor,
Mifflen and company, (1905)

(26) البرٹ آئینسٹائن

A.Einstein

Annalen der Physik 17 (1905)

(27) یعقوب ٹیرلیٹسکی

Y. Tereletskee

"Paradoxes in the Theory of Relativity", P. Tereletskee.,
Plenum Press, New York, 1968, p 17

(28) گرین برگ وغیرہ

A.J. Greenberg et al.

Physical Review Letters 23 (1969) 1267

(29) بیلی وغیرہ

J. Bailey et al.

Progress in Nuclear Physics 12 (1970) 43

(30) جے، ایچ، فلاویل

"The Development of the Psychology of Jean Piaget",
J.H. Flavell, Van Nostrand, Reinhold, Princeton (1963)

(31) اروِن بیوننگ

"The Physiological Clock",
E.Bunning Academic Press, New York

(32) کے، سی، ہیمنر

"Experimental Evidence for the Biological Clock",
K.C. Hamner in
"The Voice of Time" edited by J.T.Fraser, Allen Lane,
Penguin Press, London (1966)

(33) ایف، اے، براون

"Living Clocks", F.A.Brown,
Science 130 (1956) 1535

(34) جے، ایل، کلاوڈسلے تھامسن

"Time Sense of Animals", J.L.Cloudsly Thomson in
"The Voice of Time", edited by J.T. Fraser, Allen Lane,
the Penguin Press, London (1966)

(35) آیوس اور اسٹلویل

H. C. Ives and G. R. Stilwell
Journal of Optical Society of America 28(1938)215

(36) ہے وغیرہ

H.J. Hay et al.
Physical Review Letters 4 (1960) 165

(37) چیمپینی اور موون

D.C.Champeney and P.B.Moon
Proceeings of the Physical Society 77 (1961)350

(38) چیمپینی، آئیساک اور خان

D.C. Champeney, G.R.Isaak and A.M.Khan
Proceedings of the Physical Society, 85(1965) 583

(39) ایل، ایسن

"The Special Theory of Relativity - A Critical Analysis
L. Essen, Clarendon Press, Oxford

(40) آر، ایس، شینکلینڈ

"Atomic and Nuclear Physics", R.S. Shankland,
Macmillan, New York, (1961)

(41) ڈبلیو برٹوزی

W.Bertozzi
(a) American Journal of Physics 32 (1964) 551
(b) "The Ultimate Speed", a film, Education Development Centre,
Newton, Massachusetts, U.S.A. (1962)

(42) البرٹ آئینسٹائن

Albert Einstein
Annals of Physics 20 (1906) 627

(43) اے شیڈووٹز

"Special Relativity", A. Shadowitz, pp 90-91
W.B. Saunders and Company
(1968)

(44) ڈبلیو اے، فاولر وغیرہ

W.A. Fowler et al.
Physical Review. 76 (1949) 1967

(45) سی، این، یانگ اور ٹی، ڈی، لی

C.N. Yang and T.D. Lee
Physical Review 111 (1956) 254

(46) ایف، مانڈل

"Introduction to Quantum Field Theory", F. Mandl,
Wiley Interscience, New York

(47) ای، لیوڈل

E. Leodel
Annales de Sociedad Cientifica Argentina,
Jan. 3 1948, 145

(48) ایچ، عمر

H. Amar
American Journal of Physics 23 (1955) 487

(49) آر، ڈبلیو، بریمے

R.W. Brehme
(a) American Journal of Physics 30 (1962) 489
(b) American Journal of Physics 32 (1964) 233

(50) ایل، مارڈز

"Time and the Space Traveller"
George Allen and Unwin Limited, (1970) ,PP 130-134

حوالے

P. M. McCulloch etal. (1) پی۔ ایم۔ میکلوک وغیرہ
"Gravitational Radiation and the Binary Stars" in Lecture Notes in Physics No 124
Proceedings 1979, Perth Conference, Ed. C. Edwards
Springer Verlag,

A.R. Marlow (2) اے۔ آر۔ مارلو
"Axiomatic General Relativitic Quantum Theory" in the book "Quantum Theory and Gravitation."
Ed. A. R. Marlow.
Proceeding May 23-26, 1979 Loyola University, New Orleans, U.S.A Symposium Academic Press 1980

P.V. Nieuwenhuizen (3) پی۔ وی۔ نیووین ہوئیزن
General Relativity and Gravitation 10 (1979) 211-226

J. G. Miller (4) جے۔ جی۔ ملر
in "Quantum Theory and Gravitation"
Ed, A.R. Marlow (Academic Press 1980)

R. Harman; (۵) آر۔ ہرمن
"Vector Bundles in Mathematical physics

Volumes (1) and (2).
W.A. Benjamin, Reading, Mass, U.S.A (1970)
R. Trautmann, (ج) آر۔ ٹروٹمنان
"Fibre-bundles associated with space time".
Reports on Mathematical Physics 1 (1970) 29-62
Carroll F. Blakemore, 5 ڈاکیرول ایف۔ بلیک مور
"Modern Mathematical Techniques in theoretical Physics" in "Quantum Theory and Gravitation,
Ed. A.R. Marlow
Academic (1980)
Barikolata etal (ب) باری کولاٹاوغیرہ
Since 204 (1979) 933-934
John Wheeler (6) جان وہیلر
"Quantum Gravity" Ed. Isham, Penrose, Scima
Clavendon Press, Oxford (1975)
Roger Penrose (7) روجر پین روز
Physics Reports 6C
(1973) 241-316

Finkelstein (ب) فینکیلشٹائن
Physical Review D9 (1974) 2219-2231